

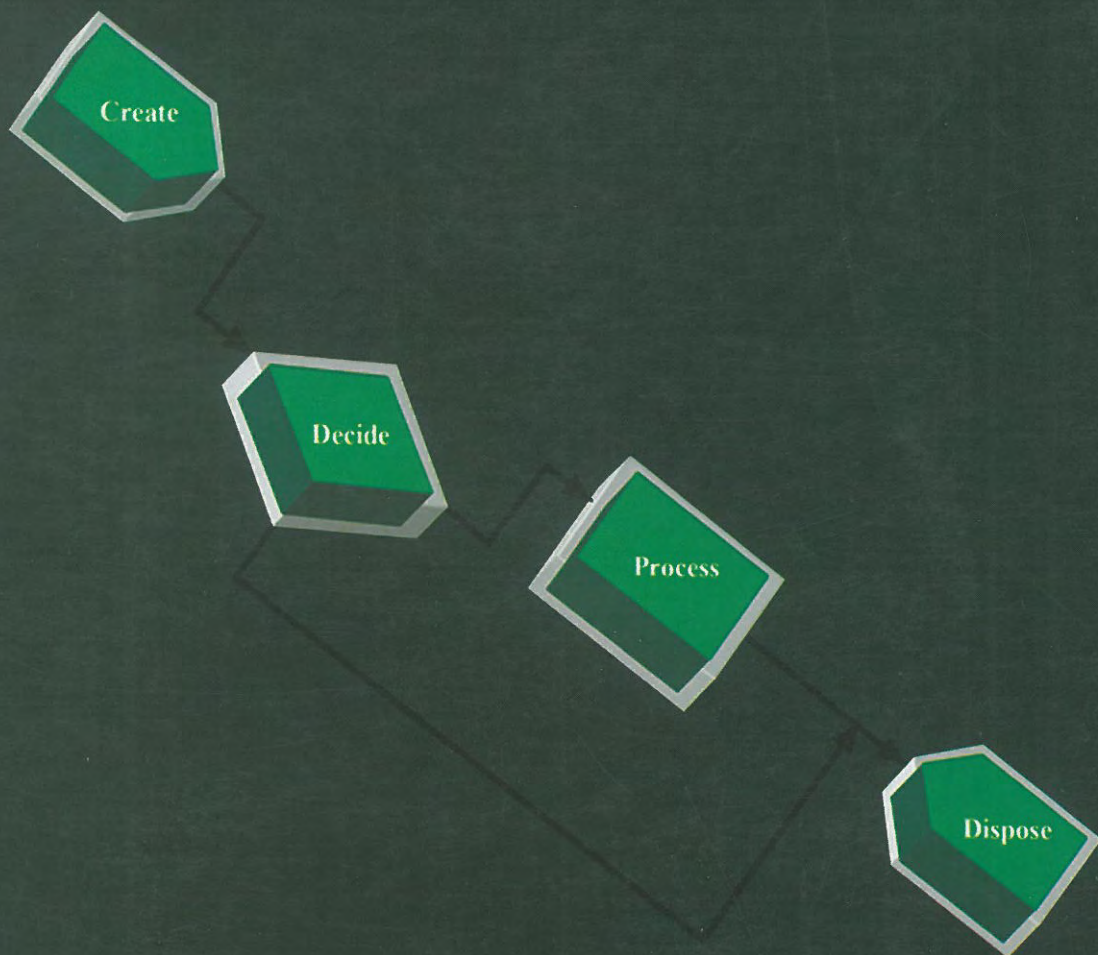


شبیه‌سازی سیستم‌های گسسته پیشامد با آرنا

بهنام حذار

بهزاد پیروز

بهروز دانشیان



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

سرشناسه	: دانشیان، بهروز، ۱۳۴۷ -
عنوان و نام پدیدآور	: شبیه سازی سیستم های گسسته پیشامد با آرنا (ARENA) / مولفین بهروز دانشیان، بهزاد پیروز، بهنام حذار.
مشخصات نشر	: لاهیجان دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	: ۶۰۴ ص: جدول، نمودار + یک لوح فشرده.
شابک	: 978-964-10-2479-8
وضعیت فهرست نویسی	: قیفا
یادداشت	: کتابنامه.
موضوع	: آرنا (فایل کامپیوتر)
موضوع	: کامپیوترها - شبیه سازی
شناسه افزوده	: بهروز، بهزاد
شناسه افزوده	: حذار، بهنام
شناسه افزوده	: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان
رده بندی کنگره	: QAV۶۹ ۱۳۹۲ ۲۵۲۶ ش/
رده بندی دیویی	: ۰۰۳/۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۲۸۷۶۶۰

• عنوان کتاب: شبیه سازی سیستم های گسسته پیشامد با آرنا (ARENA)

• نویسندگان: بهروز دانشیان، بهزاد پیروز، بهنام حذار

• حروفچینی و طرح جلد: سولماز محمدی

• نوبت چاپ: اول سال چاپ: ۱۳۹۲ تیراژ: ۲۰۰۰ تعداد صفحات: ۶۰۴

• قطع: وزیری ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان

• شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۱۰-۲۴۷۹-۸

• قیمت: ۲۵۰۰۰۰ ریال

• مرکز پخش: دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان - تلفن: ۰۱۴۱۲۲۳۹۰۵۳

• آدرس: لاهیجان، انتهای کوی شقایق، مجتمع دانشگاه آزاد، ص. پ. ۱۶۱۶

کلیه حقوق قانونی و شرعی برای مولف و ناشر محفوظ می باشد و هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق تکثیر تمام یا قسمتی از این اثر را نداشته و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار خواهند گرفت.

شبیه‌سازی سیستم‌های گسسته پیشامد با آرنا

مولفین

دکتر بهروز دانشیان، بهزاد پیروز، بهنام حذار

انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان

۱۳۹۲

پیشگفتار مولفین

حفظ منابع و سرمایه‌ها و به‌کارگیری مفید با بهره‌وری بالای آن‌ها، اصلی‌ترین موضوع برای رسیدن سازمان‌ها به اهدافشان محسوب می‌شود. با وجود رقابت‌های تنگاتنگ بین سازمان‌ها در عصر حاضر یافتن راهکارهای جدید برای ارتقای کیفیت و بالا بردن کارایی نیز امری اجتناب ناپذیر شده است. در این راستا پژوهش و تحقیق پیرامون روش‌های جدید مستلزم استفاده از منابع و سرمایه‌ها است. شبیه‌سازی سیستم‌ها در این مرحله از بررسی و تحلیل سیستم جهت کارآمدسازی، اتخاذ تصمیم‌های بهینه و سیستم پشتیبانی تصمیم نقشی بی‌بدیل دارد. از اینرو شبیه‌سازی کامپیوتری امروزه در همه‌ی علوم از جمله علوم مهندسی بویژه مهندسی صنایع، کنترل موجودی و علوم پایه بویژه فیزیک هسته‌ای، شیمی، آمار و احتمالات، اقتصاد و مدیریت جایگاه رفیعی پیدا کرده است.

امروزه بندرت سیستمی کارآمد بتوان یافت که از شبیه‌سازی بهره لازم را نبرده باشد. این کتاب که نتیجه سال‌ها تدریس و بررسی در این زمینه بوده است تلاش دارد با زبانی ساده به دانشجویان و علاقمندان شبیه‌سازی کمک نماید. در تالیف این کتاب سعی شده است که با مثال‌های ملموس مفاهیم انتقال داده شوند. سه فصل آخر کتاب به معرفی نرم‌افزار آرنا اختصاص داده شده است. این نرم‌افزار با زبانی بسیار ساده و با مثال‌های ساده و روشن ارایه گردیده است. مثال‌ها طوری نوشته شده‌اند که هر فرد علاقمند بتواند با روش گام به گام مدل مورد نظر خود را ایجاد و اجرا نماید. با امید به اینکه توانسته باشیم قدمی نیک در عرصه آموزش شبیه‌سازی برداشته باشیم از همه علاقمندان و دوستان که نظراتی در مورد ساختار نوشتار و مفاهیم این کتاب داشته و با ایمیل زیر اظهار نظر بفرمایند صمیمانه سپاسگزار خواهیم بود.

پاییز ۱۳۹۲

با توجه به نقش و جایگاه شبیه‌سازی در بهینه‌سازی، لزوم نگارش کتابی به زبان ساده و در عین حال با ساختار علمی مناسب همواره احساس می‌شد. مولفین محترم این کتاب نهایت سعی خود را نموده‌اند، کتابی به رشته تحریر در آورند که برای دانشجویان در مقاطع مختلف که از شبیه‌سازی به عنوان یکی از قدرتمندترین ابزارها استفاده می‌کنند، درک عمیقی ایجاد نمایند. برای نگارندگان این کتاب آرزوی توفیقات روز افزون دارم.

دکتر غلامرضا جهانشاهلو

استاد دانشگاه خوارزمی

تهران- پاییز ۱۳۹۲

فصل اول: مقدمه مفاهیم و تعاریف اولیه

۱-۱- مقدمه.....	۲
۱-۲- اهداف شبیه‌سازی.....	۳
۱-۳- مزایای استفاده از شبیه‌سازی.....	۴
۱-۴- معایب شبیه‌سازی.....	۶
۱-۵- مفاهیم اساسی در شبیه‌سازی.....	۸
۱-۶- انواع مدل.....	۱۴
۱-۷- قدم‌های یک شبیه‌سازی موفق.....	۱۸

فصل دوم: نمونه‌هایی از شبیه‌سازی

۱-۲- مقدمه.....	۲۸
۲-۲- شبیه‌سازی دستی سیستم‌ها.....	۲۸

فصل سوم: اعداد تصادفی

۱-۳- مقدمه.....	۷۴
۳-۲- تولید اعداد تصادفی؛ با توزیع یکنواخت پیوسته در $[0,1]$	۷۵
۳-۳- روش‌های تولید اعداد تصادفی.....	۷۸
۳-۴- آزمون‌های آماری.....	۸۷
۳-۵- تولید اعداد تصادفی با توزیع‌های غیر یکنواخت در $[0,1]$	۱۰۲
۳-۶- تولید اعداد تصادفی از چند توزیع پیوسته.....	۱۲۱
۳-۷- تولید اعداد تصادفی از توزیع‌های گسسته.....	۱۳۰
۳-۸- تمرین.....	۱۳۹

فصل چهارم: مدل‌های احتمالی در شبیه‌سازی سیستم‌ها

۱-۴- مقدمه	۱۴۲
۲-۴- مفاهیم اولیه	۱۴۲
۳-۴- توزیع‌های احتمالی پیوسته	۱۴۷
۴-۴- توزیع‌های گسسته	۱۶۴
۵-۴- نظریه تصمیم‌گیری و آزمون فرض	۱۶۹
۶-۴- مقدمه‌ای بر روش‌های نمونه‌گیری	۱۸۸

فصل پنجم: آزمایش مدل‌های شبیه‌سازی و نحوه احراز اعتبار آن‌ها

۱-۵- مقدمه	۱۹۴
۲-۵- آزمایش مدل	۱۹۵
۳-۵- احراز اعتبار مدل	۱۹۶
۴-۵- بررسی اعتبار مدل	۱۹۸
۵-۵- تجزیه و تحلیل نتایج	۲۰۵
۶-۵- شاخص‌های عملکرد سیستم‌ها در شبیه‌سازی	۲۱۱
۷-۵- تجزیه و تحلیل خروجی‌های شبیه‌سازی در حالت پایا	۲۱۷
۸-۵- استفاده از شبیه‌سازی برای مقایسه دو طرح مختلف از یک سیستم	
	۲۲۵

فصل ششم: راهنمای کار با آرنا از ابتدا تا انتها

۱-۶- راه اندازی	۲۳۹
۲-۶- جستجو و بررسی پنجره‌های آرنا	۲۴۲
۳-۶- چرخیدن از طریق یک مدل موجود: مدل ۱-۶	۲۵۳
۴-۶- خودتان مدل ۱-۶ را بسازید	۲۸۰
۵-۶- مطالعه‌ی موردی: پردازش سریالی تخصصی شده در برابر پردازش موازی همگانی شده	۲۹۴
۶-۶- مطالب بیشتری در مورد منوها، نوار ابزارها، ترسیم و چاپ	۳۰۸
۷-۶- راهنما	۳۲۷
۸-۶- مطالب بیشتری در مورد مدل‌های در حال اجرا	۳۲۹
۹-۶- نتیجه	۳۳۱

فصل هفتم: مدل‌سازی عملکردهای پایه‌ای و ورودی‌ها

۱-۷- مدل ۱-۷: مونتاژ الکترونیکی و سیستم تست	۳۳۴
۲-۷- مدل ۲-۷: بهبود مونتاژ الکترونیکی و تست سیستم	۳۵۷
۳-۷- بهبود انیمیشن	۳۷۵
۴-۷- آنالیز ورودی: تعیین پارامترهای مدل و توزیع‌ها	۳۹۰
۵-۷- نتیجه	۴۱۲

فصل هشتم: مثال‌هایی از مدل‌های شبیه‌سازی شده بوسیله آرنا

مثال ۱ شبیه‌سازی شعبه یک بانک ۴۱۶

مثال ۲ شبیه‌سازی یک جایگاه سوخت ۴۴۶

مثال ۳ شبیه‌سازی یک شرکت ارائه‌کننده خدمات اینترنتی ۵۲۶

پیوست: جدول‌های توزیع احتمال

جدول‌های توزیع احتمال ۵۶۷

منابع ۶۰۴

فصل اول

مقدمه، مفاهیم و تعاریف اولیه

فصل اول

مقدمه، مفاهیم و تعاریف اولیه

۱-۱ مقدمه

هدف این فصل از یک سو تدارک مفاهیم اساسی درباره مدل‌های شبیه‌سازی و نحوه استفاده از آن‌ها برای تجزیه و تحلیل رفتار سیستم‌ها و از سوی دیگر انواع شبیه‌سازی و بررسی جایگاه آن در مورد عملکرد سیستم‌هاست. اهدافی را که می‌توان با یک مدل شبیه‌سازی دنبال کرد و مزایا و معایب آن را در این بحث دنبال می‌کنیم. تلاش می‌شود با ارایه نمونه‌های روشنی از موارد کاربردی، نگرش و نحوه کار این نوع مدلسازی را روشن نماییم.

به طور کلی شبیه‌سازی یک سیستم، ایجاد مدلی مناسب جهت همانند سازی رفتار آن سیستم برای بررسی بهتر عوامل موثر بر اهداف، تغییر مناسب رفتار سیستم، برای رسیدن به آرمان‌های تعیین شده آن و همچنین طراحی روابط و قوانین برای عوامل عملیاتی است.

با توجه به مطلب فوق روشن است آنچه که با شبیه‌سازی دنبال می‌شود، بهینه‌سازی کارکرد سیستم‌هاست. در واقع نیز چنین است و شبیه‌سازی یکی از شاخه‌های کاربردی و جذاب علوم بهینه‌سازی است.

آنچه که ما در این کتاب بررسی می‌کنیم نوع خاصی از شبیه‌سازی موسوم به شبیه‌سازی کامپیوتری است. این نوع خاص از شبیه‌سازی که مدل ایجاد می‌کند از نوع برنامه‌های کامپیوتری یا نرم افزارهای کامپیوتری است در جهان کنونی از جایگاه ویژه و خاصی برخوردار است. دلیل این امر را می‌توان در کاربست پذیری این نوع مدلسازی در گستره‌ی بزرگی از موضوعات جستجو کرد. ضریب کار بست پذیری شبیه‌سازی کامپیوتری مخصوصاً در سال‌های اخیر بسیار افزایش یافته است. اکنون به جرات می‌توان گفت که نمی‌توان سیستم‌های کارآمدی یافت که از این شاخه‌ی بهینه‌سازی به طور موثر استفاده نکرده باشند.

این نوع شبیه‌سازی که در مواردی خاص و مهم تنها راهکار بررسی مساله است. (مانند انفجارهای هسته‌ای شبیه‌سازی شده^۱، حیوانات شبیه‌سازی شده و ...) در مسایل کلان مانند مساله حمل و نقل، انبار داری، مراکز بهداشتی و درمانی، فروشگاه‌های زنجیره‌ای، IT^۲ سیستم‌های فروش، عملیات فرودگاهی، آموزش (راندگی، خلبانی و ...) عملیات بندر، خط مونتاژ، تولید، یافتن روش‌های کارای تولیدی و ... کاربرد دارد. این روش نه تنها در علوم مهندسی مانند مواردی که در بالا به آن‌ها اشاره شد در علوم پایه مانند روش‌های ریاضی-فیزیک و شیمی نیز به طور موثر به کار برده می‌شوند.

به عنوان نمونه می‌توان به مقایسه انواع روش‌های ارزیابی عملکرد سیستم‌ها از طریق شبیه‌سازی اشاره کرد. شبیه‌سازی آزمایش‌های شیمی دیگر کاربرد این نوع مدل‌سازی است.

۲-۱ اهداف شبیه‌سازی

شبیه‌سازی می‌تواند با اهداف زیر به کار گرفته شود:

الف) به دست آوردن بینش روشنی از عملکرد سیستم

ساختار عملیاتی برخی از سیستم‌ها به قدری پیچیده است که درک روشن و صریحی از اعمال و روابط بین آن‌ها امکان پذیر نیست. در این موارد یک مدل پویا مانند یک مدل شبیه‌سازی معتبر می‌تواند با همانندسازی رفتار آن سیستم، امکان درک روشن و دقیقی به تحلیلگر سیستم بدهد.

ب) امکان بررسی تاثیرات پیشنهادهای جدید در بهبود عملکرد :

با شبیه‌سازی، امکان بررسی برخی از طرح‌ها و ایده‌های جدیدی که برای بهبود عملکرد سیستم پیشنهاد می‌شوند بدون آنکه در خود سیستم به کار روند وجود دارد. به عبارت دیگر می‌توان با ایجاد مدل شبیه‌سازی و اعمال طرح‌های پیشنهادی در آن و اجرای مدل، نتایج حاصل از آن طرح یا پیشنهاد را بررسی کرد. مدل شبیه‌سازی می‌تواند برای سنجش نتایج طرح‌های جدید به کار گرفته شود و نتایج حاصل از آن می‌تواند برای گزینش بهترین پیشنهاد مورد استفاده قرار

۱- این کار سالیان سال است که در کشور فرانسه و آمریکا با ابرکامپیوترهایی که در یک ثانیه یک تریلیون عمل ریاضی انجام می‌دهند، صورت می‌گیرد.

گیرد. به عنوان نمونه فرض کنید که برای تولید کالا یا کالاهای خاص چندین طرح تولید پیشنهاد شده باشد. انتخاب کارآمدترین طرح می‌تواند با اجرای مدل‌های شبیه‌سازی طرح‌های پیشنهادی و مقایسه نتایج صورت گیرد. با توجه به این ویژگی می‌توان حتی به بررسی و طراحی سیستم‌هایی پرداخت که هنوز وجود خارجی پیدا نکرده‌اند.

(پ) اصلاح عملکرد سیستم :

با مدل‌های شبیه‌سازی می‌توان برخی از روش‌ها یا سیاست‌گذاری‌های موجود را توسعه یا محدود ساخت. تغییر در سیاست کاری سیستم با مدل شبیه‌سازی شده آن بدون هزینه و مزاحمت برای کارکرد سیستم صورت می‌پذیرد. یک شبیه‌ساز می‌تواند با انجام تغییراتی مانند تغییر اولویت‌ها، افزایش یا کاهش نیروی انسانی و ... در مدل بدون آنکه به آشفته شدن سیستم واقعی منجر شود، نتایج حاصل از تغییر را یافته، از آن برای اصلاح واقعی سیستم بهره گیرد. به عنوان مثال می‌توان با مدل شبیه‌سازی و سایر مدل‌های تحقیق در عملیات میزان تراکم پرسنل را در یک نیروگاه برق محاسبه کرد.

۳-۱ مزایای استفاده از شبیه‌سازی

مزایای استفاده‌ی شبیه‌سازی از ابعاد هزینه‌ای، زمانی و راه‌حلی را می‌توان به صورت زیر بر شمرد:

۱- ایجاد یک فرآیند کاری کامل از کارکرد سیستم در یک مدت زمان کوتاه :

سیستم‌های واقعی با گذر زمان عملیات کاری خود را تکمیل می‌کنند. به عبارتی امکان مرور زمان است که یک عمل شروع، تکمیل و پایان می‌یابد. بوضوح بسیاری از اعمال یا فرآیندها برای تکمیل شدن نیازمند گذر زمان زیادی هستند، مانند بررسی فرضیه جابه‌جایی قاره‌ها و ... بدیهی است که در زمان واقعی نمی‌توان با کارکرد خود سیستم به آنالیز و تجزیه و تحلیل نتایج پرداخت و یکی از مهم‌ترین و بارزترین ویژگی‌های شبیه‌سازی کامپیوتری توان فشردن زمان است. منظور از فشردن زمان امکان تکمیل عملیات واقعی در قالب یک مدل شبیه‌سازی در زمانی بسیار کوتاه مثلاً به اندازه مدت زمان لازم برای اجرای یک برنامه کامپیوتری است. با این ویژگی می‌توان فرآیندهای پیچیده و زمان‌بر را در زمان‌هایی بسیار کوتاه اجرا و نتایج حاصل را مورد بررسی قرار داد.

۲- امکان گسترش زمان :

در مقابل فعالیت‌های زمان‌بری که در مرحله قبلی به آن اشاره کردیم، فعالیت‌هایی نیز وجود دارد که به قدری سریع شروع و پایان می‌یابند که در زمان واقعی امکان بررسی آن‌ها وجود ندارد. به عنوان نمونه یک آزمایش شیمیایی با عمل و واکنش سریع، انجام یک حرکت ورزشی مانند شیرجه (مهندسی حرکت در رشته تربیت بدنی)، حساسیت دارویی بدن یک نفر را که به دارویی خاص واکنش نشان می‌دهد را در نظر بگیرید. در چنین مواردی یک مدل شبیه‌ساز کامپیوتری امکان بسط و گسترش مدت زمان رخداد فعالیت را به تحلیلگر می‌دهد. یعنی همان فعالیت را در یک دوره زمانی طولانی‌تری که بتوان آنالیز لازم را انجام داد، برای شبیه‌ساز فراهم می‌آورد. این ویژگی همانند حرکت آهسته (*Slowmotion*) در صنعت فیلم‌سازی است. قطعاً مشاهده زیبایی شوت توپ یک فوتبالیست با این ویژگی دوربین‌ها میسر شده است.

۳- تکرارپذیری :

یک پدیده‌ی واقعی مخصوصاً زمانی که رخداد آن نتایج مهمی ایجاد کند، شاید برای تکرار شدن جهت آنالیز نتایج و تحلیل سیستم امکان ناپذیر یا بسیار پر هزینه باشد مانند انفجارهای هسته‌ای که غیر از هزینه‌های مالی، محیط زیستی و ... تبعات سیاسی به دنبال دارد. ویژگی برجسته مدل‌های شبیه‌سازی کامپیوتری در این موارد بسیار جالب توجه است و یک مدل شبیه‌سازی را می‌توان بارها و بارها بدون هیچ گونه تبعات وابسته تکرار کرد. یک شبیه‌ساز می‌تواند همانند یک آزمایشگر شیمی یا فیزیک، آزمایش شبیه‌سازی خود را به طور مکرر انجام داده، از نتایج هر دوره اجرای آن، اطلاعات سودمندی کسب کند.

۴- توقف‌پذیری :

سیستم‌های واقعی هرگز برای کسب اطلاعات توسط تحلیلگر سیستم فعالیت خود را متوقف نمی‌کنند. به عنوان نمونه نمی‌توان انتظار داشت یک نیروگاه هسته‌ای، کارخانه تولید مواد شیمیایی یا حتی یک آزمایش شیمی را در هر مرحله‌ای برای کسب اطلاعات از سیستم از کار باز نگهداشت و مجدداً برای تکمیل کار به راه انداخت. ولی آنچه که یک تحلیلگر گاه به آن نیاز دارد آن است که یک فرآیند را در مرحله‌ای برای آنالیز متوقف کرده سپس در زمان لازم آن را راه اندازی کند. البته این نیاز شاید در طی تکمیل فرآیند بارها اتفاق بیفتد. یکی از مزایای مدل شبیه‌سازی آن است که برای شبیه‌ساز و تحلیلگر سیستم این امکان را فراهم می‌آورد که بتواند اجرای مدل شبیه‌سازی شده سیستم را در هر مرحله‌ای برای کسب اطلاعات متوقف و از

آن مرحله مجدداً راه اندازی کند. این تفاوت را می‌توانید با تفاوت دیدن یک برنامه تلویزیونی از طریق تلویزیون و یا دیدن آن برنامه در یک دستگاه ویدئو مقایسه کنید. قطعاً برای یک بیننده تلویزیون امکان هیچ کنترلی روی توقف و راه اندازی مجدد یک برنامه وجود ندارد اما یک بیننده با دستگاه ویدئو می‌تواند در هر قسمتی از برنامه روند برنامه را برای تحلیل متوقف کرده و سپس راه اندازی کند.

۵- کاهش ابزارهای تحلیلی :

شبیه‌سازی عمدتاً زمانی که برای بررسی یک سیستم مثلاً به دلیل پیچیدگی‌های زیاد آن روشی تحلیلی وجود نداشته باشد، کارساز است. قبل از وارد شدن شبیه‌سازی کامپیوتری تیم‌های بررسی کننده معمولاً برای کسب نتایج، مجبور به استفاده از تجهیزات فراوانی می‌شدند. اما نوع مدل شبیه‌سازی کامپیوتری که از نوع نرم افزاری و قالب برنامه‌های کامپیوتری است باعث شده آمارهای فراوان از عملکرد سیستم فقط با تکیه بر نرم افزار و مفاهیم ریاضی و آماری قابل حصول باشد.

۶- سادگی تشریح سیستم :

اکثر نرم افزارهای شبیه‌سازی، توانایی ایجاد مدل شبیه‌سازی را به صورت انیمیشن دارند. توانایی به تصویر کشیدن مدل توسط نرم افزارهای شبیه‌سازی هم در عیب‌یابی و هم در درک صحیح از کارکرد مدل بسیار مهم است. با این طرز کار هم می‌توان عملیات سیستم را توصیف کرد و هم تاثیرات تقابلی فرآیندهای سیستم را مطالعه نمود. نرم افزارهای امروزی به تحلیلگر سیستم این امکان را می‌دهد که به سادگی تغییرات مورد نظر را در مدل سیستم اعمال و تاثیرات آن را با اجرای سریع دریافت کنند.

۱-۴ معایب شبیه‌سازی

هرچند شبیه‌سازی می‌تواند در بهینه‌سازی سیستم‌ها، نقشی سودمند داشته باشد؛ ولی مانند هر شاخه دیگر از علوم محدودیت‌ها و معایبی نیز دارد. این شاخه بهینه‌سازی که در واقع ترکیبی از علم و هنر می‌باشد (خواننده بعداً ملاحظه خواهد کرد که در برخی موارد مانند طراحی سیستم‌ها یا توصیف مرز سیستم جنبه هنری شبیه‌سازی قابل لمس است) می‌تواند رده‌ای خاص و مسایل ویژه را نقد و حل کند. از این‌رو باید در مناسب بودن ابزار شبیه‌سازی برای

تحلیل سیستم دقت کرد. همچنین بایستی دقت کرد که هر چند نتایج معتبر شبیه‌سازی می‌تواند سبب بهینه‌سازی سیستم گردد، نتایج نادرست آن می‌تواند سبب گمراهی نیز شود.

نتایج شبیه‌سازی مانند نتایج حاصل از مدل‌های دقیق ریاضی نیستند که بتوان تناقض را در جواب یا نادقیق بودن آن تشخیص داد؛ زیرا معمولاً وقتی داده‌های سیستم نادقیق باشند؛ مدل شبیه‌سازی قادر به تولید جواب‌های دقیق نخواهد بود.

به عنوان نمونه، نتیجه حاصل از اجرای مدل شبیه‌سازی یک بانک شاید این باشد که تحویلدار شماره ۱ و شماره ۲ به ترتیب دارای ۹۰٪ و ۳۰٪ اشتغال بوده‌اند. حال آیا به استناد به این اعداد می‌توان در مورد تحویلدارها قضاوت کرد؟ آیا واقعاً تحویلدار اول، ۳ برابر بیشتر از تحویلدار ۲ مشغول بوده است؟ به عبارت دیگر این نتایج تا چه حد دقیق و معتبر هستند؟

یکی دیگر از معایب شبیه‌سازی کامپیوتری این است که نمی‌تواند جواب‌های ساده‌ایی را برای مسایل پیچیده بیابد. معمولاً مسایل پیچیده جواب‌های پیچیده‌ای دارند؛ لذا برای دسترسی به جواب‌های ساده‌تر یک شبیه ساز، گاهی مجبور می‌شود از برخی عوامل برای ایجاد بنای مدل صرف نظر کند. این کار سبب دوری مدل از ساختار سیستم واقعی می‌گردد و لذا جواب‌های تعیین شده از جواب‌های واقعی دور می‌افتد.

مدل‌های شبیه‌سازی بر خلاف تصور به تنهایی قادر نیستند مساله را حل کنند. لذا جایگاه دقیق‌تر شبیه‌سازی می‌تواند مشاوره مدیریتی باشد. به عبارتی، نتایج شبیه‌سازی نتایج قطعی قابل اجرا برای مدیریت محسوب نمی‌شوند بلکه آن‌ها صورت‌های بالقوه‌ای هستند که می‌توانند رخ دهند و مدیریت پروژه بایستی با آگاهی و درک مسایل موجود از آن‌ها برای بهبود وضعیت سیستم استفاده کند. بنابراین یک مدل شبیه‌سازی معتبر را می‌توان یک مشاور خوب مدیریتی محسوب کرد.

با توجه به مباحث فوق می‌توان معایب شبیه‌سازی را در سه رده کلی زیر خلاصه نمود :

الف) شبیه‌سازی قادر به تدارک جواب‌های دقیق مخصوصاً وقتی که داده‌های سیستم نادقیق باشند؛ نیست.

ب) شبیه‌سازی قادر به ایجاد جواب‌های ساده برای سیستم‌های پیچیده نیست.

پ) شبیه‌سازی به تنهایی قادر به حل مساله نیست.

۱-۵ مفاهیم اساسی در شبیه سازی

چون هدف، شبیه سازی سیستم هاست لذا کار خود را با تعریف سیستم آغاز می کنیم. سیستم در فرهنگ شبیه سازی مجموعه ای از اشیا که با نظامی تعریف شده از رابطه ها و قوانین مشخص حاکم بر اشیا و روابط بین آن ها جهت دسترسی به هدف یا اهدافی تعیین شده سازمان یافته اند، تعریف می شود.

یک نیروگاه تولید برق، خط مونتاژ یا تولید خودرو، یک بانک یا یک بیمارستان نمونه هایی از سیستم هستند چرا که در همه آن ها اشیای معین و مشخصی با روابط کاری تعریف شده و با قوانین حاکم بر آن روابط و اشیا، همگی به دنبال تولید یا ارائه خدمت هستند. به عنوان نمونه در یک بیمارستان، پرستاران و پزشکان و آزمایشگاه های تشخیص طبی، تجهیزات رادیولوژی و سونوگرافی و .. مجموعه ای از اشیا هستند که با روابط کاری معین و زیر نظر قوانین وزارت بهداشت و درمان، برای درمان و پیگیری و ارتقای سطح سلامتی جامعه همکاری می کنند. بیشتر اوقات رفتار سیستم تحت تاثیر تغییراتی قرار می گیرد که رخداد و میزان آن ها خارج از حوزه عملکرد سیستم است. این تغییرات که گفته می شود در پیرامون سیستم رخ می دهند در مدل سازی با تعیین مرز سیستم تعیین می گردند. البته هدف از شبیه سازی که در واقع نخستین گام از شبیه سازی یک سیستم است؛ چگونگی تعیین این مرز را معین می کند.

به عنوان نمونه یک کارخانه تولید پوشاک را در نظر بگیرید. افزایش قیمت جهانی انرژی می تواند روی میزان عرضه و قیمت اجناس تولیدی تاثیر گذار باشد. عوامل کنترل کننده ی میزان سفارش ها نیز در پیرامون سیستم این کارخانه تولیدی روی می دهند. هنگامی که هدف از شبیه سازی روشن باشد می توان با انتخاب اشیا، روابط و قوانین مرتبط مرز بین سیستم و پیرامون آن را تشخیص داد. عوامل متغیری که در پیرامون سیستم رخ می دهند و تغییر مقادیر آن می تواند بر عملکرد سیستم تاثیر گذار باشد به متغیرهای خارجی سیستم معروفند. به عنوان مثال عوامل کنترل کننده ی میزان سفارش از یک کارخانه تولیدی برای این سیستم یک متغیر خارجی محسوب می شود (فرض کرده ایم که این رابطه به طور مستقل بررسی می شود و نه به عنوان رابطه ای بین عرضه کارخانه و تقاضای کالا از پیرامون).

می دانیم که هر شی از ویژگی های متعددی برخوردار است و هر ویژگی می تواند متناسب با اهداف معینی مورد توجه قرار گیرد. از این رو در تعریف سیستم، هنگامی که اشیای سیستم را

مشخص می کنیم باید به طور گزینشی آن ویژگی هایی از شی را که در بررسی نیاز داریم؛ تعیین نماییم. به عنوان مثال یک کالای تولیدی از جنبه های کیفی، طرح و مدل، رنگ، اندازه، تاریخ مصرف، هزینه تولید و ... می تواند مورد توجه باشد. آنچه که در یک مطالعه شبیه سازی مهم است؛ آن است که این کار بایستی به همراه هر شی ویژگی های مرتبط با اهداف مطالعه از شی؛ تعیین کند. مثلاً در مطالعه ی یک بانک، ویژگی که از یک مشتری می تواند مورد نظر باشد میزان ورود، تعداد و نوع کار است یا ویژگی یک تحویلدار می تواند سرعت عمل و مهارت وی در انجام کار باشد.

یک سیستم درمانی مانند بیمارستان از اشیای متفاوت مانند: بیماران، پزشکان، پرستاران، آزمایشگاه ها و ... شکل می گیرد. با توجه به هدف بررسی بیمارستان ویژگی هایی همچون نوع بیماری، مدت بستری، سن، جنس و ... از بیمار، تخصص، مدت حضور، مهارت، تعداد از پزشکان، مهارت، تجربه، جنس پرستاران، و بالاخره تعداد، سرعت، دقت ابزارهای آزمایشگاهی می تواند گزینه هایی برای انتخاب ویژگی ها باشد.

در شبیه سازی کامپیوتری برای ایجاد مدل، ویژگی مورد نظر را از شی با یک متغیر نامگذاری و به این ترتیب آن را وارد مدل می کنیم. این متغیرها را که در واقع نشان دهنده ی مقدار یا وضعیت ویژگی شی است؛ را متغیر داخلی می نامیم. این نامگذاری سبب جداسازی اشیای سیستم از اشیای هم نامشان در خارج از سیستم نیز می گردد.

به عنوان مثال فروشگاه اسباب بازی فروشی را در نظر بگیرید که یک فروشنده دارد. اگر ویژگی مورد نظر، از فروشنده در این سیستم بیکار یا مشغول بودن آن باشد؛ می توانیم متغیر SR را جایگزین فروشنده کنیم و با مقدار دهی صفر برای بیکاری و ۱ برای مشغول بودن، بیکار و مشغول بودن فروشنده را با تغییر مناسب مقادیر این متغیر ایجاد کنیم.

SR یک متغیر داخلی است. در همین سیستم، صف نیز یک شی است. ویژگی طول صف را با Q نشان می دهیم و به این ترتیب Q نقش طول صف را در مدل ایفا خواهد کرد.

با مقدار دهی به Q می توانیم طول صف را کنترل کنیم. مثل $Q=0$ به این معنی است که کسی در خط انتظار برای دریافت سرویس نیست و $Q=2$ یعنی که دو نفر برای خرید در صف انتظار می کشند.

اگر توجه کرده باشید خواهید دید که در واقع ایجاد مدل شبیه‌سازی کامپیوتری تعیین متغیرهای داخلی و تغییر مقدار این متغیرها منطبق با رفتار سیستم است. به عبارت دیگر مدل شبیه‌سازی بایستی از نظر رفتاری و کارکردی همانند سیستم واقعی عمل کند ولی مصالح و مواد به کار رفته در آن به جای اشیای واقعی از متغیرها شکل می‌گیرد. رفتار سیستم نیز با تغییر مناسب متغیرها ایجاد می‌شود.

براین اساس طبیعی است که تلاش کنیم انطباق‌سازی رفتاری مدل و سیستم را از طریق مقداردهی متغیرها دنبال نماییم. از این رو وضعیت یک سیستم در یک لحظه را مجموعه مقادیر متغیرهای داخلی در آن لحظه تعریف می‌کنیم. به عنوان مثال اگر در زمان $t = 8$ داشته باشیم، $SR = 1$ و $Q = 2$ ، منظور این است که وضعیت سیستم در $t = 8$ این است که فروشنده در حال سرویس به مشتری (مشغول به فروش اسباب بازی است) و در این حال ۲ نفر نیز برای گرفتن سرویس و خدمت از فروشنده در حال انتظار هستند.

با تغییر مقدار حداقل یک متغیر داخلی می‌گوییم که سیستم تغییر وضعیت داده است و آنچه را که باعث تغییر وضعیت سیستم شده است را؛ پیشامد می‌گویند. به عنوان نمونه در مثال قبل اگر وضعیت سیستم در $t = 9$ به صورت $SR = 1$ و $Q = 1$ شود می‌گوییم سیستم تغییر وضعیت داده است زیرا مقدار Q از ۲ به ۱ تغییر یافته است. طبیعی است که خروج مشتری یا پایان خرید او سبب کاهش طول صف می‌گردد؛ لذا پایان سرویس مشتری یک پیشامد است.

با مثال ساده زیر می‌خواهیم طبقه‌بندی جدیدی از متغیرها و پیشامدها ایجاد کنیم.

مثال ۱-۵-۱: مطب پزشکی را در نظر بگیرید که با یک منشی در یک منطقه از شهر به ارایه خدمت می‌پردازد. بیماران به طور تصادفی به این مرکز درمانی مراجعه کرده؛ پس از گرفتن نوبت از منشی برای ویزیت پزشک به انتظار می‌نشینند. هنگامی که نوبت یک مریض برسد دکتر معالج، وی را ویزیت می‌نماید و پس از انجام معاینه، بیمار مطب را ترک می‌کند. فعلاً هیچ هدف مشخصی را برای دستیابی به آن تعریف نمی‌کنیم و در این مرحله فقط به نوع متغیرها و پیشامدهای موجود در آن می‌پردازیم.

متغیرهای Dr و M را به ترتیب برای وضعیت‌های بیکاری و اشتغال پزشک و منشی تعریف می‌نماییم (مثل همیشه مقدار صفر برای بیکاری و یک برای اشتغال). روشن است که زمان‌های بین ورود مشتریان به مطب و همچنین مدت ویزیت بیماران نیز متغیر هستند. واضح است که تعداد منشی نیز متغیری است که مقدار ۱ برای آن توسط پزشک اختیار شده (پزشک تصمیم

گرفته که یک منشی استخدام کند). متغیری مانند تعداد منشی برای پزشک متغیر تصمیم محسوب می‌شود. این نوع متغیرها، متغیرهایی هستند که مقدار آنها توسط شخص یا اشخاص قابل تصمیم‌گیری‌اند. وجود یا عدم وجود بخش تزریقات نیز در مطب یک متغیر تصمیم‌گیری است. اما متغیری مانند مدت ویزیت توسط پزشک قابل تصمیم‌گیری نیست بلکه این مدت به عواملی که کنترل آن‌ها خارج از اراده پزشک است؛ بستگی دارد، مانند نوع یا شدت بیماری، جنس و سن بیمار و ... ورود بیمار هم برای پزشک یک متغیر تصمیم نیست و این نیز توسط عوامل دیگر مانند میزان دسترسی به پزشک، تخصص و شهرت او، وضعیت بیماری مریض و ... تعیین می‌شود. به این گونه متغیرها، متغیرهای سیستم گفته می‌شود. ما در آزمایش‌های شبیه‌سازی می‌توانیم با تغییر مقادیر متغیرهای تصمیم و حصول نتایج به بهترین مقدار تصمیم‌گیری دست پیدا کنیم.

به عنوان نمونه در یک بانک خون؛ مقدار، نوع و تازگی هر خون در بانک؛ متغیر تصمیم است که توسط مسئولین برای سفارش و نگهداری آن در بانک باید تصمیم‌گیری شود. می‌توان در یک مدل شبیه‌سازی با اجراهای مختلف و با مقادیر متفاوت برای آن‌ها به شرط برآورده شدن نیازهای خونی بیماران، با هدف کمترین ضایعات، مقادیر بهینه آن‌ها را تعیین کرد.

متغیرهای سیستم بر خلاف متغیرهای تصمیم قابل تصمیم‌گیری نیستند؛ بلکه آن‌ها را باید شناخت و ایجاد کرد. در واقع متغیرهای سیستم شالوده‌ی رفتاری سیستم را تشکیل می‌دهند. در مورد مثال قبل باید تشخیص دهیم که نوع و جنس مدت ویزیت پزشک و زمان‌های بین دو ورود به مطب پزشک چیست؟

شناسایی و تعیین مقدار متغیرهای غیر تصادفی از طریق اندازه‌گیری و شمارش قابل انجام است مانند تعداد تلمبه‌های بنزین یا گازوئیل، تعداد کارگران پمپ بنزین، ظرفیت و مساحت جایگاه، حجم مخازن و ... اما راه شناسایی متغیرهای تصادفی تعیین توزیع‌های احتمالی آن‌هاست. لذا در یک مطالعه‌ی شبیه‌سازی بایستی تحلیلگر سیستم بعد از مشخص کردن متغیرهای سیستم به شناسایی آن‌ها بپردازد. نحوه انجام این کار را در فصل‌های بعدی خواهید دید.

اما پیشامدهایی که سبب تغییر وضعیت سیستم می‌گردند نیز با هم متفاوتند. در مثال فوق پیشامد ورود مریض به مطب و مشغول و بیکار شدن پزشک یا منشی را با هم مقایسه کنید. بدیهی است تا زمانی که مریض وارد مطب نشود (این پیشامد رخ ندهد). منشی نمی‌تواند

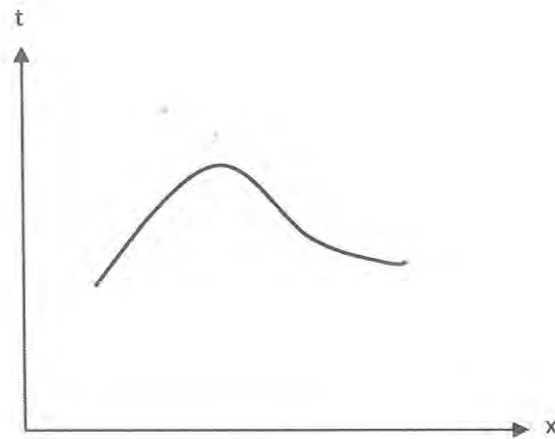
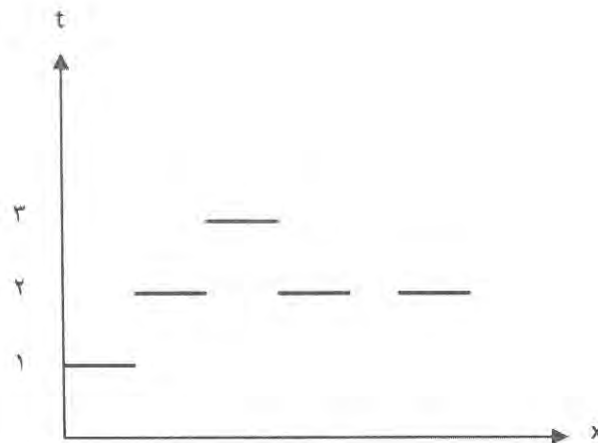
مشغول شود (پیشامد دوم رخ نمی دهد). این بدین معناست که پیشامد اشتغال منشی رخ نمی دهد مگر اینکه پیشامد ورود رخ داده باشد؛ در حالی که پیشامد ورود برای رخ دادن نیازمند رخ دادن هیچ پیشامدی در درون سیستم نیست. لذا پیشامدهایی را که رخداد آنها منوط به رخداد پیشامد یا پیشامدهای دیگر در درون سیستم باشد را **پیشامدهای وابسته** گوئیم.

پیشامدهایی غیر وابسته، **مستقل** خوانده می شوند؛ پس پیشامد تغییر M از ۰ به ۱ یا بالعکس، به پیشامد ورود وابسته بوده؛ بنابر این پیشامدی وابسته است. از مباحث فوق می توان این طور نتیجه گرفت که بدلیل وابستگی پیشامدهای وابسته به پیشامدهای مستقل در ایجاد مدل، کافی است فقط پیشامدهای مستقل پیش بینی و پردازش شوند و رخداد پیشامدهای فرعی را بعد از رخداد پیشامدهای مستقل نظیر آنها در منطق مدل پیاده سازی کرد.

مقادیر متغیرها می تواند در یک بازه یا در یک مجموعه از نقاط تغییر پیدا کند. به عنوان نمونه مدت ویزیت پزشک می تواند در یک بازه صورت گیرد و مدت ویزیت هر مریض می تواند هر مقداری از این بازه باشد. اما متغیری مانند تعداد مریض ها در یک مجموعه متناهی $\{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ تعریف می شود که در آن n حداکثر مریضی است که، یک پزشک می تواند در یک دوره ویزیت کند. این گونه تفاوت ها برای مقدارگیری متغیرها سبب شده که متغیرها را به متغیرهای پیوسته و گسسته طبقه بندی کنند. همین تفاوت مبنای رده بندی انواع شبیه سازی نیز شده است. شبیه سازی بر اساس اینکه متغیرهای داخلی تعریف شده سیستم آن پیوسته یا گسسته باشند، به شبیه سازی گسسته یا پیوسته دسته بندی می شود.

بررسی رفتار و فرآیندها در شبیه سازی پیوسته به وسیله معادلات رفتاری، که عموماً از جنس معادلات دیفرانسیل (اعم از معمولی و با مشتقات جزئی) هستند؛ مورد بررسی قرار می گیرند. زبان هایی همچون DESIRE، MODELLER و... در این زمینه وجود دارند.

روشن است که در شبیه سازی گسسته پیشامد نوع متغیرهای داخلی از نوع گسسته می باشند؛ مانند سیستم فروش بنزین در جایگاه، بیمارستان و داروخانه، بهره برداری مخابرات و... زبان هایی همچون فرترن، SLAM، Arena، ALGOL و... در این زمینه وجود دارند.

نمودار ۱-۱ تغییرات متغیر پیوسته x نمودار ۲-۱ تغییرات متغیر گسسته x

۱-۶ انواع مدل

اکنون نوبت آن رسیده که منظور خود را از مدل به روشنی بیان کنیم و انواع آن را مطرح کرده؛ آنچه را که از آن در شبیه‌سازی انتظار داریم طرح نماییم. مدل در زمینه‌های مختلف علمی و کاری تعبیر و معانی خاصی دارد. منظور ما از لفظ **مدل سیستم**، یک شی مرکب است که از ترکیب مناسب ویژگی‌ها و اطلاعات لازم جهت بررسی سیستم ایجاد می‌شود. این ترکیب باید به‌نحوی صورت گیرد که بتواند معرف معقولی از خود سیستم باشد. یک مدل خوب انعکاس دهنده رفتار سیستم با مصالح و موادی غیر از اشیای واقعی و با مقیاسی متفاوت است.

با توجه به تعریف فوق روشن است که ایجاد مدل خوب در واقع به مهارت ایجاد یک ترکیب مناسب و کارآمد از ویژگی‌ها و اطلاعات بر می‌گردد و این سبب می‌شود که همواره نظرات کارشناسی راجع به میزان و اندازه نقش اشیا و ویژگی‌ها متفاوت باشد. لذا یک سوال مهم می‌تواند این باشد که چرا باید مدل داشته باشیم؟

آیا نقشی که مدل در کل بررسی سیستم ایفا می‌کند به قدری ارزشمند است که زحمت ساخت آن را به خود بدهیم؟

واقعیت این است که بسته به اهمیت و پیچیدگی سیستم ساخت مدل می‌تواند موضوعی بسیار جدی محسوب شود. اگر مساله آن قدر اهمیت ندارد یا به‌قدری ساده است که می‌توان راهکار ساده‌ای برای تجزیه و تحلیل ارایه کرد؛ جواب منفی است، یعنی ضرورتی به طرح مدل نیست. ولی تصور کنید که با یک سیستم تولیدی پیچیده روبه‌رو هستید که باید آماره‌های مشخصی از آن محاسبه و طرح‌های جدیدی را برای اجرا ارزیابی کنید.

روشن است که اعمال هرگونه تصمیم نابهینه روی خط تولید سبب افزایش هزینه، از بین رفتن زمان و به تاخیر افتادن سفارش‌ها و به طور کلی هدر رفتن منابع خواهد شد. مسلماً وجود ابزاری که بتوان درستی تصمیم‌گیری‌های متفاوت را بدون مواجهه با این مشکلات سنجد ضروری و حتی اجتناب‌ناپذیر است. این ابزار همان مدل است. در کل هزینه طراحی مدل در مقایسه با هزینه‌های اعمال تصمیم‌های نامناسب به سیستم، غیر قابل مقایسه می‌باشد.

با وجود یک مدل معتبر تحلیلگر به سادگی می‌تواند آزمون‌های مختلف و حتی متضاد را در سیستم آزموده و پاسخ سیستم به آن آزمون را بدون آنکه در جهان واقعی آشفتگی در کارکرد

سیستم ایجاد شود، بیابد. بدیهی است که تصمیم‌گیری بعد از آن با وجود پاسخ‌های متفاوت ساده تر خواهد بود.

مدل‌ها بر اساس انواع مختلف مسایل شکل‌های متفاوتی دارند. یکی از دقیق‌ترین آن‌ها، مدل‌های ریاضی هستند. که چنانکه قابل به کارگیری در مورد مساله‌ای باشند؛ می‌توانند به جواب‌هایی دقیق منجر شوند. به نمونه‌ای ساده از این مدل‌ها توجه کنید.

مثال ۱-۶-۱: فرض کنید ۳ انبار و ۴ مشتری موجودند. موجودی انبارها، تقاضای مشتریان و هزینه‌های ارسال از انبار i ($i = 1, 2, 3$) به مشتری j ($j = 1, 2, 3, 4$) در جدول زیر داده شده است. مطلوبست تعیین تعداد کالایی که بایستی از هر انبار به هر مشتری ارسال گردد تا هزینه کل ارسال مینیمم شود.

جدول ۱-۱

مشتری \ انبار	۱	۲	۳	۴	
۱	۲	۷	۶	۴	۱۵
۲	۷	۶	۲	۳	۲۰
۳	۳	۴	۵	۲	۱۰
موجودی \ تقاضا	۸	۵	۷	۲۵	

روش ریاضی برای حل این مساله یک روش مناسب است زیرا با یک مدل برنامه‌ریزی خطی می‌توانیم بهترین تصمیم را برای نحوه ارسال کالا از انبارها به مشتری‌ها که منجر به پرداخت کمترین هزینه ارسال می‌گردد اتخاذ کنیم.

فرض کنید x_{ij} تعداد کالایی باشد که بایستی از انبار i به مشتری j ارسال گردد.

در این صورت مدل ریاضی این مساله حمل و نقل عبارتست از:

$$\min Z = 2x_{11} + 7x_{12} + 6x_{13} + 4x_{14} + 7x_{21} + 6x_{22} + 2x_{23} + 3x_{24} + 4x_{31} + 5x_{32} + 2x_{33}$$

st

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 15$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 20$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 10$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 8$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 5$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 7$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} \geq 25$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$j = 1, 2, 3, 4$$

(۱)

Z کل هزینه ارسالی است که قصد داریم آن را مینیمم کنیم و سه قید اول نیز تضمین می کنند که تعداد کالاهای ارسالی از انبارها از موجودی انبارها بیشتر نخواهد بود و چهار قید آخر نیز تضمین می کنند که هر مشتری حداقل به تقاضای خود خواهد رسید.

مدل (۱) نمونه ای از یک مدل ریاضی است که در آن توانستیم هزینه ارسال و محدودیت های مساله را به وسیله روابط و علائم ریاضی نشان دهیم. اکنون اگر آن را حل کنیم؛ می توانیم بهترین تصمیم گیری را برای نحوه ارسال برای رسیدن به کمترین هزینه ارسال اتخاذ نماییم.

جواب بهینه عبارتست از :

$$x_{11}^* = 8, x_{14}^* = 7, x_{22}^* = 7, x_{23}^* = 13, x_{24}^* = 5, x_{33}^* = 5, Z^* = 127$$

این جواب در واقع بهترین استراتژی ارسال را نشان می دهد. مطابق این جواب بهترین ارسال ۱۵ واحد کالای انبار اول آن است که ۸ واحد آن را برای مشتری اول و ۷ واحد ما بقیه را برای مشتری چهارم بفرستیم و به همین ترتیب. کمترین هزینه ارسال برابر ۱۲۷ واحد پولی خواهد

بود. بدیهی است هیچ استراتژی ارسالی دیگری نمی تواند منجر به ارسالی با هزینه کمتر از ۱۲۷ واحد پولی شود.

اما متأسفانه مدل های ریاضی همواره نمی توانند به کار گرفته شوند. دلیل این امر را می توان در کیفی بودن برخی مسایل و پیچیده تر شدن روابط جستجو کرد. مثلاً ما نمی توانیم مفاهیمی مانند رقابت، همکاری خوب، شرایط مناسب و .. را با علائم ریاضی نشان دهیم.

دسته دیگری از مدل های کاربردی مدل های فیزیکی هستند. این نوع مدل ها بیشتر جنبه فیزیکی دارند و در مقایسه با خود سیستم از مقیاس کوچک تری برخوردارند. ماکت هایی که از ماشین یا ساختمان تهیه می شوند یا مجسمه افراد در واقع مدل های فیزیکی آن اشیا و افراد به حساب می آیند.

موضوع زمان در بررسی سیستم ها و علی القاعده در طراحی مدل ها موضوعی بسیار مهم محسوب می شود. در بیشتر موارد فرآیندها و فعالیت ها در سیستم ها در لحظه خاصی شروع می شوند و با گذر زمان تکامل می یابند و در لحظه ای خاص تکمیل می شوند. بدیهی است که مدل های مناسب برای بررسی این نوع سیستم ها بایستی بعد زمان را لحاظ کنند و فعالیت ها را در گذر زمان تکامل دهند. این مدل ها که زمان جزء مهمی از آن ها محسوب می شود؛ به مدل های پویا معروفند. سیستم دانشگاه، جایگاه فروش بنزین، سیستم بیمارستان، نیروگاه و ... جملگی از سیستم هایی هستند که نیازمند مدل های پویا می باشند. در قبال مدل های پویا مدل هایی وجود دارند که زمان، هیچ نقشی در نتایج آن ندارد. به عنوان نمونه قانون فیثاغورث در مورد مثلث های قائم الزامیه که بیان می کند اگر a ، b و c ضلع های یک مثلث قائم الزامیه باشند و a وتر آن باشد؛ خواهیم داشت: $a^2 = b^2 + c^2$.

مدل ریاضی در مثال قبل نیز یک مدل ایستا ولی مدل ریاضی سرعت، $v = v_0 + \frac{1}{2}at^2$ یک مدل پویا است.

نوع دیگری از مدل ها که کاربرد فراوانی دارند مدل های تصادفی هستند. این مدل ها در واقع برای بررسی و تحلیل پدیده های تصادفی طراحی شده اند. به عنوان نمونه مدل طول عمر قطعات الکترونیکی مدل توزیع گاما می باشد، یا مدل پدیده های تصادفی که در آن ها نتیجه آزمایش چیزی جز شکست یا پیروزی نیست؛ مدل برنولی است.

مدل توزیع نمایی می‌تواند مدل مناسبی برای تعیین زمان‌های بین دو ورود خودروها به یک جایگاه فروش بنزین باشد.

غالب مدل‌های شبیه‌سازی مدل‌های پویا هستند زیرا سیستم‌ها با گذر زمان فرآیندهای کاری را شروع و تکمیل می‌کنند و به مرحله‌ی پایانی می‌برند. در مدل‌های شبیه‌سازی به طور مرتب از مدل‌های تصادفی برای شناسایی متغیرهای سیستم بهره می‌گیریم.

۷-۱ قدم‌های یک شبیه‌سازی موفق

قبل از هر چیز یادآوری می‌کنیم که یک مطالعه‌ی شبیه‌سازی از یک سری گام‌های ساده تشکیل شده است. این گام‌ها که به اختصار آن‌ها را در ادامه توضیح می‌دهیم؛ راهنمایی‌هایی کلی از انجام یک پروژه شبیه‌سازی است.

۹ گام انجام یک پروژه شبیه‌سازی عبارتند از:

۱- تعریف مساله.

۲- تعیین هدف (یا اهداف) شبیه‌سازی و تعریف سیستم اندازه‌گیری عملکرد.

۳- توصیف سیستم و ارایه‌ی فرض‌های اولیه.

۴- تنظیم با قابلیت تبدیل.

۵- جمع‌آوری داده‌ها و اطلاعات.

۶- ساخت مدل کامپیوتری.

۷- بررسی صحت و اعتبار مدل.

۸- اجرای آزمایش‌های شبیه‌سازی.

۹- آنالیز یافته‌ها (جواب‌ها).

به اختصار هر گام را در ادامه توضیح می‌دهیم:

۱- تعریف مساله یا روشن کردن مشکل:

ایجاد مدلی که بتواند یک سیستم را از همه زوایای واقعی نشان دهد غیر ممکن یا حداقل بسیار پرهزینه است. معمولاً چنین مدل‌هایی در صورت ساخت، مدل‌هایی با اعتبار بالا محسوب نمی‌شوند. از اینرو یک شبیه‌ساز به جای فکر ساختن و یا داشتن مدلی جامع از کل سیستم، بایستی دقیقاً مشکل را طرح و برای پرداخت و رسیدن به جواب مناسب آن مدل را ساماندهی کند.

بنابراین اولین توصیه مناسب و سر راست، شناسایی مشکل و تعریف واضحی از آن است.

۲- تعیین هدف یا اهداف شبیه‌سازی و تعریف سیستم اندازه‌گیری عملکرد:

یک مطالعه شبیه‌سازی بدون داشتن هدف یا اهداف شبیه‌سازی در واقع یک مجموعه از پراکنده کاری‌های بی ارزش محسوب می‌شود؛ اهداف شبیه‌سازی راهنمای تنظیم قدم‌های شبیه‌سازی است. در واقع اهداف شبیه‌سازی برای تحلیلگر سیستم مشخص می‌کند که چه اشیایی با چه ویژگی‌هایی و با چه مقادیری در مدل باید حضور داشته باشند. اطلاعات و داده‌هایی که بایستی از سیستم جمع‌آوری گردند با توجه به اهداف شبیه‌سازی معین می‌گردند.

اهداف شبیه‌سازی در واقع مجموعه خواسته‌های ما از سیستم است که با انجام این روش علمی (شبیه‌سازی کامپیوتری) قصد رسیدن به آنها را داریم. گاهی اوقات اهداف می‌تواند به صورت سؤالاتی از قبیل "آیا برای پاسخ به سفارش رسیده گزینه بهینه استخدام نیروی جدید است یا استفاده از اضافه کاری پرسنل موجود؟" و یا "استخدام و به کار گماری چند نفر می‌تواند ما را به آمارهای آرمانی سیستم برساند؟" باشد.

سؤالاتی از قبیل درصد اشتغال کارکنان، میانگین وزنی صف‌های سیستم، متوسط زمان سپری شده در سیستم، حداکثر طول صف‌ها و ... می‌تواند بخشی از اهداف مطالعه یک سیستم باشد.

در وضعیتی که مدیران سیستم با مساله تصمیم‌گیری مواجه هستند، تعیین نتایج شبیه‌سازی شده هر تصمیم می‌تواند اهداف شبیه‌سازی را تشکیل دهد. در چنین وضعیت‌هایی شبیه‌ساز می‌تواند با تعریف سیستمی از ابزارهای اندازه‌گیری در مورد عملکرد سیستم، اعمال

تصمیم‌های مختلف بر سیستم را با اندازه‌گیری شاخص‌ها روشن سازد و به این ترتیب مدیریت با بینشی روشن‌تر می‌تواند به تصمیم‌گیری بپردازد.

در یک مطالعه شبیه‌سازی، نظام اندازه‌گیری معیارهای عملکردی سیستم بایستی تعیین شده باشد. وجود چنین نظامی معین می‌دارد که چه آماره‌هایی از سیستم و به چه شیوه‌ای تعیین شده‌اند. به عنوان نمونه وقتی آزمایش‌های شبیه‌سازی به تعداد کافی انجام شد؛ نتیجه‌نهایی که برآیند همه نتایج متعدد اجراهاست چگونه باید محاسبه شود؟ یا برای کاهش واریانس که برای کاستن مغایرت نتایج اجراهای متفاوت شبیه‌سازی اعمال می‌شود از چه روش‌هایی باید استفاده گردد؟

۳- توصیف سیستم و ارایه فرض‌های اولیه :

منظور از توصیف سیستم در واقع مشخص کردن اجزای تعریف سیستم است؛ یعنی مشخص کردن اشیای سیستم، ویژگی‌های آن‌ها (با توجه به هدف یا اهداف شبیه‌سازی) و بیان روابط و قوانین حاکم بر اشیاء و ویژگی‌های شان.

به عنوان نمونه اگر سیستم تحت بررسی یک سیستم تولیدی یا یک سیستم حمل و نقل یا یک سیستم خدماتی و ... باشد، بایستی اجزا (کالاها، مشتریان یا اطلاعات) مسیرها، تبدیلات (شامل چگونگی مونتاژ، ترکیب‌ها یا جداسازی‌های عملیاتی) و نحوه کنترل جریان، مدت انجام فرآیندها، نوع سیستم سفارش دهی و ... دقیقاً مشخص شوند. در نحوه کنترل جریان چنانکه پیش شرط‌هایی برای شروع یا باز فعالی یک عملیات وجود دارد باید دلایلی متوقف‌سازی یک فعالیت، نقطه باز وابستگی فعالیت‌ها نیز در این مرحله توصیف شوند.

بدیهی است توصیف وضعیت واقعی مساله به صورت یک توصیف کامپیوتری به طوری که ایجاد سیستم به صورت یک مدل کامپیوتری شدنی (امکان‌پذیر) شود به فرض‌های ساده‌کننده‌ای نیاز دارد، لذا ارایه‌ی لیستی از پیش فرض‌های اولیه در این مرحله از شبیه‌سازی ضروری است. وجود چنین لیستی ایجاد مدل کامپیوتری را تا اندازه زیادی ساده خواهد کرد.

توصیه انیشتن جالب است: "تا می‌توانید ساده سازی کنید ولی نه با سادگی"

۴- تنظیم با قابلیت تبدیل :

تنظیم سناریوهای مختلفی که مدل با هر اجرا باید آن‌ها را تولید کند؛ از اهمیت بالایی برخوردار است. تنظیم مدل به گونه‌ای که بتوان مدل ساخته شده را به مدل‌هایی دیگر تبدیل نمود از ارزش‌های مدل‌سازی شبیه‌سازی شمرده می‌شود. قابلیت سادگی تبدیل یک مدل جهت تولید جواب‌های دگرین برای نگرش‌های مختلف به سیستم در مطالعات شبیه‌سازی فوق‌العاده اهمیت دارد.

۵- جمع آوری داده‌ها و اطلاعات :

داده‌ها و اطلاعاتی که از سیستم جمع‌آوری می‌شوند اصلی‌ترین ابزارهای شناسایی رفتار سیستم به شمار می‌آیند؛ یعنی ما با اطلاعات و داده‌هایی که از سیستم جمع‌آوری می‌کنیم خواهیم توانست رفتار سیستم را در قالب نوع پیشامدها شناسایی نماییم. روشن است هرگونه خطا در این بخش سبب خواهد شد که به شناختی درست از عملکرد سیستم دسترسی پیدا نکنیم و بالطبع نتایج حاصل ارزش خواهند بود. به عنوان نمونه ما با جمع‌آوری زمان‌های بین دو ورود متوالی به یک سیستم بیمارستان می‌توانیم نوع توزیع احتمالی ورود به سیستم بیمارستان را تعیین کنیم لذا اگر داده‌های جمع‌آوری شده از این مدت‌ها به شیوه مناسب صورت نگرفته باشد قطعاً توزیع مستخرج از آن‌ها نیز نمی‌تواند معرف درستی از توزیع ورود به بیمارستان باشد. حجم نمونه، نوع نمونه‌گیری و زمان‌های نمونه‌گیری از مواردی هستند که به عنوان مثال باید هنگام جمع‌آوری داده‌ها طرحی برای آن داشته باشیم. داده‌های جمع‌آوری شده نه تنها برای برآورد پارامترهای ورودی سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند بلکه هنگام بررسی اعتبار مدل نیز جهت مقایسه نتایج حاصل از اجرای مدل شبیه‌سازی با داده‌های واقعی می‌توانند مورد بهره‌برداری قرار گیرند.

در جمع‌آوری داده‌ها توصیه می‌کنیم داده‌ها از اطلاعات ذخیره شده در سیستم (ثبت شده‌ها) یا اطلاعات حاصل از آزمایش‌ها یا محاسبات که انجام شده است استخراج شوند؛ زیرا این گونه اطلاعات مبنای دقیق تری برای محاسبات شبیه‌سازی ایجاد می‌کنند.

ولی گاهی از اوقات حتی دسترسی به اطلاعات موجود میسر نیست و یا ایجاد بانک اطلاعاتی از آن‌ها با صرف وقت و هزینه بالایی میسر است. در چنین مواقعی به جای جمع‌آوری واقعی داده‌ها می‌توان به تقریب‌های از داده‌ها از طریق اهل فن و خبره بسنده کرد البته در این صورت مدل باید از یک روش تحلیل حساسیت برای ارزیابی بهره‌گیرد.

گاهی نیز از توزیع های جایگزینی مانند توزیع مثلثی یا یکنواخت برای تولید داده ها استفاده می کنیم.

۶- ساخت مدل کامپیوتری:

در این مرحله همه لوازم ضروری برای ایجاد مدل به صورت کامپیوتری مهیاست، یعنی می دانیم که مساله چیست، اهداف کدامند؛ و سیستم را بوضوح توصیف کرده؛ داده های لازم را جمع آوری کرده ایم.

مدل کامپیوتری را در دو مرحله رسم فلوچارت شبیه سازی و کد نویسی به سرانجام می رسانیم. فلوچارت های شبیه سازی را در فصل بعد با مثال های متعدد توصیف خواهیم کرد و کد نویسی و ایجاد مدل را به صورت *visual* با *Arena* شرح خواهیم داد. این نرم افزار قادر است مدل ایجاد *visual* را به طور اتوماتیک کد نویسی کند. جزییات بیشتر را در فصل مربوط تشریح می کنیم.

۷- بررسی صحت و اعتبار مدل:

این مرحله یکی از مهم ترین مراحل شبیه سازی محسوب می شود؛ که در آن باید مدل ایجاد شده را از حیث صحت و اعتبار ارزیابی کنیم. منظور از صحت مدل آن است که آیا مدل ایجاد شده همان است که می خواستیم؟ آیا مدل به درستی، منطق مورد نظر ما را دنبال می کند؟ برای پاسخ به این سوال مهم بایستی جزء به جزء مدل را کنترل کنیم تا مطمئن شویم آنچه که می خواهیم درست لحاظ شده است. در این مرحله تعاریف متغیرها، روابط، ویژگی ها، ارتباطات بین آن ها و قوانین حاکم بر آن ها در منطق مدل کنترل می شوند.

روش های مختلفی برای بررسی صحت مدل وجود دارد. یکی از رایج ترین آن ها کنترل توازن ساعت شبیه سازی و انیمیشن مدل هنگام اجرای مدل است. در سرعت پایین اجرا، می توانید نحوه کار مدل را به صورت *visual* ملاحظه کنید. در چنین وضعیتی طرز مصرف منابع، مولفه های جریان و نحوه به کارگیری ویژگی های اشیاء را ملاحظه خواهید کرد و چنانکه مشکلی در کار کرد مدل ملاحظه نمایید می توانید در پی رفع آن باشید. بعضی اوقات اجرای مدل با مفروضات ساده کننده اجرایی، مفید است؛ به این معنی که در مراحل اولیه ی بررسی صحت کارکرد مدل، سعی کنید مدل را در ساده ترین شکل اجرایی، اجرا نمایید و بتدریج فرض های تکمیلی را به مدل بیفزایید و در هر مرحله از کارکرد مدل اشکال زدایی کنید. توصیه می شود

این مرحله توسط یک تحلیلگر دیگر بجز خود طراح مدل کنترل شود. اما منظور از بررسی اعتبار مدل پاسخ دقیق به این چند سوال است که:

کارکرد مدل ایجاد شده تا چه اندازه به کارکرد سیستم واقعی نزدیک است؟

آیا مدل ایجاد شده جانشین مناسبی برای سیستم واقعی است؟

آیا نتایجی را که از مدل خواهیم گرفت؛ می توان در سیستم واقعی به کار بست و بر اساس آن نتایج در سیستم واقعی، به عملیات دست زد؟

واقعیت این است که ساختن مدل آسان ولی ساختن یک مدل خوب دشوار است.

دشوار به این معنی که دقت و هوشمندی زیادی برای ایجاد یک مدل شبیه سازی مناسب لازم است. طراحی یک مدل خوب یعنی مدلی که بتواند جایگزین قابل قبولی به جای سیستم واقعی باشد مستلزم حوصله، دانش و دقت زیادی است. لازم به ذکر است که نایستی از مدل انتظار داشته باشیم که بتواند ۱۰۰٪ جایگزین سیستم واقعی شود چرا که این خواسته اساساً درست نیست. آنچه که از یک مدل خوب انتظار می رود آن است که بتواند اهداف مورد نظر شبیه ساز را از سیستم در حد قابل قبولی ایجاد کند. بدیهی است که هر چقدر اعتبار مدل بالا باشد؛ سطح رضایت مندی از آن نیز بالا خواهد بود.

چنانکه سیستم از داده ها و اطلاعات ثبت شده بهره می برد؛ می توانید از آن ها برای بررسی اعتبار مدل استفاده کنید. سیستم واقعی با وجود شرایطی معین به نتایج مشخصی دست یافته است، شما آن شرایط معین را به مدل تحمیل و شاخص های عملکردی را به وسیله مدل اندازه گیری کنید. اکنون با مقایسه اندازه های کارکردی مدل و آنچه که خود سیستم به آن ها دست یافته است می توانید راجع به اعتبار مدل قضاوت یا حداقل برای بهبود عملکرد آن اقدام نمایید.

به عنوان نمونه یک آژانس تاکسی تلفنی را که در دفتر آن زمان های تقاضای سرویس مشتریان و مدت های سفر رانندگان آن ثبت شده است؛ را در نظر بگیرید.

می توانید به عنوان نمونه متوسط زمان مسافرت هر راننده، متوسط زمان انتظار مشتری تا دریافت سرویس و درصد اشتغال هر راننده را از دفاتر آژانس استخراج کنید. سپس این آمارها را از مدل محاسبه و آن ها را با هم مقایسه نمایید. نزدیکی و قابل قبول بودن این نتایج اثبات

کننده اعتبار آن خواهد بود. در غیر این صورت مجدداً باید در پی رفع مشکلات مدل اعم از صحت مدل، صحت جمع آوری داده ها و ... باشیم.

در این روش که از گذشته سیستم برای آزمون اعتبار مدل سیستم بهره می گیریم باید توجه داشته باشید که داده های ورودی و پاسخ های سیستم، همگی باید مربوط به یک دوره زمانی باشند چرا که اگر داده ها و پاسخ ها از دوره های مختلف عملکردی سیستم باشند نتایج حاصل گمراه کننده خواهند بود و لذا نمی توانند ملاکی برای اعتبار مدل باشند. یکی دیگر از توانایی های یک مدل معتبر، توانایی انعطاف آن در قبال تغییر پارامترهای ورودی است. یعنی اگر قرار باشد مقادیر برخی از متغیرهای ورودی مانند توزیع ورود، توزیع سرویس ها و ... را تغییر دهیم آیا مدل قادر خواهد بود پیش بینی کند که تحت شرایط همانند در سیستم واقعی چه رخ خواهد داد؟

با این دیدگاه نگرش ما به مدل یک نگرش سیستم های ورودی - خروجی است. سیستمی که با دریافت ورودی های مشخص، خروجی هایی را متناسباً تولید یا ایجاد می کند. در واقع اعتبار مدل یعنی اعتبار چنین تبدیلی.

با استفاده از این ویژگی می توانید با تغییر پارامترهای ورودی و اخذ خروجی های مربوط، انعطاف پذیری مدل را اندازه گیری کنید. قطعاً مدلی که نتواند پاسخ های مناسبی در قبال ورودی های مختلف ایجاد کند از حیث اعتبار مورد سوءظن خواهد بود.

نکته دیگری که بایستی بدان توجه کنید آن است که معمولاً مدل های جدیدی که برای یک سیستم طراحی می شوند؛ نسخه های جدید و اصلاح شده مدل های قدیمی خود هستند که قبلاً احراز اعتبار شده اند. پس احتمالاً شبیه ساز یک نسخه قدیمی معتبر از سیستم در دست دارد؛ از این رو می تواند از مقایسه پاسخ های دو مدل تحت شرایط ورودی یکسان برای بررسی اعتبار مدل جدید بهره گیرد.

توجه دارید برای سیستم هایی که اطلاعات ذخیره شده ندارند، شبیه ساز در مراحل قبلی از کارکرد سیستم برای طراحی مدل و شناسایی پارامترهای ورودی داده ها استفاده و اطلاعاتی را از سیستم جمع آوری کرده است؛ لذا این اطلاعات هم می توانند همانند آنچه که قبلاً گفته شد به کار بیایند. در صورتی که این مقدار اطلاعات برای بررسی کافی نباشد باید بانک اطلاعات ایجاد و بعد از گذشت زمان با تکمیل بانک اطلاعاتی اعتبار مدل را احراز و بعد از آن برای پیش بینی، از مدل برای سیستم استفاده کنید.

۸- اجرای آزمایش های شبیه سازی:

اجرای مدل شبیه سازی توسط کامپیوتر بسیار شبیه به انجام آزمایش توسط شیمی دان ها یا فیزیک دان ها می باشد. همان طور که یک شیمی دان یا فیزیک دان برای حصول به نتیجه ی دقیق، شاید مجبور به تکرار آزمایش های خود باشد یک شبیه ساز نیز برای به دست آوردن پاسخ های قابل اعتماد مجبور خواهد بود که برنامه شبیه سازی را به تعداد زیادی اجرا کند.

البته به دلیل ماهیت تصادفی سیستم ها نتایج اجراهای متفاوت شبیه سازی منجر به خروجی های متناوب خواهد شد. از این رو یک شبیه ساز باید برای آزمایش های شبیه سازی خود طرح آزمایش داشته باشد.

همچنانکه یک شیمی دان برای انجام آزمایش خود مجبور است طرحی برای عوامل آزمایش، مانند دمای محیط آزمایش، نوع کاتالیزور، مدت ایجاد شرایط خاص، فشار محیط و ... داشته باشد یک شبیه ساز نیز باید برای نمونه، طرحی برای تعداد آزمایش ها، روش کاهش واریانس، نحوه اخذ جواب نهایی از جواب های متعدد آزمایش های تکراری و مدت شبیه سازی و ... داشته باشد.

به عنوان مثال جدول صفحه ی بعد نمونه ایی از ۶ آزمایش تکراری از مدل شبیه سازی یک بانک که در آن تعداد ورود در ساعت، متوسط زمانی سرویس تحویلدار و متوسط مدت تاخیر در سرویس را در هر اجرا نشان می دهد:

فصل دوم

نمونه‌هایی از شبیه‌سازی

جدول ۲-۱

تکرار	تعداد (نفر)	میانگین زمانی سرویس تحویل‌دار (دقیقه)	متوسط مدت تاخیر (دقیقه)
۱	۵۱	۱/۰۷	۲/۷۹
۲	۴۰	۱/۱۲	۱/۱۲
۳	۴۵	۱/۰۶	۲/۲۴
۴	۵۰	۱/۱۰	۳/۴۵
۵	۵۳	۱/۰۹	۳/۱۳
۶	۴۹	۱/۰۷	۲/۳۸

مدت شبیه‌سازی ۲ ساعت بوده است. به عنوان نمونه در اجرای اول مدل در مدت ۲ ساعت ۵۱ نفر مشتری به بانک مراجعه داشته‌اند و متوسط زمان سرویس تحویل‌دار ۱/۰۷ دقیقه و متوسط مدت تاخیر مشتری برای دریافت سرویس ۲/۷۹ دقیقه بوده است؛ در حالی که در تکرارهای بعدی این ارقام متفاوت است.

۹- آنالیز یافته‌ها:

در این مرحله که آخرین مرحله اجرای یک پروژه شبیه‌سازی است بایستی با استفاده از گزارش‌ها، نمودارها، گراف‌ها، انواع منحنی‌ها و آماره‌ها؛ نتایج و ارقام حاصل را در راستای اهداف شبیه‌سازی بیان کنید.

گزارش‌ها بایستی به صورت معنی دار بتوانند تاثیرات تغییرات را در سیستم به‌وسیله متغیرها و پارامترهای ورودی نشان دهند و چنانکه مساله تصمیم‌گیری در میان باشد نتایج حاصل از هر تصمیم به گونه‌ای مقایسه پذیر در گزارش‌هایی آورده شوند. آماره‌های مربوط به اهداف باید محاسبه و در گزارش کاری به‌صورت روشن بیان شوند. مانند میانگین، واریانس، ضریب همبستگی و ...

فصل دوم

نمونه‌هایی از شبیه‌سازی

۱-۲ مقدمه

در این فصل قصد داریم قبل از ورود به مباحث جدی‌تری از شبیه‌سازی، با نمونه‌هایی از شبیه‌سازی سیستم‌ها آشنا شویم تا با درک بهتر انگیزه بیشتری برای دنبال کردن مطالب بعدی داشته باشیم.

ابتدا ترجیح می‌دهیم برخی از سیستم‌ها را به طور دستی شبیه‌سازی کنیم تا مرحله به مرحله با گام‌های آن آشنا شوید. بدیهی است بعد از درک این قسمت، در شبیه‌سازی کامپیوتری این مباحث با نرم افزار به سرعت ایجاد و اجرا خواهند شد و انتظار می‌رود که شما تمام جزئیات اجرای آن را درک کنید.

اکنون قصد داریم چند نمونه از شبیه‌سازی سیستم‌ها را به صورت دستی انجام دهیم. بررسی این نمونه‌ها شامل ۴ مرحله خواهد بود.

۲-۲ شبیه‌سازی دستی سیستم‌ها

مرحله ۱: نوع ورودی‌ها را به سیستم، مشخص کنید. عمدتاً توابع توزیع احتمال پیوسته یا گسسته برای تشریح آن‌ها کافی است.

مرحله ۲: ایجاد یک جدول شبیه‌سازی: هر سیستم جدول شبیه‌سازی مربوط به خود را دارد و در آن اطلاعات لازم ایجاد شده و محاسبه گردیده؛ درج می‌گردد.

مرحله ۳: با توجه به هدف یا اهدافی که از شبیه‌سازی سیستم دنبال می‌کنید برای ورودی مشخص، مقداری را محاسبه و در جدول ثبت کنید و مجدداً ادامه‌ی بررسی از مرحله ۱ قابل پیگیری است.

مرحله ۴: مراحل ۱ تا ۳ را تا وقوع شرط توقف (برآورده شدن هدف) ادامه دهید.

مدل‌های صفی و مدل‌های کنترل موجودی از پر کاربردترین مدل‌هایی است که توسط شبیه‌سازی مورد تحلیل قرار می‌گیرند. قبل از اینکه نمونه‌ها را ذکر کنیم لازم است چند کلمه کلیدی که به طور عام در این درس مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ را معرفی نماییم. این کلمات عبارتند از:

۱- **مشتری:** به هر نهادی که برای دریافت هر نوع سرویس یا خدمت (خدمات) به یک سیستم مراجعه کند یا ارجاع داده شود؛ گفته می‌شود. متقاضی نام دیگر مشتری است.

به عنوان نمونه می‌توان به مردمی که به بانک مراجعه می‌کنند؛ ماشین‌های صنعتی که برای تعمیر به کارگاهی ارسال می‌شوند؛ کامیون‌هایی که به یک معدن مراجعه می‌کنند تا بارگیری کنند، کشتی‌هایی که برای تخلیه بار به بندر مراجعه می‌کنند، هواپیماهایی که برای دریافت بنزین یا فرود به یک فرودگاه می‌آیند، بیمارانی که برای دریافت خدمات پزشکی به بیمارستان می‌روند، جعبه‌هایی که برای بار گذاری به یک دستگاه ارجاع داده می‌شوند، نامه‌هایی که برای شماره خوردن به دبیرخانه ارجاع می‌شوند و ...

۲- **سرویس دهنده:** (خدمت دهنده) به هر نهادی که آمادگی ارائه‌ی خدمت (یا خدماتی) را به مشتری‌ها داشته باشد؛ اطلاق می‌شود.

به طور مثال تاپیستی که سرویس تایپ ارائه می‌دهد، جرثقیلی که بار روی کشتی را برداشته؛ آن را تخلیه می‌کند، پزشکی که مریضی را ویزیت می‌کند، مکانیکی که ماشینی را تعمیر می‌کند، ماشین لباسشویی که لباس‌های چرک را می‌شوید، راننده آژانسی که مسافر را جا به جا می‌کند و ... نمونه‌هایی از سرویس دهنده‌ها محسوب می‌شوند.

نباید چنین پنداشت که همواره مشتری برای دریافت سرویس به سرویس دهنده مراجعه می‌کند یا ارجاع داده می‌شود. مثلاً پزشکی که برای ارائه خدمات پزشکی در صحنه حادثه‌ای حاضر می‌شود نمونه‌ای از مراجعه سرویس دهنده به مشتری است.

۳- جمعیت مشتری: مجموعه نهادهای بالقوه‌ای هستند که می‌توانند مشتری شوند، یعنی بالقوه مشتری محسوب می‌شوند و در صورت پیدا کردن نیاز به دریافت سرویس، عنوان مشتری به خود می‌گیرند.

به عنوان نمونه همه مردم جزء جمعیت متقاضی دریافت خدمات پزشکی محسوب می‌شوند. یا تاکسی‌داران یک شهر جمعیت متقاضی اتحادیه تاکسی‌داران به حساب می‌آیند. این جمعیت ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

یک کلاس درس متشکل از بیست دانشجو را برای یک درس در نظر بگیرید. در اینجا دانشجویان در حکم مشتری هستند که برای دریافت خدمات آموزشی به سرویس دهنده که در اینجا استاد آن درس است مراجعه کرده‌اند. جمعیت مشتری در اینجا متناهی و متشکل از بیست دانشجو می‌باشد. خدماتی که تنها به برخی از مسئولین بنا به اقتضای کاری‌شان داده می‌شود؛ نمونه دیگری از جمعیت مشتری متناهی است. به عنوان نمونه اتومبیل مخصوص مقامات عالی‌ه کشور که عمدتاً متشکل از یک عضو است.

علت دقت به جمعیت مشتری از نوع متناهی و نامتناهی بودن آن، این است که نوع آن می‌تواند آهنگ ورود به سیستم را تحت تاثیر قرار دهد. معمولاً در جمعیت مشتری نامتناهی بررسی ساده‌تر است.

۴- ظرفیت سیستم: توانایی سیستم را در ارائه خدمات به مشتری‌ها نشان می‌دهد. به عنوان نمونه یک هواپیما با ظرفیت ۲۰۰ نفر قادر به ارائه سرویس به بیش از دویست نفر نیست و مشتری‌های بعدی برای گرفتن سرویس پرواز موفق نخواهند بود. یا استخر با ظرفیت متناهی یا کارواش با پنج ماشین شوینده یا پارکینگ خودرو با ظرفیت ۴۰۰ خودرو نمونه‌هایی از سیستم‌هایی با ظرفیت محدود هستند. ولی سیستم شبکه اینترنت، یک سیستم با ظرفیت نامحدود است که در آن شمار زیادی از کاربران می‌توانند برای دریافت خدمات وارد شوند.

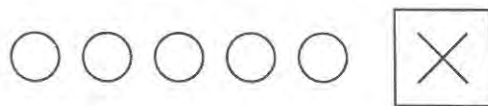
۵- صف: منظور همان خط انتظار برای دریافت سرویس است. هنگامی که ظرفیت سیستم برای ارائه خدمات محدود باشد؛ مشتری برای دریافت سرویس ناگزیر به تحمل انتظار می‌گردد. این خط انتظار صف نامیده می‌شود. تشکیل صف بر اساس قاعده و نظم صف شکل می‌گیرد. معروف‌ترین آن‌ها عبارتند از: ۱- *FIFO* - ۲- *LIFO* - ۳- تصادفی - ۴- اولی‌تی - ۵- کوتاه‌ترین مدت زمان.

در صفی با نظم *FIFO*^۱ هر مشتری که برای دریافت سرویس زودتر اقدام کند زودتر سرویس خواهد گرفت؛ مانند: صف کارواش یا صف تعمیر خودرو. در صف با نظم *LIFO*^۲ هر مشتری که برای دریافت سرویس دیر مراجعه کند (یا ارجاع داده شود) زودتر سرویس می‌گیرد. برای مثال وضعیتی را در نظر بگیرید که قطعات بعد از صیقل داده شدن روی هم قرار گرفته و بسته‌بندی شده‌اند و سپس برای رنگ‌کاری به بخش بعدی ارجاع داده می‌شوند. بدیهی است آخرین قطعه‌ای که برای صیقل خوردن ارجاع داده شده است اولین قطعه برای رنگ‌کاری خواهد بود.

در نظم تصادفی مشتریان به طور تصادفی برای دریافت سرویس انتخاب می‌شوند. مثلاً در یک برنامه و جشن کودکان، مجری به تصادف چند کودک را برای ارائه خدمات به روی سن دعوت می‌کند. در نظم اولی‌تی سرویس به مشتریان با اولی‌تی بالا، زودتر داده می‌شود. مثلاً در یک کارخانه تولید قطعات صنعتی، اولی‌تی تولید با قطعات صنعتی نظامی است تا تولید قطعات صنعتی مربوط به صنعت شکلات‌سازی یا یک پزشک بیمار اورژانسی را زودتر از یک بیمار عادی ویزیت می‌کند.

مثال ۲-۲-۱: سیستم یک صف یک سرویس دهنده

به عنوان اولین نمونه سیستم فروش بلیط در یک گیشه، بلیط فروشی را در نظر بگیرید. مردم برای دریافت بلیط به تنها فروشنده گیشه مراجعه می‌کنند. نرخ ورود مردم بالاتر از نرخ سرویس دهی است از این‌رو جلوی گیشه بلیط فروشی صف تشکیل می‌شود. هدف از شبیه سازی برآورد آمارهای عمومی مانند متوسط مدت سرویس‌دهی، درصد اشتغال و ... است. مشتری‌ها همان کسانی هستند که خواهان خرید بلیط می‌باشند و کارمند مسئول فروش بلیط همان سرویس دهنده است. فرآیند ورود مردم تصادفی و مدت فروش نیز از یک تابع توزیع احتمالی تبعیت می‌کند نظم سیستم *FIFO* و جمعیت متقاضی و ظرفیت سیستم نامتناهی است. شکل زیر تصویر کلی سیستم را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۱ تصویر سیستم یک صف یک سرویس دهنده

1- First in First out

2- Last in First out

به منظور تولید ورودی‌ها به گیشه فروش بلیط و همچنین مدت زمان فروش بلیط از توزیع احتمال معینی استفاده می‌کنیم. فرض کنید زمان بین ورودی‌های متوالی توزیع یکنواخت در $[۱, ۱۰]$ داشته باشد. جدول ۱-۲ توزیع مدت بین دو ورود را نشان می‌دهد. برای اینکه دریابید مشتری بعدی در چه زمانی وارد سیستم خواهد شد کافی است یک عدد بین ۱۰۰۰-۵۰۱ تولید کنید. سپس بر اساس بازه‌های جدول ۱-۲ فاصله زمانی معین خواهد شد. فرض بر این است که لحظه ورود اولین مشتری در زمان ۵۰ باشد. اکنون اگر بخواهیم زمان ورود مشتری دوم را محاسبه کنیم یک عدد تصادفی در نظر می‌گیریم، مثلاً ۶۷۳. از جدول ۱-۲ معلوم است که بین مشتری اول و دوم هفت دقیقه زمان خواهد بود. لذا مشتری دوم راس زمان ۷ وارد سیستم خواهد شد. همچنین چنانکه عدد تصادفی مثلاً ۳۹۴ باشد؛ مشتری سوم ۴ دقیقه بعد از مشتری دوم به سیستم مراجعه خواهد کرد و یعنی در لحظه ۱۱ و به همین ترتیب.

جدول ۱-۲ توزیع مدت بین دو ورود

مدت های بین ورود (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰/۱	۰/۱۰۰	۰۰۱-۱۰۰
۲	۰/۱	۰/۲۰۰	۱۰۱-۲۰۰
۳	۰/۱	۰/۳۰۰	۲۰۱-۳۰۰
۴	۰/۱	۰/۴۰۰	۳۰۱-۴۰۰
۵	۰/۱	۰/۵۰۰	۴۰۱-۵۰۰
۶	۰/۱	۰/۶۰۰	۵۰۱-۶۰۰
۷	۰/۱	۰/۷۰۰	۶۰۱-۷۰۰
۸	۰/۱	۰/۸۰۰	۷۰۱-۸۰۰
۹	۰/۱	۰/۹۰۰	۸۰۱-۹۰۰
۱۰	۰/۱	۱/۰۰۰	۹۰۱-۱۰۰۰

جدول ۲-۲ توزیع مدت سرویس دهی را نشان می‌دهد.

جدول ۲-۲ توزیع مدت سرویس دهی

مدت خدمت دهی (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰/۴۰	۰/۴۰	۰۱-۴۰
۲	۰/۳۵	۰/۷۵	۴۱-۷۵
۳	۰/۲۰	۰/۹۵	۷۶-۹۵
۴	۰/۰۵	۱/۰۰	۹۶-۱۰۰

فرض بر این است که مدت سرویس دهی بین یک تا چهار دقیقه به طول می‌انجامد. جدول فوق احتمال طول کشیدن سرویس را نشان می‌دهد. به عنوان نمونه فرض کنید مشتری اول وارد سیستم گردد، چه مدت برای زمان سرویس دهی به این مشتری پیش‌بینی می‌شود؟ کافی است عددی بین ۱ تا ۱۰۰ تولید شود، مثلاً ۱۲. در این صورت زمان پیش‌بینی شده برای ارائه‌ی خدمت یک دقیقه خواهد بود (دوازده در بازه اول تخصیص ارقام تصادفی است). به همین ترتیب می‌توان برای هر مشتری به محض شروع سرویس، مدت سرویس آن را پیش‌بینی کرد.

اکنون با در دست داشتن این جدول‌ها می‌توانید زمان ورود و مدت سرویس هر مشتری را پیش‌بینی کنید.

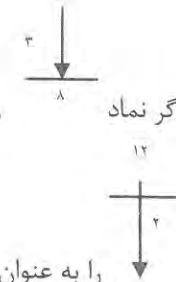
چون قرار است شبیه‌سازی را برای بیست و پنج مشتری انجام دهیم لذا می‌توانیم زمان‌های ورود و مدت سرویس‌گیری هر مشتری از این بیست و پنج مشتری را تولید کنیم و سپس برای محاسبه اهداف، مورد استفاده قرار دهیم.

جدول ۳-۲ شبیه‌سازی مدت بین دو ورود متوالی برای ۲۵ مشتری گیشه بلیط فروشی

مشتری	ارقام تصادفی	مدت بین دو ورود (دقیقه)	مشتری	ارقام تصادفی	مدت بین دو ورود (دقیقه)
۱	—	—	۱۳	۶۰۷	۷
۲	۳۵۴	۴	۱۴	۱۰۹	۲
۳	۷۵۳	۸	۱۵	۴۱۸	۵
۴	۲۳۵	۳	۱۶	۰۱۷	۱
۵	۸۸۵	۹	۱۷	۱۹۶	۲
۶	۴۹۳	۵	۱۸	۵۳۸	۶
۷	۷۲۷	۸	۱۹	۸۴۹	۹
۸	۱۱۱	۲	۲۰	۲۹۷	۳
۹	۲۵۸	۳	۲۱	۳۵۱	۴
۱۰	۲۱۲	۳	۲۲	۶۶۳	۷
۱۱	۱۷۹	۲	۲۳	۹۲۷	۱۰
۱۲	۴۰۲	۵	۲۴	۰۹۸	۱
			۲۵	۵۶۷	۶

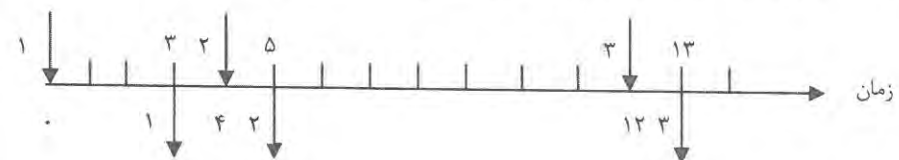
جدول ۴-۲ شبیه‌سازی مدت سرویس دهی ۲۵ مشتری گیشه بلیط فروشی

مشتری	ارقام تصادفی	مدت سرویس دهی (دقیقه)	مشتری	ارقام تصادفی	مدت سرویس دهی (دقیقه)
۱	۸۴	۳	۱۴	۳۲	۱
۲	۱۰	۱	۱۵	۹۴	۳
۳	۱۷	۱	۱۶	۷۹	۳
۴	۴۹	۲	۱۷	۰۵	۱
۵	۵۸	۲	۱۸	۵۲	۲
۶	۹۸	۴	۱۹	۶۳	۲
۷	۷۶	۳	۲۰	۳۴	۱
۸	۷۷	۳	۲۱	۸۸	۳
۹	۸۴	۳	۲۲	۳۰	۱
۱۰	۴۶	۲	۲۳	۵۰	۲
۱۱	۶۳	۲	۲۴	۹۹	۴
۱۲	۴۹	۲	۲۵	۷۴	۲
۱۳	۳۸	۱			



را به عنوان اینکه سومین مشتری در دقیقه ۸ وارد سیستم شده است و نماد

را به عنوان نمونه‌ای تفسیر کنیم که در لحظه ۱۲ مشتری دوم از سیستم خارج شده است؛ نمودار ارایه شده بخشی از ورود و خروج مشتری‌ها را نشان می‌دهد.



نمودار ۲-۱

نکته مهم مسأله‌ی گذر زمان، در مدل است. زمان را با متغیری به نام *clock* که ساعت شبیه‌سازی نام دارد عبور می‌دهیم. با تغییر مقدار این متغیر، زمان در مدل سپری می‌شود. مثلاً وقتی داشته باشیم $clock = ۷$ بدین معنی است که زمان در لحظه ۷ در مدل متوقف شده است و کاربر این فرصت را دارد که پیشامدهای رخ داده در این لحظه را پردازش کند. برای پیشبرد زمان کافی است بنویسیم مثلاً $clock = ۱۲$ ، با این فرمان ۵ واحد زمانی در مدل سپری می‌شود. بدیهی است چون جنس زمان در مدل شبیه‌سازی از نوع متغیر است لذا کنترل زمان و سرعت عبور آن نیز در دست کاربر خواهد بود. بنابراین این ساعت در مقام مقایسه با ساعت طبیعی می‌تواند بسیار متفاوت عمل کند. *clock* می‌تواند نسبت به ساعت طبیعی بسیار بسیار سریع‌تر و یا بسیار کندتر حرکت کند. در نتیجه کنترل زمان مدل در اختیار کاربر است در حالیکه ساعت طبیعی برای کاربر غیر قابل کنترل می‌باشد. لذا با این ویژگی، کاربر می‌تواند زمان‌های خاصی را بارها و بارها عبور داده و فرآیندها را تکرار کند.

مطلب مهم دیگر این است که ساعت شبیه‌سازی یا همان *clock* تا چه مرحله‌ای باید پیش برده شود. مدت زمانی که ساعت شبیه‌سازی بایستی در مدل، زمان سپری کند تا اطلاعات حاصل از مدل برای شبیه‌ساز فرصت کافی برای آنالیز سیستم ایجاد نماید، مدت شبیه‌سازی خوانده می‌شود. مدت شبیه‌سازی را با ST^1 نشان می‌دهند و بایستی در ابتدای شبیه‌سازی،

شبیه‌ساز مقدار آن را مشخص کند. شرط پایانی مدل شبیه‌سازی افزایش *clock* از صفر تا ST است.

clock را می‌توان به ۲ نوع در مدل تغییر داد.

۱- روش فاصله گرا ۲- روش پیشامد گرا

در روش فاصله گرا ساعت شبیه‌سازی هر دفعه به اندازه یک مقدار ثابت موسوم به قدم زمانی یا گام زمانی پیش برده می‌شود. تعیین اندازه‌ی قدم زمانی می‌تواند در کیفیت نتایج تولیدی بسیار مهم باشد. به عنوان نمونه قدم زمانی نامناسب می‌تواند سبب ارجاعات مازاد به سیستم جهت بررسی و یا باعث از دست دادن پیشامدها برای تحلیل سیستم شود. این نوع تغییر زمانی بیشتر در سیستم‌هایی کاربرد دارد که پیشامدها در دوره‌های زمانی خاصی رخ می‌دهند.

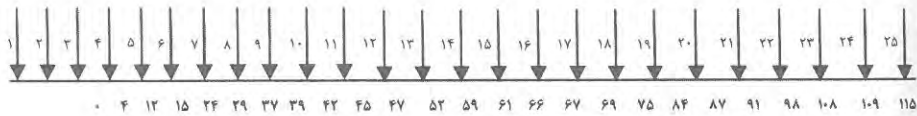
مانند سیستم سفارش خون در بانک‌های خون یا سیستم امتحان‌گیری در مراکز آموزشی که در زمان‌های معینی از سال تحصیلی صورت می‌گیرد. در روش پیشامد گرا ساعت شبیه‌سازی روی لحظه رخداد پیشامدی که توسط توابع توزیع احتمال پیش‌بینی می‌شوند؛ تغییر داده می‌شود. به عنوان نمونه اگر از تابع توزیع احتمال مربوط به پیشامد ورودی معلوم گردد که در لحظه $t = ۴$ مشتری وارد سیستم می‌شود؛ ساعت شبیه‌سازی به $clock = ۴$ تغییر داده می‌شود. اکنون با این اطلاعات آماده‌ایم جدول زیر را تشکیل دهیم.

جدول ۲-۵

مشتری	مدت سپری شده از آخرین ورودی (دقیقه)	زمان ورود	مدت سرویس دهی	زمان شروع سرویس	مدت ماندن مشتری در صف	زمان پایان سرویس	مدت ماندن مشتری در سیستم	مدت بیکاری سرویس دهنده
۱	—	۰	۳	۰	۰	۳	۳	۰
۲	۴	۴	۱	۴	۰	۵	۱	۱
۳	۸	۱۲	۱	۱۲	۰	۱۳	۱	۷
۴	۳	۱۵	۲	۱۵	۰	۱۷	۲	۲

۷	۲	۲۶	۰	۲۴	۲	۲۴	۹	۵
۳	۴	۳۳	۰	۲۹	۴	۲۹	۵	۶
۴	۳	۴۰	۰	۳۷	۳	۳۷	۸	۷
۰	۴	۴۳	۱	۴۰	۳	۳۹	۲	۸
۰	۴	۴۶	۱	۴۳	۳	۴۲	۳	۹
۰	۳	۴۸	۱	۴۶	۲	۴۵	۳	۱۰
۰	۳	۵۰	۱	۴۸	۲	۴۷	۲	۱۱
۲	۲	۵۴	۰	۵۲	۲	۵۲	۵	۱۲
۵	۱	۶۰	۰	۵۹	۱	۵۹	۷	۱۳
۱	۱	۶۲	۰	۶۱	۱	۶۱	۲	۱۴
۴	۳	۶۹	۰	۶۶	۳	۶۶	۵	۱۵
۰	۵	۷۲	۲	۶۹	۳	۶۷	۱	۱۶
۰	۴	۷۳	۳	۷۲	۱	۶۹	۲	۱۷
۲	۲	۷۷	۰	۷۵	۲	۷۵	۶	۱۸
۷	۲	۸۶	۰	۸۴	۲	۸۴	۹	۱۹
۱	۱	۸۸	۰	۸۷	۱	۸۷	۳	۲۰
۳	۳	۹۴	۰	۹۱	۳	۹۱	۴	۲۱
۴	۱	۹۹	۰	۹۸	۱	۹۸	۷	۲۲
۹	۲	۱۱۰	۰	۱۰۸	۲	۱۰۸	۱۰	۲۳
۰	۵	۱۱۴	۱	۱۱۰	۴	۱۰۹	۱	۲۴

۱	۲	۱۱۷	۰	۱۱۵	۲	۱۱۵	۶	۲۵
۶۳	۶۴		۱۰		۵۴		۱۱۵	



نمودار ۲-۲ زمان‌های ورود مشتری

اکنون با نتایج حاصل از شبیه‌سازی دستی به‌دست آمده در جدول ۲-۵ آماده‌ایم تا برخی از آماره‌های عمومی را محاسبه کنیم.

۱- میانگین مدت انتظار مشتری برای دریافت سرویس (خرید بلیط):

$$\begin{aligned} \text{مجموع انتظار مشتریان در صف (دقیقه)} \\ \text{مجموع تعداد مشتریان} \\ = \frac{10}{25} = 0.40 \end{aligned}$$

در این سیستم مشتریان به طور متوسط کمتر از یک دقیقه برای دریافت بلیط خود معطل می‌شوند.

۲- احتمال تشکیل صف:

$$\begin{aligned} \text{تعداد مشتریانی که در صف انتظار کشیدند} \\ \text{تعداد کل مشتریان} \\ = \frac{7}{25} = 0.28 \end{aligned}$$

یعنی در این سیستم ۰/۲۸ احتمال تشکیل صف جهت دریافت بلیط وجود دارد.

۳- احتمال بیکاری فروشنده بلیط:

$$\begin{aligned} \text{مجموع مدت بیکاری فروشنده بلیط (دقیقه)} \\ \text{احتمال بیکاری فروشنده بلیط} = \frac{\text{مجموع مدت اجرای شبیه سازی}}{\text{مجموع مدت بیکاری فروشنده بلیط}} \\ = \frac{63}{117} = 0.538 \end{aligned}$$

بنابراین حدود ۵۴٪ احتمال این وجود دارد که فروشنده بلیط بیکار باشد. لذا احتمال اشتغال آن $1 - 0.538 = 0.462$ می‌باشد.

۴- میانگین مدت سرویس دهی:

$$\begin{aligned} \text{مجموع مدت سرویس دهی (دقیقه)} \\ \text{میانگین مدت سرویس دهی} = \frac{\text{مجموع تعداد مشتریان}}{\text{مجموع مدت سرویس دهی (دقیقه)}} \end{aligned}$$

$$= \frac{54}{25} = 2.16$$

می‌توان امید ریاضی یا میانگین مورد انتظار خدمت رسانی را محاسبه کرد.

$$\text{امید ریاضی مدت سرویس دهی} = 1 \times 0.4 + 2 \times 0.35 + 3 \times 0.2 + 4 \times 0.05$$

$$= 0.4 + 0.7 + 0.6 + 0.2 = 1.9$$

تفاوت بین میانگین مدت سرویس دهی (۲/۱۶) تجربه شده و امید ریاضی آن به دلیل مدت کم شبیه‌سازی است. هر چه مدت شبیه‌سازی بیشتر شود این عدد به امید ریاضی (۱/۹) نزدیک‌تر خواهد بود.

۵- میانگین بین دو ورود متوالی به گیشه:

$$\begin{aligned} \text{مجموع مدت های بین ۲ ورود (دقیقه)} \\ \text{میانگین بین ۲ ورود متوالی به گیشه} = \frac{\text{تعداد ورودی‌ها منهای ۱}}{\text{فروش بلیط}} \\ = \frac{115}{24} = 4.79 \end{aligned}$$

به طور متوسط حدود ۴/۸ دقیقه بین دو ورود فاصله زمانی وجود دارد.

اگر این عدد را با میانگین توزیع یکنواخت برای $[1, 10]$ مقایسه کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{دقیقه } 5/5 = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2} = \text{امید ریاضی مدت بین ۲ ورود}$$

البته هرچه مدت شبیه‌سازی طولانی‌تر باشد متوسط برآورد شده یعنی ۴/۸، به امید ریاضی توزیع یعنی ۵/۵، میل خواهد کرد.

۶- میانگین انتظار در صف:

$$\begin{aligned} \text{مجموع مدتی که مشتریان در صف انتظار کشیده‌اند} \\ \text{میانگین انتظار در صف} = \frac{\text{مجموع تعداد مشتریانی که در صف به انتظار مانده}}{\text{مجموع مدت انتظار کشیده‌اند}} \\ = \frac{10}{7} \approx 1.43 \text{ دقیقه} \end{aligned}$$

یعنی مشتریانی که مجبور به انتظار در صف بوده‌اند به طور متوسط ۱/۶ دقیقه انتظار کشیده‌اند.

۷- میانگین زمانی که هر مشتری در سیستم سپری می‌کند:

مجموع مدت ماندن مشتریان در سیستم (دقیقه)

$$= \frac{\text{میانگین زمانی که مشتری در سیستم سپری می‌کند (دقیقه)}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}}$$

سیستم سپری می‌کند (دقیقه)

$$= \frac{64}{25} = 2.56 \text{ دقیقه}$$

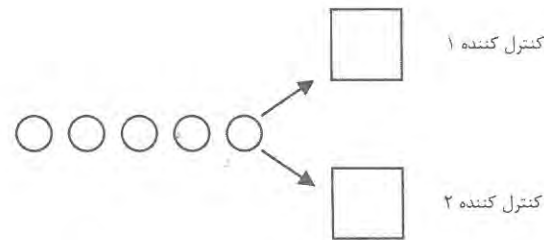
به عبارت دیگر، هر مشتری به طور متوسط ۲/۵۶ دقیقه در سیستم می‌ماند، چه در حال خرید بلیط باشد و چه در صف به انتظار بماند. لذا می‌توان این آمار را به صورت زیر نیز محاسبه کرد:

میانگین مدتی که مشتری برای سرویس‌گیری وقت صرف می‌کند + میانگین مدت انتظار مشتری برای دریافت سرویس = میانگین زمانی که مشتری در سیستم سپری می‌کند (دقیقه) $= 2.16 + 0.40 = 2.56$

نکته مهمی که باید یادآوری کنیم آن است که اگر مدت شبیه‌سازی طولانی باشد نتایج به‌دست آمده به زمان‌های واقعی رخ داده در سیستم واقعی نزدیک‌تر خواهند بود و از این‌رو تحلیلگر می‌تواند سیستم را برای برنامه‌ریزی، مورد نقد قرار دهد.

مثال ۲-۲-۲: شبیه‌سازی سیستم کنترل کیفیت (یک صف، دو سرویس دهنده): سیستم کنترل کیفیت کالایی را در نظر بگیرید که در آن کالاهای تولید شده در یک ردیف برای کنترل نهایی به ۲ نفر مسئول ارجاع داده می‌شوند. هر یک از این دو نفر با توزیع احتمال معینی به بررسی کیفیت کالا می‌پردازند و در صورتی که هر ۲ نفر بیکار باشند با احتمال برابر یکی از آن‌ها شروع کننده بررسی خواهد بود.

در شکل نمای کلی این سیستم را مشاهده می‌کنید:



شکل ۲-۲ تصویر سیستم یک صف دو سرویس دهنده

پیشامدهای ممکن در این سیستم عبارتند از:

۱- پیشامد ورود به سیستم که فرض می‌کنیم از توزیع احتمال معینی طبق جدول ۲-۶ تبعیت می‌کند.

۲- پیشامد مدت سرویس کنترل‌کننده ۱ که بر اساس تابع توزیع احتمال جدول ۲-۷ عمل می‌کند.

۳- پیشامد مدت سرویس کنترل‌کننده ۲ که بر اساس تابع توزیع احتمال جدول ۲-۸ عمل می‌کند.

همچنین جهت تعیین کنترل‌کننده هنگامی که هر ۲ بیکار باشند از مولد اعداد تصادفی یکنواخت در $[0,1]$ استفاده می‌کنیم. اگر عدد تولید شده کمتر از ۰/۵ باشد کار کنترل به کنترل‌کننده ۱ واگذار می‌شود و در غیر این‌صورت به کنترل‌کننده ۲ واگذار خواهد شد. فرض می‌کنیم شروع سیستم با وضعیت خالی باشد یعنی صف خالی و هر دو سرویس‌دهنده بیکارند.

جدول ۲-۶ تابع توزیع مدت بین دو ورود کالا

مدت‌های بین ۲ ورود (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص اعداد تصادفی
۱	٪۲۰	٪۲۰	۰۱-۲۰
۲	٪۴۵	٪۶۵	۲۱-۶۵
۳	٪۲۵	٪۹۰	۶۶-۹۰
۴	٪۱۰	۱۰۰	۹۱-۱۰۰

جدول ۷-۲ تابع توزیع احتمال مدت سرویس دهی کنترل کننده ۱

مدت سرویس دهی (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص اعداد تصادفی
۲	٪۳۰	٪۳۰	۰۱-۳۰
۳	٪۲۵	٪۵۵	۳۱-۵۵
۴	٪۲۵	٪۸۰	۵۶-۸۰
۵	٪۲۰	۱۰۰	۸۱-۱۰۰

جدول ۸-۲ تابع توزیع احتمال مدت سرویس دهی کنترل کننده ۲

مدت سرویس دهی (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص اعداد تصادفی
۲	٪۲۵	٪۲۵	۰۱-۲۵
۳	٪۳۰	٪۵۵	۲۶-۵۵
۴	٪۳۰	٪۸۵	۵۶-۸۵
۵	٪۱۵	۱۰۰	۸۶-۱۰۰

جدول ۹-۲

مشتري	اعداد تصادفی ورود	مدت بین دو ورود	زمان‌های ورود	اعداد تصادفی انتخاب سرویس دهنده	اعداد تصادفی سرویس دهی کنترل کننده ۱	کنترل کننده ۱			اعداد تصادفی سرویس دهی کنترل کننده ۲	کنترل کننده ۲			مدت انتظار در صف
						زمان شروع سرویس	مدت سرویس	زمان پایان سرویس		زمان شروع سرویس	مدت سرویس	زمان پایان سرویس	
۱	-	-	۰	۲۶	۹۵	۰	۵	۵					۰
۲	۲۶	۲	۲						۲۱	۲	۲	۴	۰
۳	۹۸	۴	۶	۹۸					۵۱	۶	۳	۹	۰
۴	۹۰	۳	۹	۳۶	۷۶	۹	۴	۱۳					۰
۵	۲۶	۲	۱۱						۹۳	۱۱	۵	۱۶	۰
۶	۱۲	۱	۱۲		۸۸	۱۳	۵	۱۸					۱
۷	۷۴	۳	۱۵						۴۶	۱۶	۳	۱۹	۱
۸	۸۰	۳	۱۸		۳۶	۱۸	۳	۲۱					۰
۹	۶۸	۳	۲۱	۵۹					۲۵	۲۱	۲	۲۳	۰
۱۰	۲۲	۲	۲۳	۴۷	۶۸	۲۳	۴	۲۷					۰
۱۱	۴۸	۲	۲۵						۴۷	۲۵	۳	۲۸	۰
۱۲	۳۴	۲	۲۷		۴۶	۲۷	۳	۳۰					۰
۱۳	۴۵	۲	۲۹						۱۸	۲۹	۲	۳۱	۰

۰					۳۲	۲	۳۰	۲۹		۳۰	۱	۱۴	۱۴
۰	۳۷	۵	۳۲	۸۹					۰/۷۸	۳۲	۲	۳۴	۱۵
۰					۴۰	۵	۳۵	۸۵		۳۵	۳	۶۸	۱۶
۱	۳۹	۲	۳۷	۱۷						۳۶	۱	۱۸	۱۷
۰	۴۴	۵	۳۹	۹۱						۳۹	۳	۸۰	۱۸
۰					۴۵	۴	۴۱	۷۲		۴۱	۲	۲۲	۱۹
۱	۴۷	۳	۴۴	۵۲						۴۳	۲	۵۶	۲۰
۰					۴۹	۲	۴۷	۲۴	۰/۳۲	۴۷	۴	۹۹	۲۱
۰	۵۲	۴	۴۸	۷۶						۴۸	۱	۱۸	۲۲
۰					۵۳	۳	۵۰	۴۶		۵۰	۲	۵۱	۲۳
۰	۵۶	۳	۵۳	۴۲					۰/۷۳	۵۳	۳	۷۱	۲۴
۰					۵۶	۲	۵۴	۲۸	۰/۲۸	۵۴	۱	۱۶	۲۵
۰	۶۲	۴	۵۸	۸۴					۰/۹۱	۵۸	۴	۹۲	۲۶
۰					۶۵	۵	۶۰	۸۴		۶۰	۲	۲۸	۲۷
۱	۶۴	۲	۶۲	۲۱						۶۱	۱	۱۳	۲۸
۱	۶۷	۳	۶۴	۴۷						۶۳	۲	۶۵	۲۹
۰					۷۲	۵	۶۷	۹۱	۰/۴۲	۶۷	۴	۹۵	۳۰
		۵۱				۵۲					۶۷		مجموع

چند هدف را در زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{مجموع زمان‌های بیکاری کنترل کننده ۱} \\ \text{درصد بیکاری کنترل کننده ۱} = \frac{\text{مدت زمان شبیه سازی}}{\text{مجموع زمان‌های بیکاری کنترل کننده ۱}} \\ = \frac{۲۰}{۷۲} \approx ۰/۲۸ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(درصد بیکاری کنترل کننده ۱) - ۱} &= \text{درصد اشتغال کنترل کننده ۱} \\ &= ۱ - ۰/۲۸ = ۰/۷۲ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مجموع زمانه‌های بیکاری کنترل کننده ۲} \\ \text{درصد بیکاری کنترل کننده ۲} = \frac{\text{مدت زمان شبیه سازی}}{\text{مجموع زمانه‌های بیکاری کنترل کننده ۲}} \\ = \frac{۲۱}{۷۲} = ۰/۲۹ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(درصد بیکاری کنترل کننده ۲) - ۱} &= \text{درصد اشتغال کنترل کننده ۲} \\ &= ۱ - ۰/۲۹ = ۰/۷۱ \end{aligned}$$

بنابراین کنترل کننده ۱، ۲۸٪ اوقات بیکار و ۷۲٪ اوقات مشغول به کار بوده است. همچنین کنترل کننده ۲، ۲۹٪ اوقات بیکار و ۷۱٪ اوقات مشغول بوده است. معلوم است که کنترل کننده ۱ بیشتر از کنترل کننده ۲ مشغول است.

مجموع مدت سرویس‌های کنترل کننده ۱

$$\begin{aligned} \text{میانگین مدت سرویس کنترل کننده ۱} &= \frac{\text{تعداد کل مشتریانی که سرویس داده است}}{\text{مجموع مدت سرویس‌های کنترل کننده ۱}} \\ &= \frac{۵۲}{۱۴} \approx ۳/۷۱ \text{ دقیقه} \end{aligned}$$

مجموع مدت‌های سرویس کنترل کننده ۲

$$\begin{aligned} \text{میانگین مدت سرویس کنترل کننده ۲} &= \frac{\text{تعداد کل مشتریانی که سرویس داده است}}{\text{مجموع مدت‌های سرویس کنترل کننده ۲}} \end{aligned}$$

$$\text{دقیقه} = \frac{51}{16} \approx 3/19$$

$$\begin{aligned} \text{امید ریاضی سرویس کنترل کننده ۱} &= 2 \times 0/3 + 3 \times 0/25 + 4 \times 0/25 + 5 \times 0/2 \\ &= 0/6 + 0/75 + 1 + 1 = 3/35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{امید ریاضی سرویس کنترل کننده ۲} &= 2 \times 0/25 + 3 \times 0/3 + 4 \times 0/3 + 5 \times 0/15 \\ &= 0/5 + 0/9 + 1/2 + 0/75 = 3/35 \end{aligned}$$

$$\text{متوسط زمان بین دو ورود} = \frac{67}{29} = 2/31$$

$$\text{احتمال تشکیل صف} = \frac{6}{30} = 0/2$$

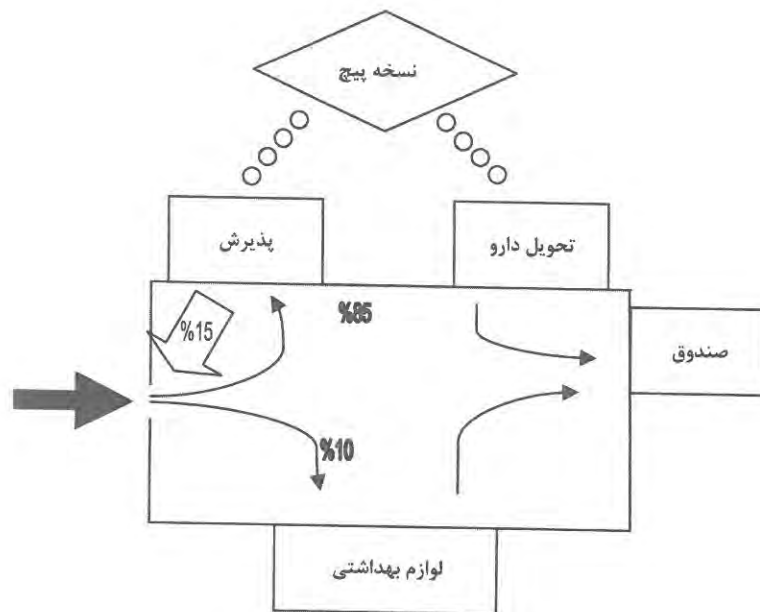
مثال ۲-۲-۳: مشتریان به طور تصادفی با توزیع معینی وارد داروخانه می‌شوند. ۱۰ درصد آن‌ها به بخش لوازم بهداشتی و ۹۰ درصد به بخش پذیرش دارو مراجعه می‌کنند. مسئول لوازم بهداشتی با یک توزیع معین آماری اقدام به سرویس می‌کند. مشتری پس از خرید با قبض اخذ شده از مسئول فروش لوازم بهداشتی به صندوق مراجعه می‌نماید.

چنانچه صف مربوط به صندوق خالی باشد؛ اقدام به پرداخت فیش می‌کند. در غیر این صورت به صف منتظرین می‌پیوندد. مشتری پس از پرداخت مجدداً به مسئول فروش مراجعه کرده؛ لوازم خریداری شده را تحویل می‌گیرد. جهت ساده سازی از این بخش از خدمت رسانی چشم پوشی کرده‌ایم. همچنین مشتری که به پذیرش مراجعه می‌کند در صورت مشغول بودن مسئول پذیرش با توزیع معین آماری شناخته شده‌ای منتظر ارایه خدمات می‌ماند.

۸۵ درصد مشتریان می‌توانند داروی خود را از داروخانه خرید و تامین کنند و ۱۵ درصد به دلیل نبود دارو از سیستم خارج می‌شوند. نسخه آن دسته از مشتریان که می‌توانند داروی خود را تهیه کنند؛ در صف نسخه‌پیچ تا رسیدن نوبت‌شان به انتظار می‌ایستند. نسخه‌پیچ نیز با توزیع معین آماری نسخه را پیچیده؛ به مسئول تحویل دارو، تحویل می‌دهد. اگر مسئول تحویل دارو مشغول باشد نسخه مزبور جهت تحویل به مشتری در صف خواهد ایستاد، در غیر این صورت مسئول تحویل دارو فیش هزینه را به مشتری می‌دهد. مشتری با دریافت فیش به صندوقدار

مراجعه کرده؛ پس از پرداخت با تحویل قبض به مسئول تحویل دارو، داروی خود را تحویل گرفته؛ از سیستم خارج می‌شود.

فلوچارت شبیه‌سازی این سیستم را جهت آشنایی و فعلاً بدون جمع‌آوری آمار مشخص تنظیم می‌کنیم.



پیشامدهای اصلی

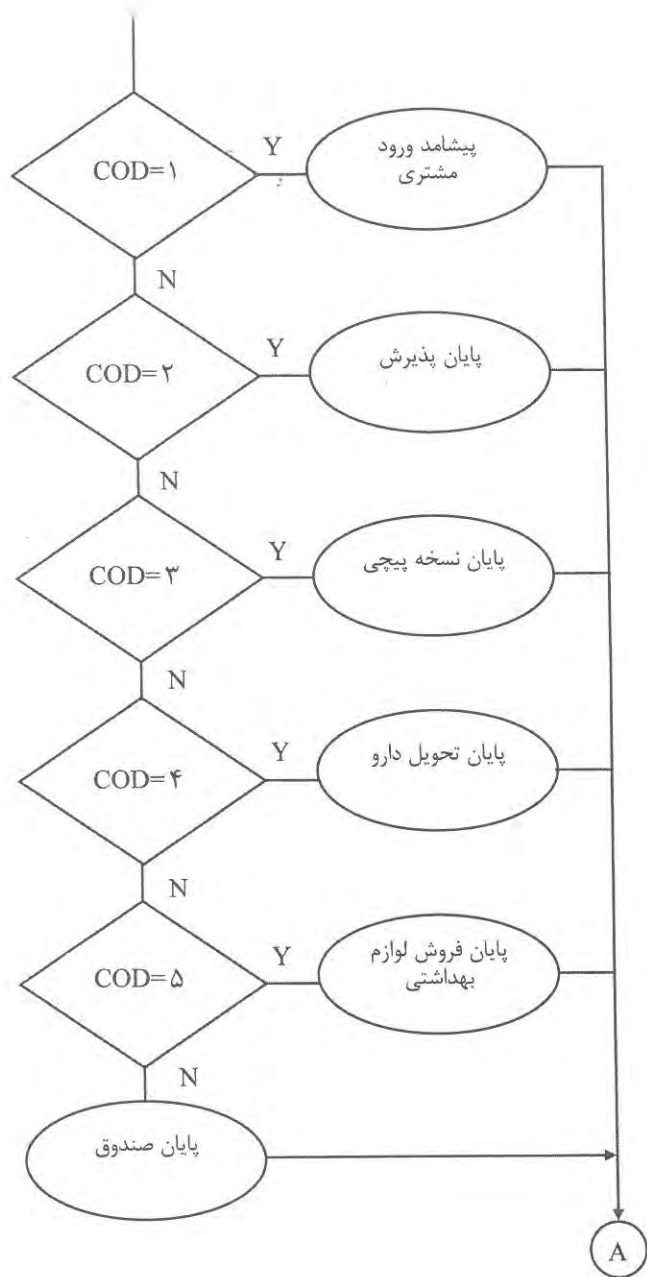
- ۱- ورود مشتری
- ۲- مدت سرویس پذیرش (پایان سرویس پذیرش)
- ۳- مدت سرویس تحویل دارو
- ۴- مدت سرویس صندوقدار
- ۵- مدت سرویس فروشنده لوازم بهداشتی
- ۶- مدت نسخه پیچی

جدول ۱۰-۲

مقدار اولیه	توضیح	نام متغیر
○	وضعیت مسئول پذیرش	<i>MP</i>
	اگر بیکار باشد ← ○ اگر مشغول باشد ← ۱	
○	وضعیت مسئول تحویل دارو	<i>MTD</i>
	اگر بیکار باشد ← ○ اگر مشغول باشد ← ۱	
○	وضعیت مسئول صندوقدار	<i>MS</i>
	اگر بیکار باشد ← ○ اگر مشغول باشد ← ۱	
○	وضعیت مسئول لوازم بهداشتی	<i>MLB</i>
	اگر بیکار باشد ← ○ اگر مشغول باشد ← ۱	
○	وضعیت مسئول نسخه پیچی	<i>MNP</i>
	اگر بیکار باشد ← ○ اگر مشغول باشد ← ۱	
	مولد اعداد تصادفی زمان‌های بین دو ورود	<i>XMV</i>
	مولد اعداد تصادفی زمان‌های پذیرش	<i>XMP</i>
	مولد اعداد تصادفی مدت سرویس مسئول تحویل دارو	<i>XMTD</i>
	مولد اعداد تصادفی مسئول صندوق	<i>XMS</i>
	مولد اعداد تصادفی مدت نسخه پیچی	<i>XMNP</i>
	جدول زمانبندی پیشامدها	<i>TBL(۱,۶)</i>

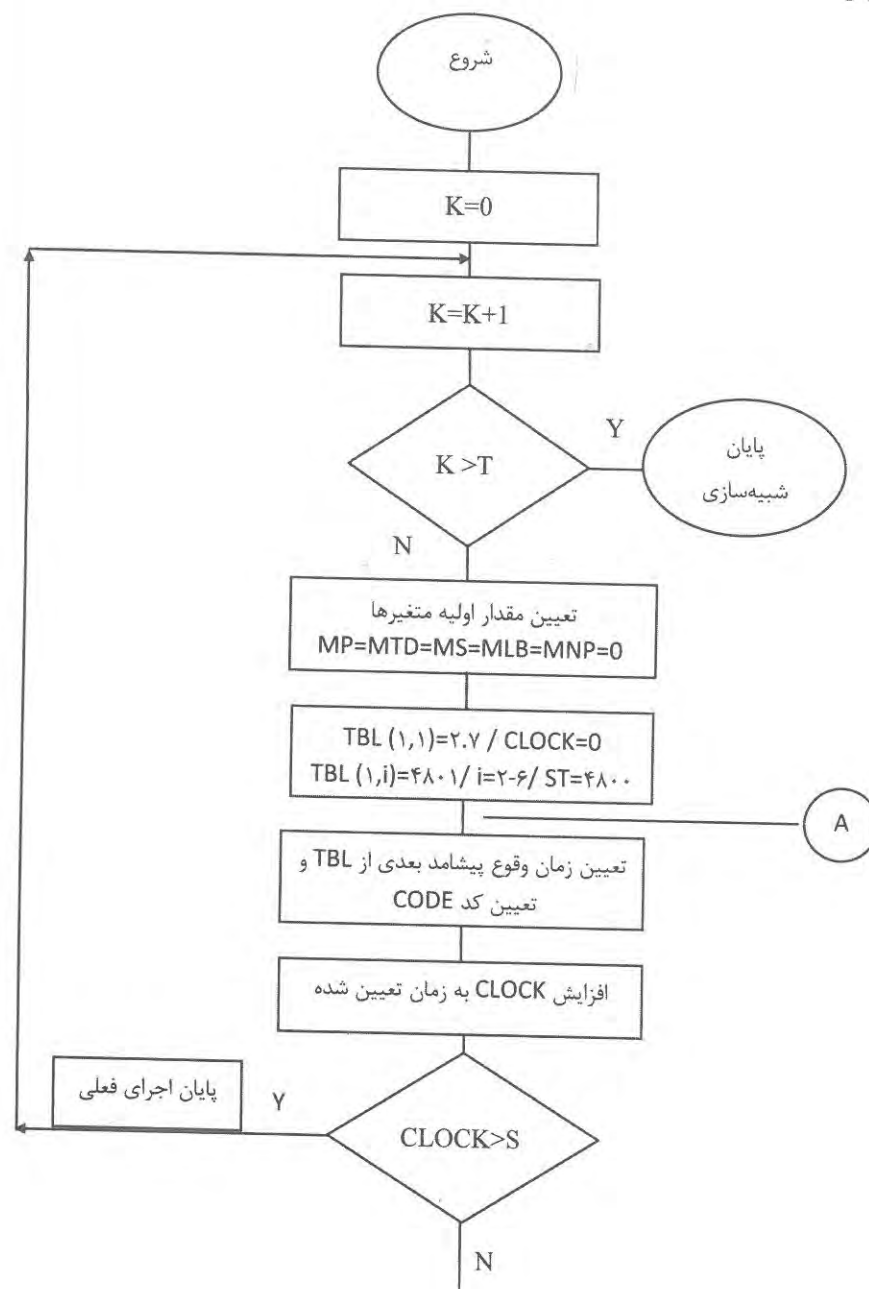
۴۸۰۰	مدت شبیه‌سازی	<i>ST</i>
	مولد اعداد تصادفی مدت سرویس فروشنده لوازم بهداشتی	<i>XMLB</i>
	صف مربوط به پذیرش	<i>Q_۱</i>
	صف مربوط به تحویلدار	<i>Q_۲</i>
	صف مربوط به صندوقدار	<i>Q_۳</i>
	صف مربوط به لوازم بهداشتی	<i>Q_۴</i>
	صف مربوط به نسخه پیچی	<i>Q_۵</i>
○	ساعت شبیه‌سازی	<i>CLOCK</i>
۱۰	تعداد دفعات اجرا	<i>T</i>
	تعداد دفعات اجرا شده	<i>K</i>
	کد تعیین نوع پیشامد	<i>COD</i>
	پیشامد ورود	<i>COD ۱</i>
	پیشامد پایان پذیرش	<i>COD ۲</i>
	پیشامد پایان نسخه پیچی	<i>COD ۳</i>
	پیشامد پایان تحویل دارو	<i>COD ۴</i>
	پیشامد پایان سرویس فروش لوازم بهداشتی	<i>COD ۵</i>
	پیشامد پایان صندوق	<i>COD ۶</i>

$$TBL(۱,i) = XMV \text{ افراد}, TBL(۱,i) = ST + ۱, i = ۲, \dots,$$

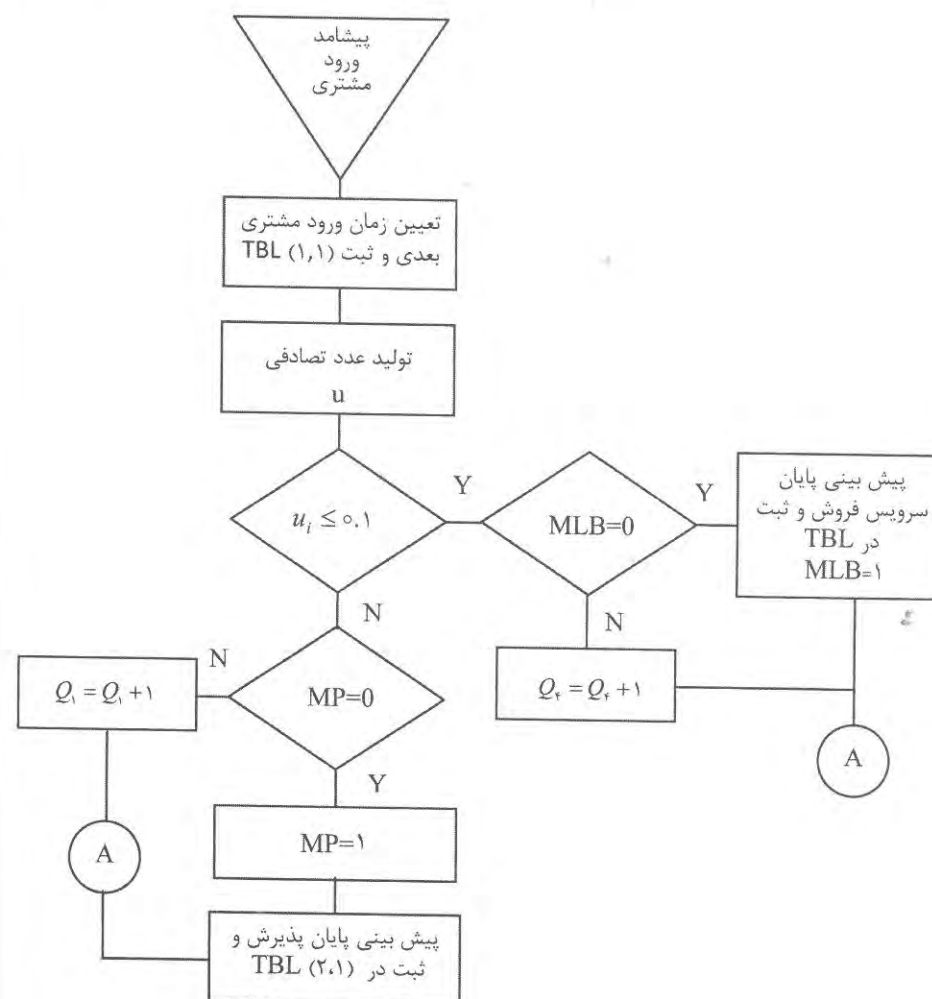


اکنون برای هر کدام از پیشامدها فلوارت مناسب را رسم می‌کنیم.

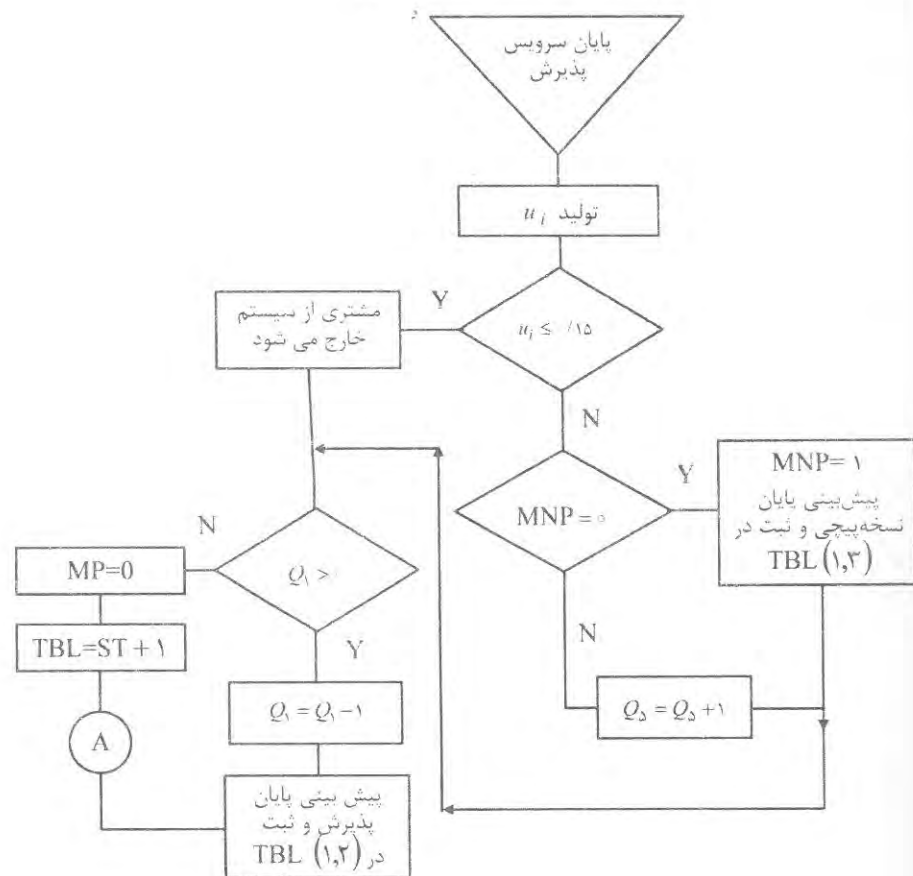
فلوارت کنترل شبیه‌سازی برنامه



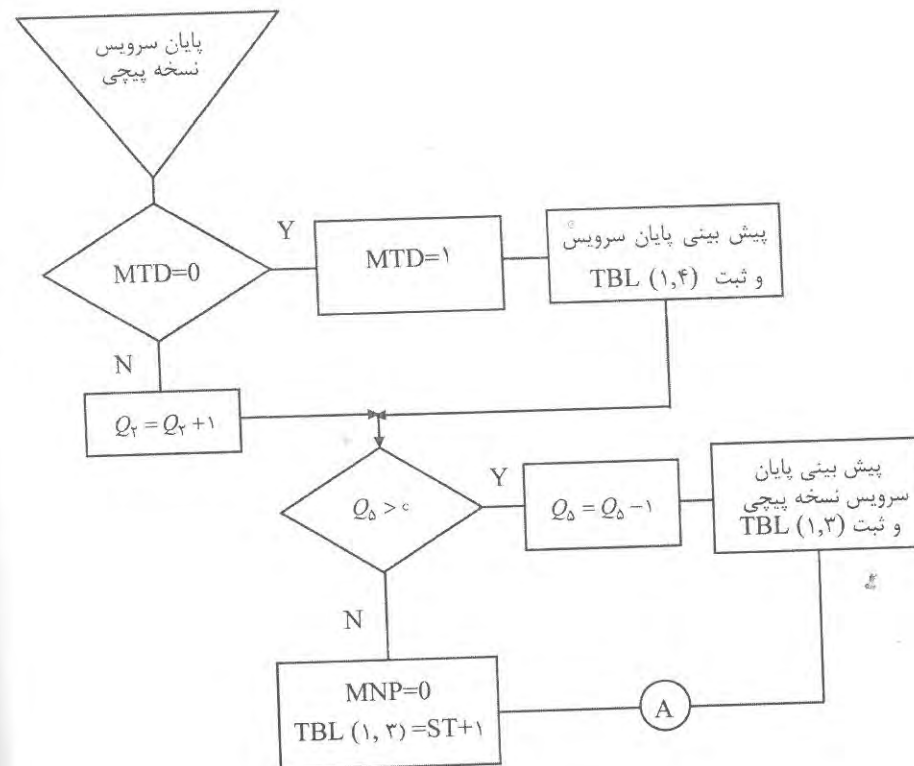
COD۱



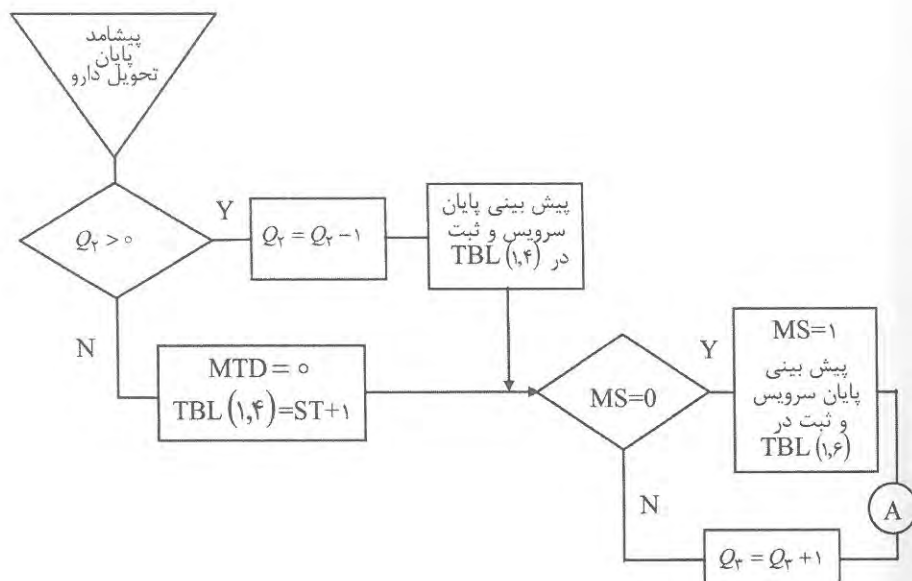
COD۲



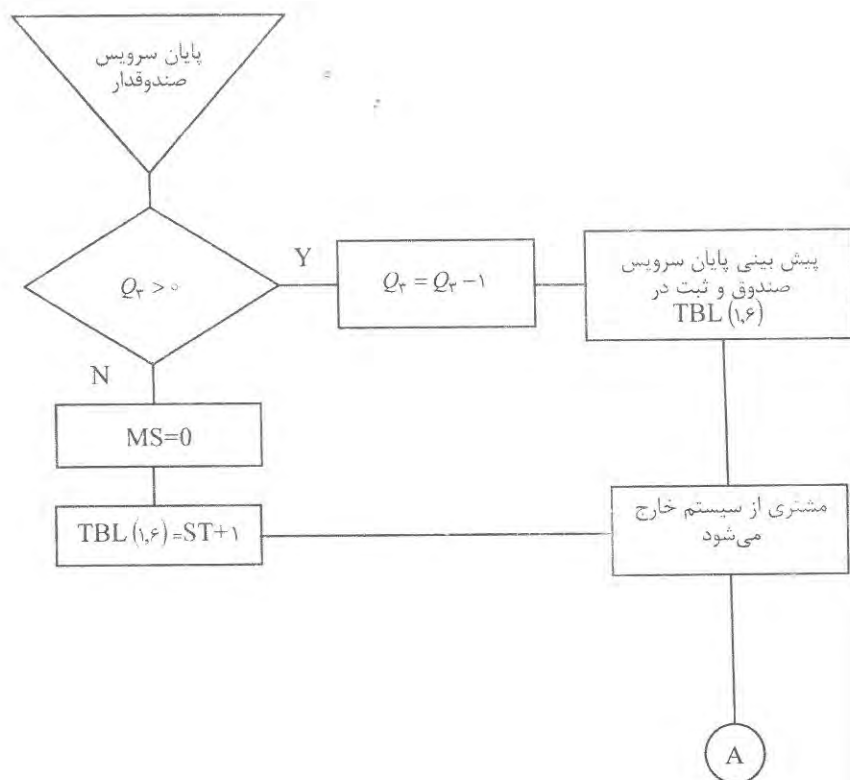
COD ۳



COD ۴



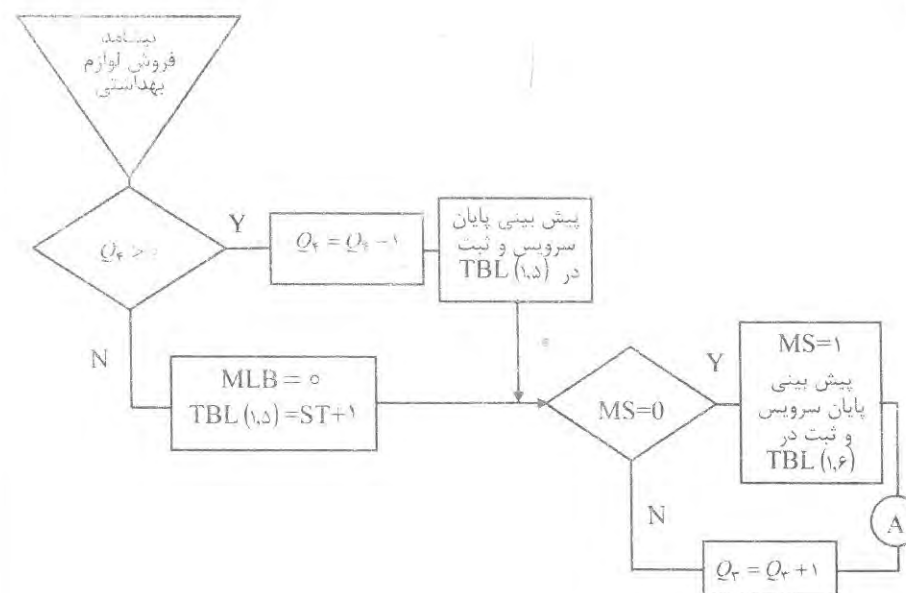
COD ۶



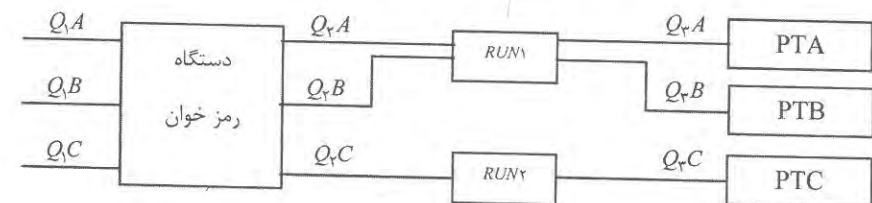
مثال ۲-۲-۴: سه نوع فایل اطلاعاتی به صورت رمز شده به یک دستگاه رمزخوان وارد می‌شود. اطلاعات نوع *A* فوق‌العاده محرمانه، اطلاعات نوع *B* محرمانه و اطلاعات نوع *C* اطلاعات عادی تلقی می‌گردند. معمولاً ۱۰ درصد اطلاعات از نوع *A*، ۲۰ درصد اطلاعات از نوع *B* و بقیه از نوع *C* هستند. دستگاه رمزخوان با یک مدت زمانی تصادفی اطلاعات را رمز-گشایی می‌کند. به دلیل اهمیت اطلاعات محرمانه، اطلاعات رمزگشایی شده در کامپیوتر ۱ و نوع *C* در کامپیوتر ۲ پردازش می‌گردند. هم در رمزگشایی و هم در اجرا *A* بر *B* و *B* بر *C* اولویت دارند.

ورود یک برنامه با اولویت بالا مانع از قطع رمزگشایی یا اجرا نمی‌شود. باز به دلیل اهمیت موضوع، اطلاعات نوع *A* در چاپگر *PTA*، اطلاعات نوع *B* در چاپگر *PTB* و سرانجام

COD ۵



اطلاعات نوع C در چاپگر PTC در یک زمان تصادفی چاپ می‌گردند. سیستم را به مدت ST (دلخواه) شبیه‌سازی کنید و فلوچارت شبیه‌سازی این سیستم را بنویسید.



پیشامدهای اصلی:

۱- ورود فایل اطلاعاتی

۲- مدت اجرای دستگاه رمزخوان

۳- مدت اجرای کامپیوتر ۱

۴- مدت اجرای کامپیوتر ۲

۵- مدت چاپ PTA

۶- مدت چاپ PTB

۷- مدت چاپ PTC

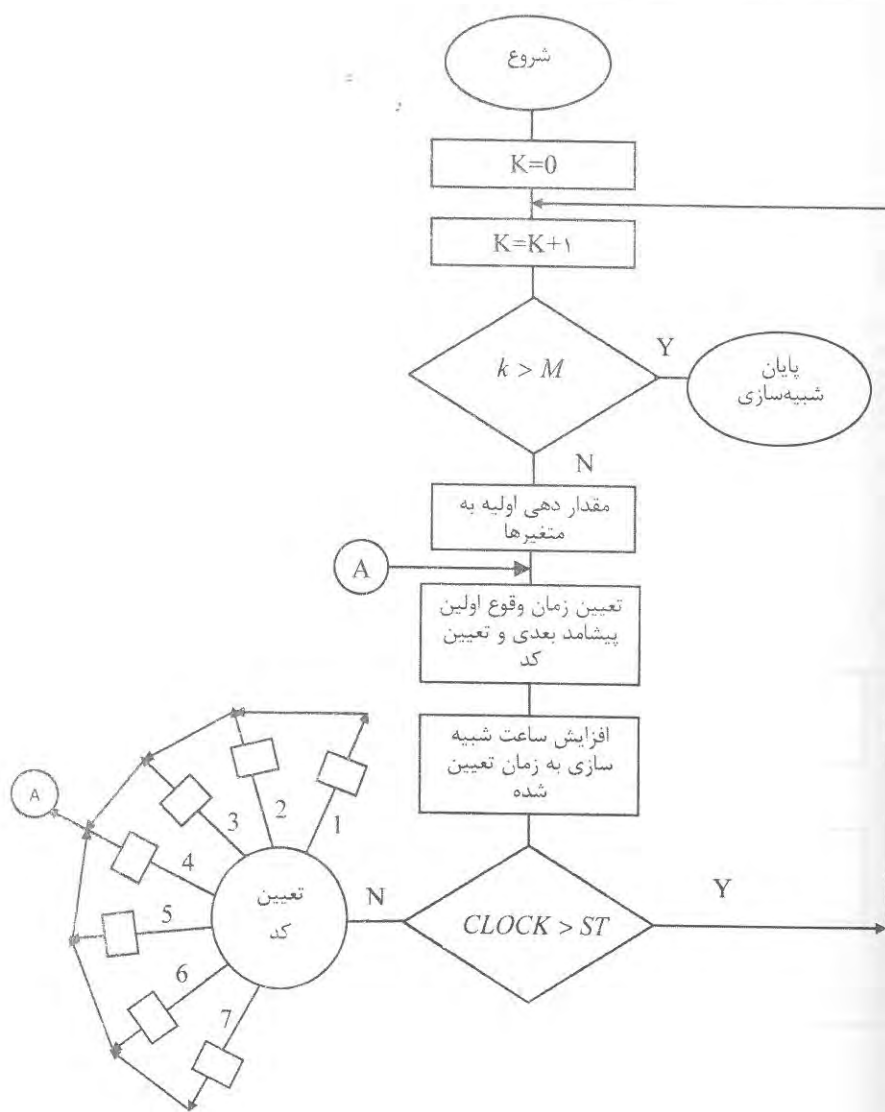
جدول ۲-۱۱

مقدار اولیه	توضیح	نام متغیر
	طول صف اطلاعات A در رمزخوان	Q_1A
	طول صف اطلاعات B در رمزخوان	Q_1B
	طول صف اطلاعات C در رمزخوان	Q_1C
	طول صف اطلاعات A در کامپیوتر ۱	Q_2A

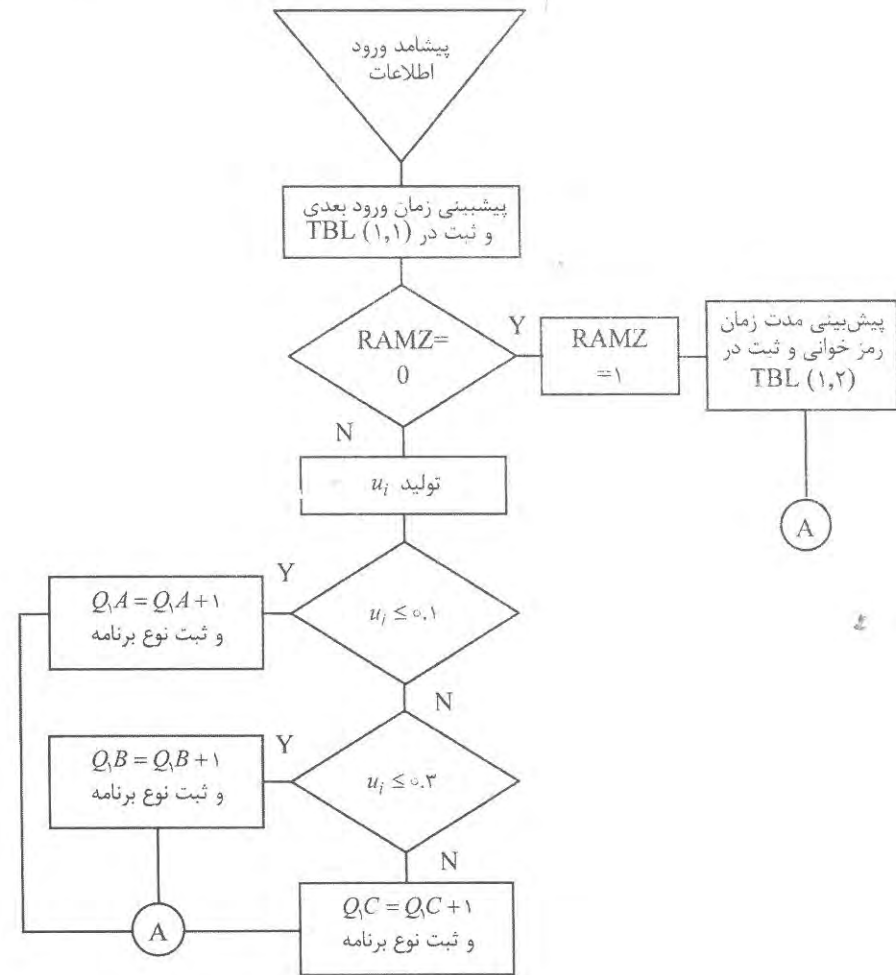
Q_1B	طول صف اطلاعات B در کامپیوتر ۱	
Q_1C	طول صف اطلاعات C در کامپیوتر ۲	
Q_2A	طول صف اطلاعات A در چاپگر ۱	
Q_2B	طول صف اطلاعات B در چاپگر ۲	
Q_2C	طول صف اطلاعات C در چاپگر ۳	
$TBL(2,7)$	جدول زمانبندی پیشامد	
$CODE$	کد پیشامدها	
$RAMZ$	وضعیت دستگاه رمزخوان بیکار شاغل ۱	
RUN_1	وضعیت کامپیوتر ۱ بیکار شاغل ۱	
RUN_2	وضعیت کامپیوتر ۲ بیکار شاغل ۱	
PTA	وضعیت چاپگر A بیکار شاغل ۱	
PTB	وضعیت چاپگر B بیکار شاغل ۱	

PTC	بیگار ۰	وضعیت چاپگر C	
	شاغل ۱		
ST	مدت شبیه سازی		
CLOCK	ساعت شبیه سازی		دلخواه
M	تعداد اجراها		۵
K	شمارنده اجرا		۰
S۱	شمارنده رمزنگار		۰
S۲	شمارنده کامپیوتر		۰
COD	کد تعیین نوع پیشامد		
COD ۱	پیشامد ورود		
COD ۲	پیشامد پایان رمزخوانی		
COD ۳	پیشامد پایان اجرای کامپیوتر ۱		
COD ۴	پیشامد پایان اجرای کامپیوتر ۲		
COD ۵	پیشامد پایان اجرای چاپگر PTA		
COD ۶	پیشامد پایان اجرای چاپگر PTB		
COD ۷	پیشامد پایان اجرای چاپگر PTC		

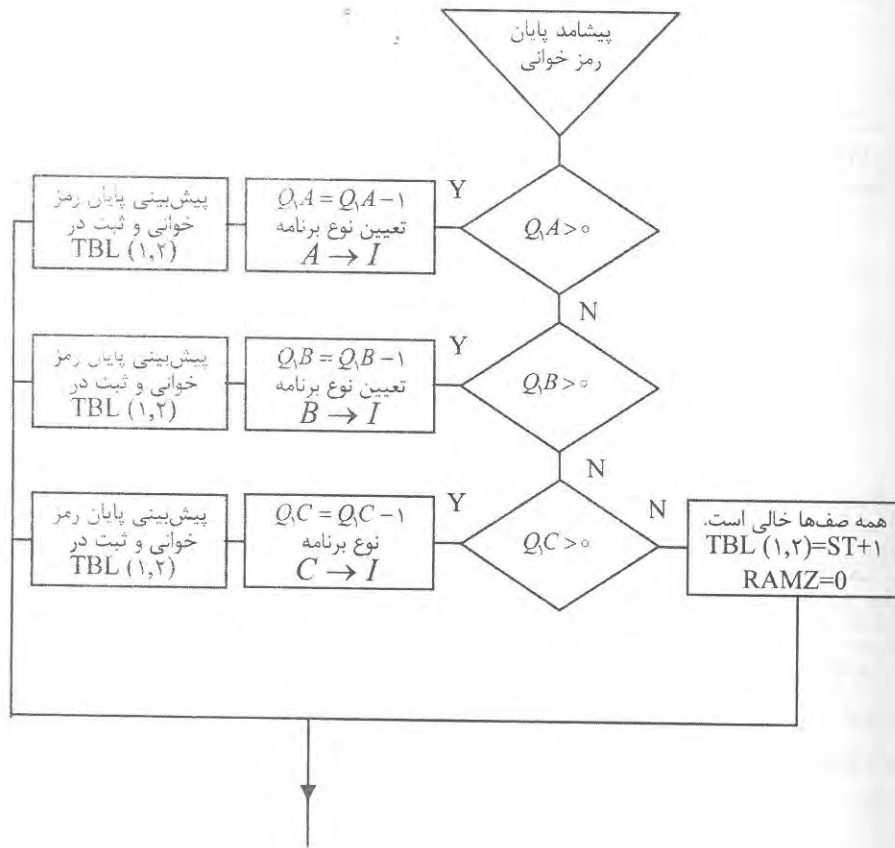
فلوچارت کنترل شبیه‌سازی برنامه



COD ۱

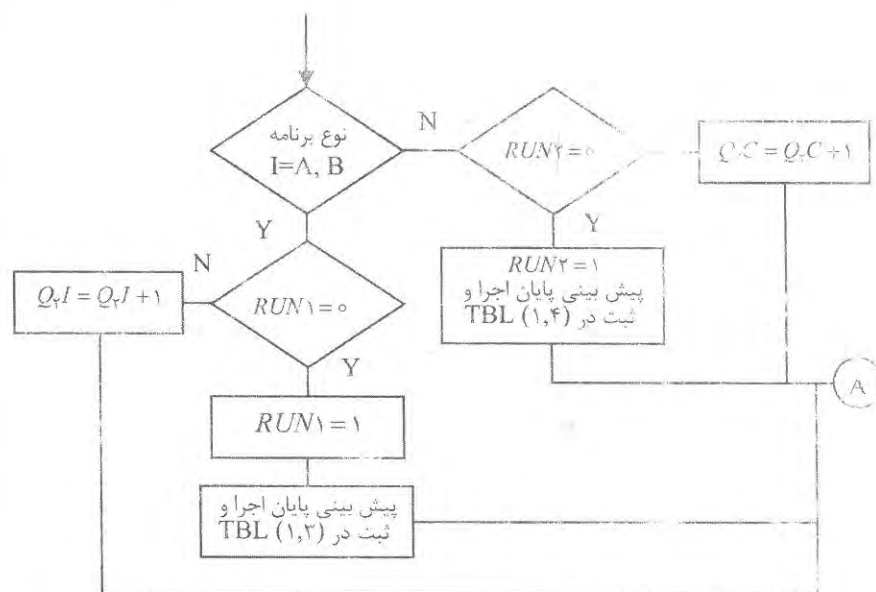


COD ۲



جدول ۲-۱۲

مقدار اولیه	توضیح	نام متغیر
۰	صف کالا	Q
۰	وضعیت کنترل کننده ۱	CT_1
۰	بیگار	
۰	شاغل ۱	
۰	وضعیت کنترل کننده ۲	CT_2
۰	بیگار	
۰	شاغل ۱	
۰	وضعیت تعمیرکار	TM
۰	بیگار	
۰	شاغل ۱	
۰	صف کالاهای معیوب	Q_c
۰	جدول زمانبندی پیشامدها	$TBL(1,4)$
دلخواه	مدت شبیه سازی	ST
۱۰	تعداد دفعات تکرار لازم شبیه سازی	M
۰	درصد اشتغال کنترل ۱	DCT_1
۰	درصد اشتغال کنترل ۲	DCT_2
۰	درصد اشتغال تعمیرکار	DTM
۰	تعداد تعمیرات	TT
	کد تعیین نوع پیشامد	$CODE$



مثال ۲-۲-۵: سیستم تولید کالایی را در نظر بگیرید که کالاهای تولید شده برای کنترل کیفی به صورت تصادفی با یک توزیع معین آماری وارد بخش کنترل کیفی می‌شوند. کالاهای در یک صف برای بازدید توسط دو کنترل کننده انتظار می‌کشند. کنترل کننده ۱ ماهرتر از کنترل کننده ۲ است. اولی با یک توزیع معین آماری و دومی با توزیع احتمال معین دیگری کالاهای را بازرسی می‌کند. تجربه نشان داده است که ۹۵ درصد کالاهای کیفیت لازم را دارند. ۵ درصد کالاهایی که در بازدید اول واجد کیفیت نیستند به تعمیرگاه دیگری جهت رفع عیب داده می‌شوند. پس از رفع عیب کالاهای از سیستم خارج می‌گردند.

پیشامدهای اصلی

۱- ورود کالا

۲- مدت سرویس کنترل کننده ۱ (کنترل کننده ۱ را با CT_1 نشان می‌دهیم).

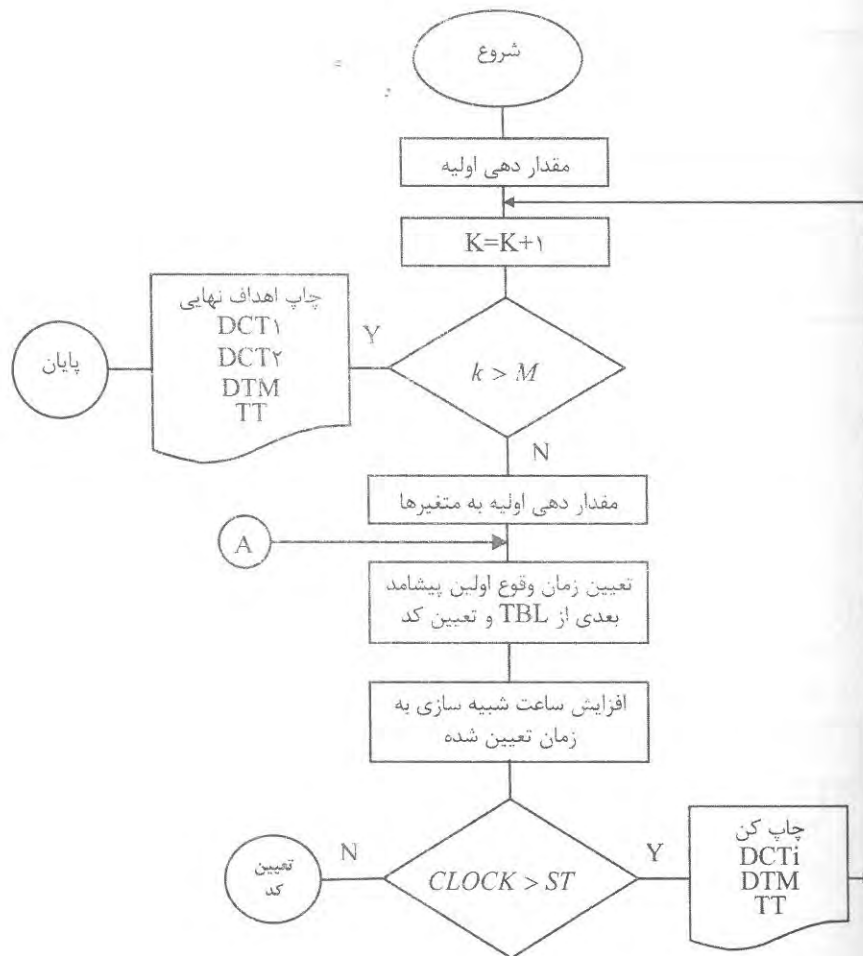
۳- مدت سرویس کنترل کننده ۲ (کنترل کننده ۲ را با CT_2 نشان می‌دهیم).

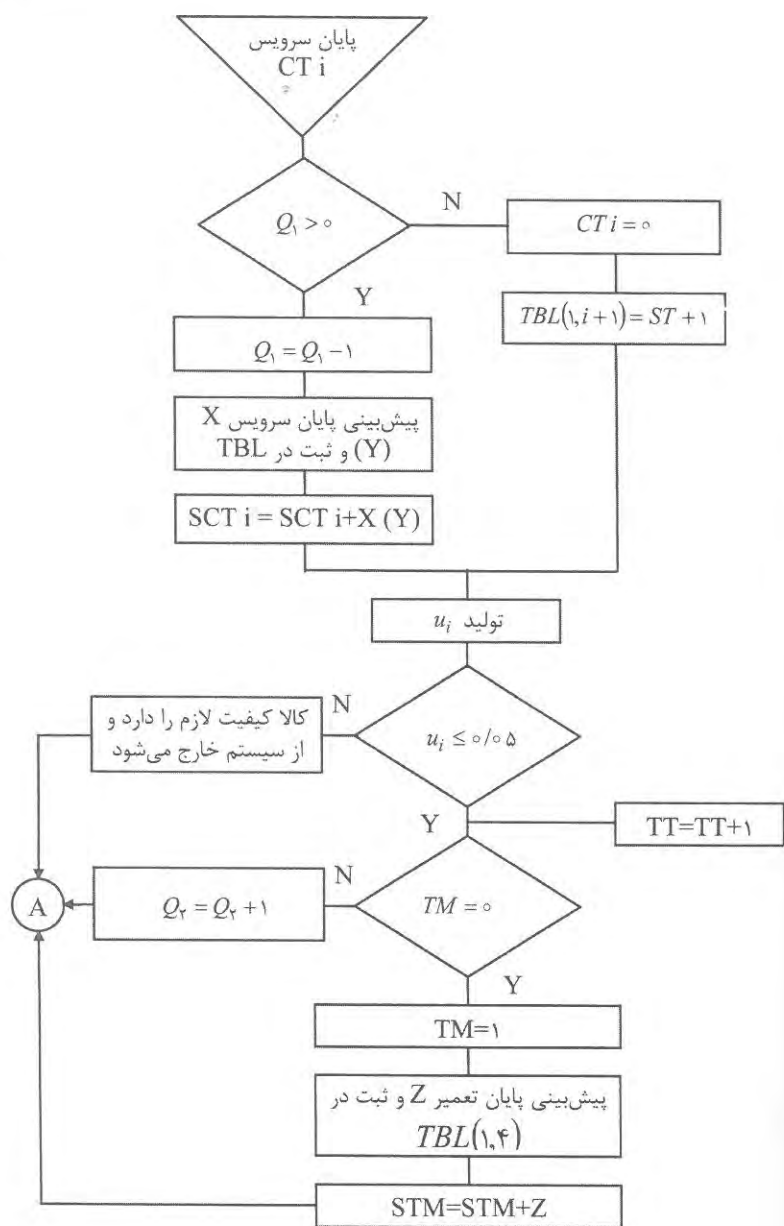
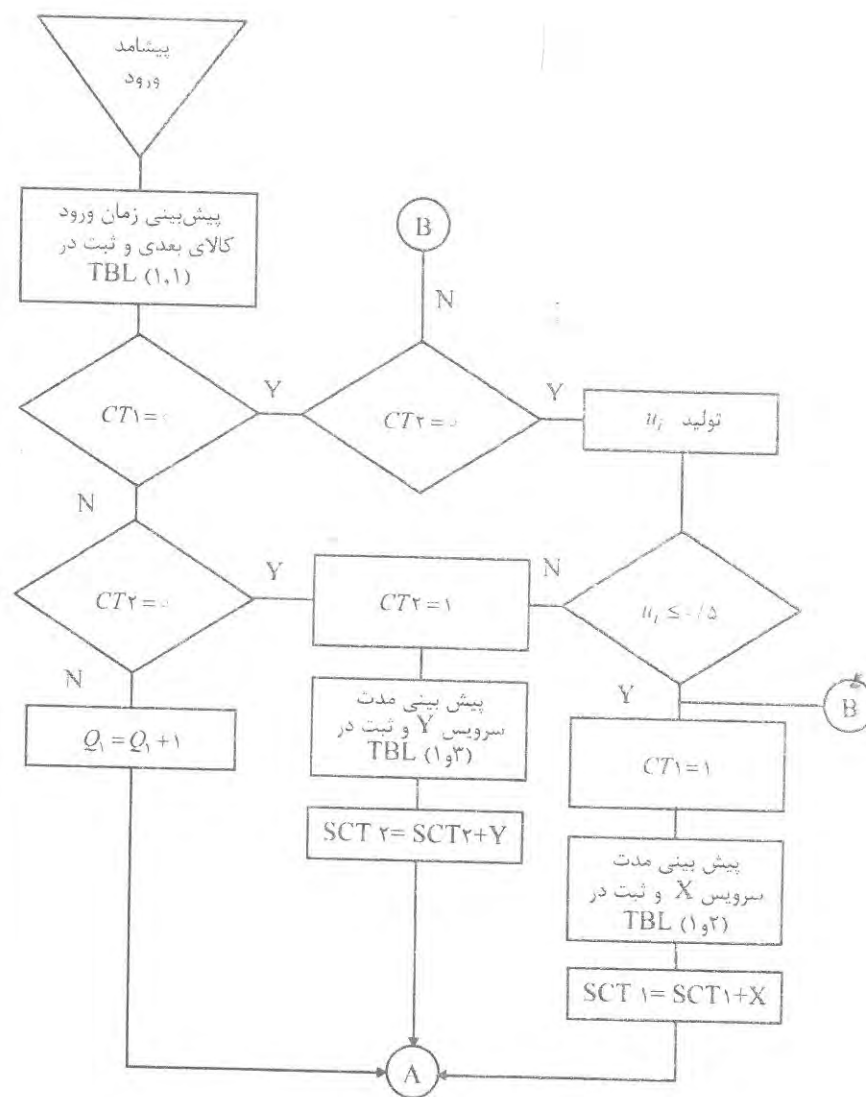
۴- مدت سرویس تعمیرکار (تعمیرکار را با TM نشان می‌دهیم).

هدف محاسبه درصد اشتغال کنترل کننده‌ها و تعمیرکار و تعداد کالاهای تعمیر شده است.

$CLOCK$	ساعت شبیه سازی	○
SCT_i	مجموع زمان‌های اشتغال	○
STM	مجموع زمان‌های اشتغال تعمیرکار	○
X	مدت سرویس پیش‌بینی شده CT_1	
Y	مدت سرویس پیش‌بینی شده CT_2	
Z	مدت سرویس پیش‌بینی شده TM	

برنامه سیستم یک صف، دو سرویس دهنده



COD_{۲,۳}تمرین: COD_۴ را رسم کنید.COD_۱

فصل سوم

اعداد تصادفی

فصل سوم

اعداد تصادفی

۱-۳ مقدمه:

شبیه‌سازی به بهینه‌سازی سیستم‌های تصادفی می‌پردازد؛ از این‌رو از ویژگی‌های هر مدل شبیه‌سازی داشتن متغیرهایی با تغییرات تصادفی است. مقادیری که متغیرهای داخلی یا سیستم یک مدل شبیه‌سازی با گذر زمان اختیار می‌کنند ماهیتاً تصادفی هستند و لذا از توزیع احتمالی معینی تبعیت می‌کنند. اجرا پذیر شدن کامپیوتری مدل‌های شبیه‌سازی مستلزم تولید مقادیر تصادفی ویژگی‌های اشیایی از سیستم است که تغییرات تصادفی دارند. به عنوان نمونه در شبیه‌سازی یک جایگاه فروش بنزین متغیر زمان‌های بین دو ورود خودروها به جایگاه و مدت سوخت‌گیری خودروها و همچنین متغیر مدت تسویه حساب پول سوخت، تصادفی می‌باشند و هر کدام از توزیع‌های احتمالی مشخصی تبعیت می‌کنند. در ایجاد مدل شبیه‌سازی جایگاه فروش بنزین باید بتوانیم مقادیر این متغیرهای تصادفی را که اعداد تصادفی حاصل از توزیع احتمالی مربوط به آن‌ها می‌باشد؛ تولید کنیم. در این فصل روش‌های تولید اعداد تصادفی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

تولید اعداد تصادفی بحثی مهم در شبیه‌سازی تلقی می‌شود زیرا مدل با مقادیر تصادفی تولید شده گام بر می‌دارد تا مدت شبیه‌سازی به سر انجام برسد و نتایج از مدل اخذ شوند.

یک مدل معتبر شبیه‌سازی چنانکه از اعداد تصادفی مناسب بهره نگیرد؛ نتایج گمراه کننده‌ایی تولید خواهد کرد؛ از این‌رو جا دارد که به روش‌های تولید اعداد تصادفی به نحو شایسته‌ایی توجه شود.

قبل از به‌وجود آمدن کامپیوترهای رقمی تولید اعداد تصادفی با انداختن تاس، کشیدن ورق، انتخاب گلوله و ... انجام می‌گرفت. هر چند که این شیوه‌ها هنوز در برخی جاها کاربرد دارد و

مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ اما با به‌وجود آمدن کامپیوترهای رقمی و با توجه به اینکه در اجرای یک مدل شبیه‌سازی شاید نیازمند به تولید هزاران عدد تصادفی باشیم روش‌های مبتنی بر الگوریتم‌های خطی تکرار پذیر شناسایی شده‌اند. از جمله‌ی این روش‌ها، روش‌های هم‌نهشتی است. تولید بیت‌های تصادفی نیز توسط کامپیوترها امروزه مورد استفاده قرار می‌گیرد. ضوابط تولید، ارزیابی، مقایسه و انتخاب یک رشته از اعداد تصادفی در بخش بعدی خواهد آمد.

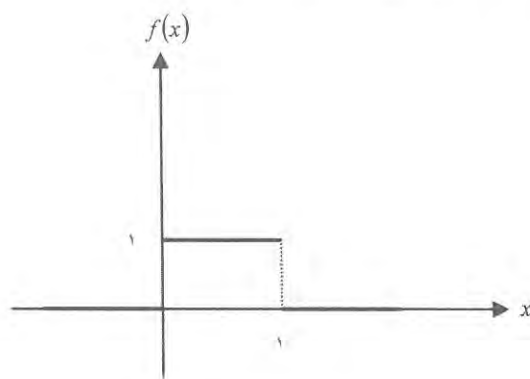
در این فصل ابتدا روش‌های تولید اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0,1]$ را بررسی می‌کنیم. سپس به مولدهای تصادفی غیریکنواخت مانند نرمال، گاما، دو جمله‌ای، پواسون و ... خواهیم پرداخت. علت این تمایز، اهمیت دادن به مولد یکنواخت در بازه $[0,1]$ است زیرا همچنان که بعداً خواهیم دید؛ این توزیع مبنای طراحی سایر مولدها می‌باشد.

۲-۳ تولید اعداد تصادفی؛ با توزیع یکنواخت پیوسته در $[0,1]$

از آمار و احتمال می‌دانیم که اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت در $[0,1]$ باشد (در این صورت می‌نویسیم $X \sim U(0,1)$)، آنگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{و غیره} \end{cases}$$

داده می‌شود. منحنی این تابع چگالی احتمال به صورت زیر است:



نمودار ۱-۳

تابع توزیع تجمعی، میانگین و واریانس این متغیر تصادفی عبارتست از:

$$F(x) = P(X \leq x) = x, \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad Var(X) = \frac{1}{12}$$

هر دنباله از اعداد تصادفی مانند $x_1, x_2, \dots$ باید دو خاصیت آماری مهم یکنواختی و استقلال را داشته باشد. منظور از یکنواختی توزیع این است که اگر بازه $(0,1)$ را به n زیر بازه مساوی افراز کنیم؛ انتظار داریم که از N مشاهده، $\frac{N}{n}$ مشاهده در هر بازه قرار گیرد. به عنوان مثال اگر بازه $(0,1)$ به ۱۰ زیر بازه تقسیم شده باشد و ۵۰ عدد تصادفی تولید کرده باشیم، چنانکه تولید اعداد تصادفی یکنواخت باشد؛ انتظار داریم در هر زیر بازه $\frac{50}{10} = 5$ نمونه مشاهده شود و منظور از استقلال مشاهدات آن است که احتمال رخداد یک مشاهده در یک زیر بازه خاص، مستقل از محل قرار گرفتن سایر مشاهده‌ها باشد.

ملاک‌های زیر ضوابط انتخاب یک رشته اعداد تصادفی را به عنوان یک رشته تصادفی بهتر نشان می‌دهد به عبارت دیگر رشته‌های اعداد تصادفی با ملاک‌های زیر مقایسه می‌شوند و چنان که هر کدام از آن‌ها واجد ویژگی‌های زیر باشند برای کاربری مناسب‌تر خواهند بود:

۱- **تولید سریع:** روش تولید رشته اعداد تصادفی باید از سرعت بالایی برخوردار باشد زیرا چنانکه در یک مدل شبیه‌سازی تولید هزاران عدد تصادفی مطرح باشد تولید کردن آن می‌تواند اجرای مدل را از بعد هزینه زمانی پر هزینه کند. این نکته باید توجه ما را به پیچیدگی‌های الگوریتم‌های تولید اعداد تصادفی معطوف کند.

۲- **دوره تناوب تولید رشته اعداد تصادفی به اندازه کافی بلند باشد:** منظور از دوره تناوب رشته اعداد تصادفی تعداد اعداد تصادفی است که بدون تکرار در آن قرار می‌گیرند. واضح است مولدی با تناوب کوتاه قادر به تولید به اندازه کافی اعداد تصادفی برای یک مدل شبیه‌سازی نیست. اگر مولدی دارای تناوب کوتاه باشد اصطلاحاً می‌گوییم که آن مولد تباہ شده یا از هم پاشیده است.

۳- **تکرار پذیری:** یک شاخصه مهم از رشته اعداد تصادفی یا مولد آن‌ها خاصیت تکرار پذیری آن است. در مواردی همچون مقایسه دو سیستم لازم است اعداد تصادفی به کار گرفته شده

مجدداً تولید و به کار گرفته شوند. لذا مولد تکرار پذیر به مولد تکرار ناپذیر ارجحیت داده می‌شود.

۴- **مولد باید از دو ویژگی آماری استقلال و یکنواختی برخوردار باشد:** به عبارت دیگر رشته‌هایی از اعداد تصادفی که دارای ویژگی استقلال و یکنواختی‌اند به سایر رشته‌ها که فاقد این ویژگی‌ها هستند ترجیح داده می‌شوند. برای احراز وجود یکنواختی در رشته‌های اعداد تصادفی از آزمون‌های فراوانی، شامل آزمون کای دو و کالموگروف-اسمیرنوف استفاده می‌شود و برای بررسی استقلال از آزمون‌هایی همچون افراز، شکاف، روند و همبستگی بهره می‌بریم که در ادامه آن‌ها را با مثال‌هایی معرفی خواهیم کرد.

خطاهایی که ممکن است مولدهای اعداد تصادفی مرتکب آن شوند؛ می‌تواند شامل موارد زیر باشد:

۱- مولد قادر به تولید اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت نیست.

۲- اعداد تصادفی به صورت پیوسته نتوانند تولید شوند.

۳- میانگین اعداد تولید شده به طور قابل ملاحظه‌ایی با $\frac{1}{2}$ ، که میانگین متعارف است؛ اختلاف داشته باشد.

۴- واریانس اعداد تولید شده تفاوت قابل ملاحظه‌ایی با واریانس متعارف یعنی $\frac{1}{12}$ داشته باشد.

۵- اعداد تصادفی تولید شده از یک روند صعودی یا نزولی برخوردار شوند.

۶- بین اعداد تولید شده همبستگی بالایی وجود داشته باشد.

به هر حال آزمون‌هایی که در بالا به آن‌ها اشاره شد؛ می‌توانند وجود چنین خطاهایی را در رشته‌های اعداد تصادفی شناسایی کنند. چنانکه مولدی حائز اعتبار نباشد و وجود خطاهایی از نوع بالا در آن‌ها آشکار شود؛ باید به طرح مولد دیگری پرداخت. مهم این است که بدانید مولدهایی وجود دارند که از آزمون‌های حتی سخت‌تر از موارد فوق موفق بیرون می‌آیند لذا استفاده از یک مولد نامتناسب در مدل‌های شبیه‌سازی موجه نخواهد بود.

۳-۳ روش‌های تولید اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در $[0,1]$

قبل از آنکه روش‌های تولید اعداد تصادفی را در $[0,1]$ توضیح دهیم تذکر دو نکته ضروری است. اول اینکه به طور کلی اعدادی که به وسیله یک قاعده مشخصی تولید شوند (همان‌گونه که در اینجا عمل می‌کنیم)، نمی‌توانند کاملاً تصادفی باشند و لفظ مناسب برای آن‌ها شبه تصادفی است. زیرا ماهیت تصادفی بودن مانع از قاعده پذیری آن‌ها می‌شود. بنابراین روش‌های طرح شده در اینجا روش‌های تولید اعداد شبه تصادفی هستند. اعداد تصادفی معمولاً به وسیله وسایل الکترونیکی مانند مقادیر اختلاف پتانسیل یا انتخاب یک رقم از بسط عدد π که تا ۱۰۰,۰۰۰ رقم نوشته شده باشد یا انتخاب یک عدد از شماره تلفن‌های یک شهر از دفترچه تلفن و .. جمع آوری می‌شوند.

نکته دوم اینکه به غیر از روش‌های همنهشتی که توسط؛ لهر^۱ در سال ۱۹۵۱ پیشنهاد شد و اکنون هم به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند بقیه روش‌ها جنبه تاریخی داشته و منسوخ شده‌اند. علت منسوخ شدن آن‌ها را می‌توان در عدم موفقیت در آزمون‌های شناخته شده دانست.

۳-۳-۱ روش میان مربعی

این روش در دهه ۱۹۴۰ توسط وان نیومن^۲ و متراپلیس^۳ معرفی شد. که در آن ابتدا یک عدد به عنوان هسته انتخاب می‌شود (مثلاً یک عدد چهار رقمی را به عنوان هسته انتخاب کنید، برای مثال: $Z_0 = 7182$). هسته را مربع ($Z_1^2 = 51581124$) و چهار رقم میانی را به عنوان عدد بعدی انتخاب نمایید (در صورت لزوم سمت چپ عدد صفر اضافه کنید). در این مثال عدد بعدی $Z_1 = 5811$ و عدد تصادفی بعدی 0.5811 خواهد بود. مجدداً این فرآیند را روی $Z_1 = 5811$ تکرار کنید. در جدول ارایه شده این روش با هسته $Z_0 = 7182$ اجرا شده است:

جدول ۱-۳

i	Z_i	Z_i^2	u_i
۰	۷۱۸۲	۵۱۵۸۱۱۲۴	—
۱	۵۸۱۱	۳۳۷۶۷۷۲۱	۰/۵۸۱۱
۲	۷۶۷۷	۵۸۹۳۶۳۲۹	۰/۷۶۷۷
۳	۹۳۶۳	۸۷۶۶۵۷۶۹	۰/۹۳۶۳
۴	۶۶۵۷	۴۴۳۱۵۶۴۹	۰/۶۶۵۷
۵	۳۱۵۶	۰۹۹۶۰۳۳۶	۰/۳۱۵۶

ستون u_i ، اعداد تصادفی در $[0,1]$ هستند.

این روش سه ایراد اساسی دارد؛ اول اینکه هیچ قاعده ساده‌ای برای تعیین هسته وجود ندارد تا شرایط عملکرد مطلوب الگوریتم را برای گذر از آزمون‌ها فراهم آورد. دوم اینکه هسته می‌تواند چنان انتخاب شود که فقط یک عدد ثابت تولید گردد. مثلاً با هسته $Z_0 = 2500$ یا $Z_0 = 6500$ روند را تکرار کنید، خواهید دید که به سرعت مولد از هم می‌پاشد.

ایراد سوم با انتخاب $Z_0 = 5197$ قابل بررسی است. با این هسته ملاحظه می‌کنید که تمام اعداد تصادفی با صفر شروع می‌شوند و به این ترتیب یکنواختی توزیع بوضوح تحت الشعاع قرار می‌گیرد.

۳-۳-۲ روش ضرب ثابت

در این روش کار را با هسته Z_0 و ثابت K شروع می‌کنیم. KZ_0 را تشکیل می‌دهیم و مانند روش میان مربعی، میانه KZ_0 را به عنوان عدد بعدی، یعنی X_1 ، انتخاب می‌کنیم. با گذاشتن ممیز در سمت چپ میانه $Z_1 = KZ_0$ عدد تصادفی u_1 به دست می‌آید. سپس با محاسبه $Z_1 = KZ_1$ روند را تکرار می‌کنیم.

مثال ۳-۳-۱: با انتخاب $Z_0 = 1347$ و $K = 1326$ دنباله اعداد تصادفی تولید شده به روش میان ضربی در جدول زیر آمده است:

1-Lehmer

2-Newman

3-Methrapolice

جدول ۲-۳

i	Z_i	$Z_{i+1} = KZ_i$	u_i
۰	۱۳۴۷	۱۷۸۶۱۲۲	—
۱	۷۸۶۱	۱۰۴۲۳۶۸۶	۰/۷۸۶۱
۲	۴۲۳۶	۵۶۱۶۹۳۶	۰/۴۲۳۶
۳	۶۱۶۹	۸۱۸۰۰۹۴	۰/۶۱۶۹

۳-۳-۳ روش بازگشتی

برای تولید اعداد تصادفی با این روش دو هسته هم رقم Z_0 و Z_1 را برمی‌گزینیم.

$Z_p = Z_0 Z_1$ را تشکیل داده n رقم میان آن را به عنوان Z_p اختیار می‌کنیم. با تبدیل Z_p به رقمی در $[0, 1]$ عدد تصادفی u_1 ایجاد می‌شود. مجدداً حاصلضرب $Z_p = Z_1 Z_2$ را محاسبه و فرآیند را تکرار می‌نماییم.

به عنوان نمونه با فرض $Z_0 = ۱۳۵۴$ و $Z_1 = ۱۳۷۸$ ، جدول زیر با الگوریتم فوق قابل تشکیل است:

جدول ۳-۳

i	Z_i	Z_{i+1}	Z_{i+2}	u_i
۰	۱۳۵۴	۱۳۷۸	۱۸۶۵۸۱۲	—
۱	۱۳۷۸	۸۶۵۸	۱۱۹۳۰۷۲۴	۰/۸۶۵۸
۲	۸۶۵۸	۹۳۰۷	۸۰۵۸۰۰۰۶	۰/۹۳۰۷
۳	۹۳۰۷	۵۸۰۰	۵۳۹۸۰۶۰۰	۰/۵۸۰۰
۴	۵۸۰۰	۹۸۰۶	۵۶۸۷۴۸۰۰	۰/۹۸۰۶

مجدداً متذکر می‌شویم که این روش نیز برای تکمیل مطلب آورده شده است و بیشتر جنبه تاریخی دارد. از این رو به کار بری این روش‌ها در مدل‌های شبیه‌سازی توصیه نمی‌شود.

۳-۳-۴ روش‌های همنهشتی

لهمر اولین بار برای تولید اعداد تصادفی از مفهوم همنهشتی استفاده کرد. یادآوری می‌کنیم که رابطه $a \equiv b \pmod{m}$ یا $a \equiv b \pmod{m}$ ، به این معنی است که $b - a$ بر m بخش پذیر است یا باقیمانده تقسیم $b - a$ بر m مساوی صفر می‌باشد.

با پیمانه $m = ۳$ اعداد ۱، ۴، ۷، ۱۰ و ... همنهشت هم هستند؛ زیرا باقیمانده تقسیم آن‌ها بر ۳، همگی مساوی ۰ است.

در حالت کلی در پیمانه m حداکثر m عدد صحیح متمایز $۰, ۱, \dots, m-1$ وجود دارد؛ مثلاً با پیمانه $m = ۱۰۰$ اعداد متمایز از مجموعه $\{۰, ۱, ۲, \dots, ۹۹\}$ بدست می‌آیند.

۳-۳-۴-۱ روش همنهشتی جمعی

معادله همنهشتی $X_i \equiv (X_{i-1} + X_{i-n}) \pmod{m}$ برای $i = n+1, n+2, \dots$ ، اساس تولید رشته اعداد تصادفی $X_{n+1}, X_{n+2}, \dots$ در این روش است. n عدد $X_1, X_2, \dots, X_n$ برای شروع الگوریتم همنهشتی جمعی معلومند. به عنوان نمونه با فرض $m = ۱۰۰$ و دنباله اعداد صحیح تصادفی $X_5, X_6, \dots, X_9$ به ترتیب ۱۵، ۱۰، ۷۸، ۴۷، ۵۴ دنباله اعداد تصادفی به صورت زیر خواهد بود:

$$X_6 \equiv (X_5 + X_1) \pmod{۱۰۰} \Rightarrow X_6 = ۶۹$$

$$X_7 \equiv (X_6 + X_2) \pmod{۱۰۰} \Rightarrow X_7 = ۱۶$$

$$X_8 \equiv (X_7 + X_3) \pmod{۱۰۰} \Rightarrow X_8 = ۹۴$$

$$X_9 \equiv (X_8 + X_4) \pmod{۱۰۰} \Rightarrow X_9 = ۴$$

$$X_{10} \equiv (X_9 + X_5) \pmod{۱۰۰} \Rightarrow X_{10} = ۱۹$$

$$X_{11} \equiv (X_{10} + X_6) \pmod{۱۰۰} \Rightarrow X_{11} = ۸۸$$

با استفاده از رابطه

$$u_{i-n} = \frac{X_i}{m}, \quad i = n+1, n=2, \dots \quad (1-3)$$

می توان اعداد صحیح تولید شده به روش همنهشتی جمعی را به اعداد در بازه $[0,1]$ تبدیل کرد.

به عنوان مثال اعداد تولید شده در نمونه قبلی با رابطه (۱-۳) به اعداد تصادفی واقع در $[0,1]$ نیز تبدیل می شوند.

$$u_1 = \frac{69}{100} = 0.69, \quad u_2 = \frac{16}{100} = 0.16, \quad u_3 = \frac{94}{100} = 0.94$$

$$u_4 = \frac{4}{100} = 0.04, \quad u_5 = \frac{19}{100} = 0.19, \quad u_6 = \frac{88}{100} = 0.88$$

توجه کنید که اعداد تصادفی به دست آمده از رابطه (۱-۳) به مجموعه

$$R = \left\{ \frac{0}{m}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{m-1}{m} \right\}$$

تولید شده در پیمانه m عبارتند از: $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$.

نتیجه فوری این مطلب این است که مولد همنهشتی، اعداد را به جای تولید پیوسته به صورت

گسسته از میان مقادیر مجموعه $\left\{ \frac{0}{m}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{m-1}{m} \right\}$ اختیار می کند. واضح است برای اینکه

شکافهای بزرگی بین اعداد فوق وجود نداشته باشد؛ باید تراکم اعداد را با بزرگ کردن مقدار m بالا ببریم. راجع به این مطلب بعداً بحث خواهیم کرد. توجه کنید که، این روش به دلیل عدم استفاده از عمل ضرب سرعت قابل ملاحظه ایی در تولید اعداد تصادفی دارد.

از دیگر مولدهای همنهشتی می توان به همنهشتی خطی اشاره کرد.

۳-۴-۲ مولدهای همنهشتی خطی

معادله اساسی مولدهای همنهشتی خطی برای تولید دنباله اعداد صحیح تصادفی رابطه بازگشتی

$$X_i \equiv (aX_{i-1} + c) \pmod{m}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (2-3)$$

است، که در آن a ضریب معادله، c ثابت و m پیمانه معادله می باشند و همگی اعداد صحیح نامنفی هستند. در معادله (۲-۳) اگر $c > 0$ آن گاه مولد را آمیخته؛ چنانکه $C=0$ باشد، آن را مولد ضربی گویند. همانند روش های قبلی، الگوریتم برای شروع نیازمند هسته X_0 است. لذا الگوریتم همنهشتی فعلی برای تولید اعداد تصادفی به چهار پارامتر ورودی a, X_0, c و m نیازمند است.

نشان داده شده چنانکه این چهار پارامتر به صورت مناسبی انتخاب شوند، رشته اعداد تصادفی تولید شده با این الگوریتم به عملکردی بسیار نزدیک به یک الگوریتم با عملکرد کاملاً تصادفی نزدیک می شود. این روش برای پردازش نیازمند حافظه بسیار کمی است. مجدداً معادله (۱-۳) معادله تبدیل اعداد تصادفی تولید شده به اعداد تصادفی در بازه $[0,1]$ می باشد.

مثال ۲-۳-۳: با فرض $X_0 = 12, a = 17, c = 54$ و $m = 100$ دنباله اعداد تصادفی با مولد همنهشتی آمیخته را تشکیل دهید.

$$X_0 = 12$$

$$X_1 \equiv (17 \times 12 + 54) \pmod{100} \equiv 258 \pmod{100} = 58 \Rightarrow X_1 = 58$$

$$X_2 \equiv (17 \times 58 + 54) \pmod{100} \equiv 1040 \pmod{100} = 40 \Rightarrow X_2 = 40$$

$$X_3 \equiv (17 \times 40 + 54) \pmod{100} \equiv 734 \pmod{100} = 34 \Rightarrow X_3 = 34$$

پس دنباله مطلوب عبارتست از:

$$u_1 = 0.58, u_2 = 0.4, u_3 = 0.34, \dots$$

در ارزیابی مولدها غیر از دو ویژگی اساسی یکنواختی و استقلال ویژگی هایی همچون بیشترین تراکم و بلندترین تناوب و ضریب همبستگی اعداد تولید شده نیز مورد توجه است.

آزمون های مربوط به یکنواختی و استقلال را در ادامه بحث خواهیم دید. نکاتی چند راجع به تراکم و حصول بلندترین تناوب را نیز توضیح خواهیم داد. اما در مورد ضریب همبستگی زوج های اعداد صحیح متوالی X_i و X_{i+1} که با استفاده از یک مولد همنهشتی خطی تولید

شده‌اند می‌توان گفت که با فرض $b = \frac{1}{a} - \left(\frac{6c}{am} \right) \left(1 - \frac{c}{m} \right)$ ، آنگاه ضریب همبستگی زنجیره‌ای در بازه $\left(b - \frac{a}{m}, b + \frac{a}{m} \right)$ قرار دارد. همچنین طبق همین تحقیقات با اختیار $a = \sqrt{m}$ می‌توان به کوچک‌ترین ضریب همبستگی زنجیره‌ای بین X_i و X_{i+1} دست یافت. به عنوان مثال ضریب همبستگی زنجیره‌ای بین اعداد تصادفی تولید شده در مثال قبل در بازه $(-0.1988, 0.1411)$ قرار دارد و چنانچه a مساوی ۱۰ اختیار می‌شد این ضریب همبستگی به کمترین مقدار خود می‌رسید.

برای مولد همنهشتی ضربی $X_i = ax_{i-1} \pmod{m}$ ، $i = 1, 2, \dots$ اعداد صحیح متمایز با توجه به رابطه (۱-۳) از مجموعه $\left\{ \frac{0}{m}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{m-1}{m} \right\}$ به دست می‌آیند.

چون این مقادیر گسسته هستند لذا برای تقلید پیوستگی و ایجاد تراکم در $(0, 1)$ با اعداد تولید شده، باید m یک عدد صحیح بسیار بزرگ باشد. در عمل برای کامپیوترهای دودویی m به صورت 2^b اختیار می‌شود که در آن b تعداد ارقام موجود در یک کلمه کامپیوتری است. m در نرم افزارهای شبیه‌سازی به بزرگی $2^{31} - 1$ یا 2^{48} اختیار می‌شود. هر چند اختیار m به صورت فوق سبب گسترش دامنه تولید می‌گردد ولی چنانکه فکر مناسبی برای طول دنباله یا تناوب مولد نشده باشد با یک مقدار کوچک h خواهیم داشت:

$$X_1 = X_{h+1}, X_2 = X_{h+2}, X_3 = X_{h+3}, \dots$$

و به این ترتیب می‌توان اعداد صحیح متمایز زیادی تولید کرد اما تعداد کمی از آن‌ها امکان تولید پیدا می‌کنند.

بنابراین پس از تعیین مقدار m که یک راه بالقوه افزایش h است و انتخاب یک عدد صحیح فرد برای X_0 و انتخاب a از رابطه $8t \pm 3$ یا $4t + 1$ که در آن t عددی فرد و مثبت است $(t \in \mathbb{Z}^+)$ ، حصول مقدار $h = 2^{b-2} = \frac{m}{4}$ عدد صحیح متمایز برای دنباله اعداد تصادفی

تضمین می‌شود. $h = \frac{m}{4}$ را طول رابطه نظیر بزرگ‌ترین m می‌گویند. اگر $h > 2^{b-2}$ به h طول کامل دنباله گویند.

در طول دنباله نظیر بزرگ‌ترین m که $\frac{m}{4}$ عدد صحیح متمایز به دست می‌آید با توجه به اینکه a و X_0 فرد هستند تمام X_i ‌های تولید شده نیز فرد خواهند بود. پس با این روش امکان تولید $\frac{m}{4}$ عدد زوج وجود نخواهد داشت (البته از $\frac{m}{4}$ عدد فرد ممکن تنها $\frac{m}{4}$ آن‌ها امکان تولید می‌یابند). تحقیقات نشان داده که می‌توان طول دنباله را به $m-1$ رساند.

با تعریف m به صورت بزرگ‌ترین عدد اول کوچک‌تر از 2^b ، طول دنباله از 2^{b-2} به $m-1$ می‌رسد. اصطلاحاً این طول را طول کامل دنباله گویند.

در مورد همنهشتی آمیخته نشان داده شده که رعایت شرایط زیر تضمینی برای حصول به دنباله‌ای از اعداد تصادفی به طول $h = m = 2^b$ خواهد بود:

الف) $\gcd(m, c) = 1$ (چون $m = 2^b$ اختیار شده بنابراین c می‌تواند هر عدد صحیح فرد باشد).

ب) $(a-1)$ باید مضربی از عوامل اول تشکیل دهنده m باشد.

پ) اگر m مضربی از ۴ باشد آن‌گاه $(a-1)$ نیز باید مضربی از ۴ باشد؛ در حالتی که $m = 2^b$ است، این شرط معادل انتخاب a به صورت $4t + 1$ است که در آن t عددی صحیح و مثبت می‌باشد.

کارایی مولدهای همنهشتی با اختیار $m = 2^b$ به نحو چشمگیری افزایش می‌یابد. این امر سبب می‌شود عمل تقسیم با عمل انتقال جانشین شود به این معنی که در کامپیوتر به جای عمل تقسیم عمل انتقال ممیز در پایه ۲ به چپ انجام می‌شود. چون عمل انتقال با سرعت بسیار زیادی در مقایسه با عمل تقسیم صورت می‌گیرد؛ مولدهای همنهشتی از سرعت فوق العاده بالایی برخوردارند.

برای درک بهتر این مطلب فرض کنید پایه تقسیم ۱۰ باشد و بخواهیم عدد ۱,۷۸۹,۴۳۲,۱۶۵ را به ۲۵۴,۳۲۱,۷۶۳ تقسیم کنیم. فرآیند تقسیم کاملاً روشن است ولی اگر مقسوم علیه 10^8 باشد کافی است به جای تقسیم علامت ممیز را ۸ رقم از راست برای عدد قرار دهیم. به این ترتیب انتقال ممیز جایگزین تقسیم می‌شود. این بحث در مبنای ۲ نیز صادق است و این موضوع باعث کارایی روش‌های همنهشتی است اگر $m = 2^b$ اختیار شود.

افزایش کارایی مولدهای همنهشتی به اختیار $a = 4l + 1$ بر می‌گردد. طبق این تعریف می‌توان a را برابر $2^q + 1$ در نظر گرفت که در آن $\alpha \geq 2$ و $\alpha \in \mathbb{Z}^+$. با لحاظ a به این فرم می‌توان عمل ضرب a در X_{i-1} را با عمل جمع خود X_{i-1} و مقدار آن پس از انتقال ممیز به تعداد α بیت به راست جانشین کرد.

۳-۳-۵ مولد تات ورس^۱

این روش بر اساس کار تحقیقاتی تات ورس (۱۹۶۵) ایجاد شده و نسبت به روش‌های همنهشتی از مزایای بیشتری برخوردار است. به عنوان نمونه این روش مستقل از کامپیوتر و طول کلمه آن و مستقیماً روی بیت‌های آن کار می‌کند.

بر اساس این روش دنباله ارقام $b_1, b_2, \dots$ در مبنای ۲ مطابق رابطه بازگشتی

$$b_i \equiv (c_1 b_{i-1} + c_2 b_{i-2} + \dots + c_q b_{i-q})$$

طوری تعریف می‌شوند که ثابت‌های $c_1, c_2, \dots, c_q$ تنها یکی از دو مقدار صفر یا یک را برمی‌گزینند و در واقع اثبات می‌شود که تنها دو ثابت از ثابت‌های $c_1, c_2, \dots, c_q$ مقدار یک و بقیه را مقدار صفر اختیار می‌کنند. بر اساس این مطلب می‌توان رابطه اصلی مولد فوق را به صورت زیر نوشت:

$$b_i \equiv (b_{i-r} + b_{i-q})$$

که در آن r و q اعداد صحیح هستند که $0 < r < q$. معادله همنهشتی فوق به طور هم‌ارز به صورت زیر می‌باشد:

$$b_i = \begin{cases} 0 & b_{i-r} = b_{i-q} \\ 1 & b_{i-r} \neq b_{i-q} \end{cases}$$

برای تولید اعداد تصادفی با این روش بایستی q بیت از قبل مشخص باشد. مشخص کردن این q بیت معادل تعیین X_0 در روش‌های همنهشتی است.

مثال زیر از Lewis و Payne است.

مثال ۳-۳-۳: به فرض $r=3$, $q=5$ و $b_1=b_2=b_3=b_4=b_5=1$ در این صورت ۴۲ بیت تصادفی تولید شده عبارتست از:

۱۱۱۱۱۰۰۰۰۱۱۰۱۱۱۰۱۰۱۰۰۰۰۱۰۰۱۰۱۱۰۰۱۱۱۱۱۰۰۰۱۱۰

طول دوره این روش برابر $2^q - 1$ است که در این مثال داریم $2^5 - 1 = 31$. اکنون باید رشته عددی تولید شده را به یک رشته از اعداد تصادفی در $[0,1]$ تبدیل کنیم. برای این کار می‌توان رشته‌های l بیتی را از این رشته انتخاب کرد و با تبدیل آن رشته l بیتی در مبنای ۲ به مبنای ۱۰ در بازه $[0, 2^l - 1]$ و تقسیم اعداد حاصل به 2^l عددی در $[0,1]$ تعیین شود.

به عنوان نمونه اگر در رشته فوق رشته‌های چهار بیتی ($l=4$) اختیار کنیم؛ اعداد تصادفی تولید شده عبارتند از:

$$x_1 = (1111)_2 = 15 \rightarrow u_1 = \frac{x_1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$x_2 = (1000)_2 = 8 \rightarrow u_2 = \frac{x_2}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$x_3 = (1101)_2 = 13 \rightarrow u_3 = \frac{x_3}{16} = \frac{13}{16}$$

پس دنباله اعداد تصادفی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\frac{15}{16}, \frac{8}{16}, \frac{13}{16}, \frac{13}{16}, \frac{4}{16}, \frac{2}{16}, \frac{5}{16}, \dots$$

۳-۴ آزمون‌های آماری

همچنانکه قبلاً گفته شد دو ویژگی یکنواختی و استقلال آماری اعداد تصادفی در بحث مولدهای اعداد تصادفی مطرح است. همچنین یادآوری می‌کنیم که آزمون‌های بسیاری برای بررسی اینکه اعداد تصادفی داده شده از یکنواختی برخوردارند یا خیر، وجود دارند. آزمون‌هایی مانند افراز، شکاف، روند و همبستگی برای بررسی استقلال اعداد تصادفی تولید شده توسط یک مولد به کار برده می‌شوند.

در ادامه به بررسی این آزمون‌ها می‌پردازیم ولی قبل از این کار ابتدا فرض‌های آماری را در مورد آزمون توزیع احتمال یکنواخت معرفی می‌کنیم.

$$H_0: x_i \sim U[0,1]$$

$$H_1: x_i \sim U[0,1]$$

مطابق فرض صفر H_0 ، اعداد تولید شده توسط یک مولد در $[0,1]$ دارای توزیع احتمال یکنواخت است. عدم رد این فرض بدین معنی است که هیچ دلیلی مبنی بر عدم توزیع اعداد تولید شده مطابق با تابع چگالی احتمال یکنواخت در $[0,1]$ وجود ندارد. همچنین رد نکردن این فرض به این معنی نیز نخواهد بود که از انجام آزمایش‌های دیگر برای بررسی یکنواختی بی‌نیاز هستیم. سطح معنی دار آزمون، یعنی α ، به معنی احتمال رد فرض صفر برخلاف صحت آن است. این سطح به صورت احتمال شرطی زیر داده می‌شود:

$$\alpha = p\{H\}$$

در عمل معمولاً یکی از دو مقدار 0.05 یا 0.01 برای α انتخاب می‌شود. این بحث در فصول بعدی به تفصیل بررسی خواهد شد.

۳-۴-۱ آزمون‌های فراوانی

در این بخش دو آزمون مهم و معروف جهت بررسی یکنواختی اعداد تصادفی تولید شده ارائه می‌کنیم. این دو آزمون عبارتند از: الف) کای دو (ب) آزمون کالموگروف-اسمیرنف.

الف) آزمون کای دو

فرض کنید دنباله اعداد تصادفی $u_1, u_2, \dots, u_n$ در دست است و می‌خواهیم این دنباله را از حیث تبعیت از تابع چگالی احتمالی یکنواخت بررسی کنیم. بازه $[0,1]$ را به k زیر بازه متساوی الفاصله تقسیم می‌کنیم. برای $j = 1, 2, \dots, k$ فرض کنید f_j فراوانی u_i ها با نمونه‌های در J امین زیر بازه باشد؛ برمی‌گزینیم:

$$\chi^2 = \frac{k}{n} \sum_{j=1}^k (f_j - \frac{n}{k})^2$$

چنانکه u_i ها دارای توزیع یکنواخت مستقل باشند و n به قدر کافی بزرگ باشد؛ آن‌گاه χ^2 دارای توزیع کای دو با $k-1$ درجه آزادی خواهد بود.

با توجه به این مطلب چنانکه $\chi^2 > \chi_{k-1,1-\alpha}^2$ باشد، که در آن $\chi_{k-1,1-\alpha}^2$ حد بالای مقدار بحرانی توزیع کای دو با $k-1$ درجه آزادی است، فرض صفر را در سطح معنی دار α رد می‌کنیم. برای مقادیر بزرگ k می‌توانیم از تقریب زیر برای این کران بالا استفاده کنیم:

$$\chi_{k-1,1-\alpha}^2 \approx (k-1) \left\{ 1 - \frac{2}{9(k-1)} + Z_{1-\alpha} \left[\frac{2}{9(k-1)} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^2$$

که در آن $Z_{1-\alpha}$ کران بالای مقدار بحرانی توزیع $N(0,1)$ (نرمال استاندارد) است.

مثال ۳-۴-۱: نمونه صدتایی را از اعداد تولید شده در زیر توسط یک مولد از حیث تبعیت از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ بررسی کنید.

جدول ۳-۴ اعداد تولید شده توسط یک مولد

۰/۷۶	۰/۷۷	۰/۴۶	۰/۰۹	۰/۵۵	۰/۸۹	۰/۶۸	۰/۰۶	۰/۰۲	۰/۲۹
۰/۴۰	۰/۷۶	۰/۵۳	۰/۹۷	۰/۵۷	۰/۲۲	۰/۶۶	۰/۷۳	۰/۵۲	۰/۲۶
۰/۹۴	۰/۷۴	۰/۹۲	۰/۳۴	۰/۵۵	۰/۳۲	۰/۴۹	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۲۱
۰/۶۴	۰/۳۸	۰/۵۷	۰/۳۵	۰/۱۲	۰/۲۹	۰/۶۲	۰/۷۴	۰/۹۲	۰/۶۷
۰/۴۳	۰/۰۴	۰/۶۲	۰/۴۸	۰/۴۳	۰/۶۵	۰/۴۷	۰/۹۱	۰/۱۸	۰/۵۶
۰/۴۱	۰/۴۷	۰/۴۴	۰/۲۲	۰/۶۰	۰/۵۲	۰/۶۰	۰/۳۲	۰/۸۹	۰/۵۹
۰/۲۴	۰/۱۶	۰/۲۸	۰/۷۲	۰/۴۴	۰/۷۱	۰/۰۲	۰/۷۷	۰/۵۱	۰/۶۳
۰/۲۲	۰/۴۷	۰/۴۰	۰/۵۳	۰/۷۳	۰/۵۸	۰/۷۳	۰/۱۷	۰/۳۳	۰/۵۹
۰/۷۵	۰/۲۹	۰/۰۹	۰/۵۲	۰/۹۶	۰/۴۲	۰/۷۹	۰/۷۶	۰/۷۶	۰/۱۷
۰/۸۴	۰/۰۰	۰/۴۱	۰/۰۴	۰/۰۱	۰/۸۰	۰/۹۰	۰/۸۸	۰/۷۵	۰/۶۵

برای بررسی یکنواختی ابتدا بازه $[0,1]$ را به $k=10$ زیر بازه متساوی الفاصله به صورت $[0,0.1]$ ، $[0.1,0.2]$ ، ...، $[0.9,1]$ افزایش می‌دهیم. در جدول صفحه بعد محاسبات برآورد χ^2 آمده است:

جدول ۳-۵ برآورد χ^2

	j	f_j	$(f_j - 10)^2$
$[0, 0 / 1)$	۱	۱۱	۱
$[0 / 1, 0 / 2)$	۲	۵	۲۵
$[0 / 2, 0 / 3)$	۳	۱۰	۰
$[0 / 3, 0 / 4)$	۴	۶	۱۶
$[0 / 4, 0 / 5)$	۵	۱۵	۲۵
$[0 / 5, 0 / 6)$	۶	۱۴	۱۶
$[0 / 6, 0 / 7)$	۷	۱۱	۱
$[0 / 7, 0 / 8)$	۸	۱۶	۳۶
$[0 / 8, 0 / 9)$	۹	۵	۲۵
$[0 / 9, 1]$	۱۰	۷	۹

$$\chi^2 = \frac{10}{n} \sum_{j=1}^{10} (f_j - 10)^2$$

$$= \frac{10}{100} \times 154 \Rightarrow \chi^2 = 154/10, \quad \chi^2_{9,0/95} = 3/325$$

می‌بینیم که $\chi^2 > \chi^2_{9,0/95}$ پس فرض صفر را در سطح $0/05$ رد می‌کنیم. لذا اعداد تصادفی فوق یکنواخت نیستند.

(ب) آزمون کالموگروف - اسمیرنف ($K - S$)

مبنای قضاوت این روش برای یکنواختی، تابع توزیع تجمعی است. یادآوری می‌کنیم که برای متغیر تصادفی X تابع توزیع تجمعی به صورت $F(x) = p(X \leq x)$ تعریف می‌شود. در این روش برای نمونه‌های $x_1, x_2, \dots, x_N$ تابع توزیع تجربی به صورت

احتمال (تعداد x_i هایی که از مقدار x تجاوز نمی‌کنند) $F_N(x)$

تعریف می‌شود. بر اساس مقدار اختلافات این دو تابع توزیع فرض صفر $H_0: x \sim F$ مورد آزمون قرار می‌گیرد.

هنگام بررسی یکنواخت بودن توزیع اعداد تصادفی داده شده، تابع توزیع تجمعی به صورت $F(x) = x$ داده می‌شود. کالموگروف - اسمیرنف آماره دو طرفه خود را به صورت $D = \max_x [F_N(x) - F(x)]$ آرایه کرده‌اند. آماره‌های یک طرفه این آزمون به صورت‌های زیر داده می‌شود:

$$D^+ = \max_x [F_N(x_i) - F(x_i)]$$

$$D^- = \max_x [F(x_i) - F_N(x_{i-1})]$$

$$D = \max\{D^+, D^-\}$$

جداول احتمالات $P(D > D_\alpha) \leq \alpha$ به ازای مقادیر مختلف N (حجم نمونه) و α (سطح اطمینان آماری) را می‌توانید در انتهای همین کتاب و یا کتاب‌های آمار و احتمال ملاحظه کنید.

چون در این روش برای بررسی یکنواختی توزیع، تابع توزیع تجمعی به صورت $F(x) = x$ داده می‌شود، اندازه‌گیری‌ها مربوط به اختلاف تابع توزیع تجربی و خط $y = x$ در نقاط نمونه‌ای می‌باشند.

مثال ۳-۴-۲: فرض کنید دنباله اعداد تصادفی $0/54, 0/98, 0/11, 0/68, 0/73$ و $0/98$ در $[0, 1]$ تولید شده‌اند. یکنواختی توزیع آن‌ها را با $\alpha = 0/05$ بر اساس آزمون $K - S$ بررسی کنید.

حل: ابتدا اعداد را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم تا نمونه‌ها به صورت زیر مشخص شوند:

$$x_1 = 0/11, x_2 = 0/54, x_3 = 0/68, x_4 = 0/73, x_5 = 0/98$$

توزیع تجمعی تجربی را در هر یک از این نقاط حساب می‌کنیم (فرض کنید $N = 5$ باشد).

$$F_{\delta}(x_1) = \frac{1}{\delta} = 0/2, F_{\delta}(x_r) = \frac{2}{\delta} = 0/4, F_{\delta}(x_r) = \frac{3}{\delta} = 0/6$$

$$F_{\delta}(x_f) = \frac{4}{\delta} = 0/8, F_{\delta}(x_{\delta}) = 1$$

توزیع تجمعی تصادفی یکنواخت با پارامترهای صفر و یک به صورت $F(x) = x$ است، پس

$$F(0/11) = 0/11, F(0/54) = 0/54, F(0/68) = 0/68$$

$$F(0/73) = 0/73, F(0/98) = 0/98$$

برای برآورد آماره D^+ داریم:

$$F_{\delta}(0/11) - F(0/11) = 0/2 - 0/11 = 0/09$$

$$F_{\delta}(0/54) - F(0/54) = 0/4 - 0/54 = -0/14$$

$$F_{\delta}(0/68) - F(0/68) = 0/6 - 0/68 = -0/08$$

$$F_{\delta}(0/73) - F(0/73) = 0/8 - 0/73 = 0/07$$

$$F_{\delta}(0/98) - F(0/98) = 1 - 0/98 = 0/02$$

بنابراین

$$D^+ = \max\{0/09, 0/07, 0/02\} = 0/09$$

اما برای محاسبه D^- داریم:

$$F(0/11) - 0 = 0/11$$

$$F(0/54) - F_{\delta}(0/11) = 0/54 - 0/2 = 0/34$$

$$F(0/68) - F_{\delta}(0/54) = 0/68 - 0/4 = 0/28$$

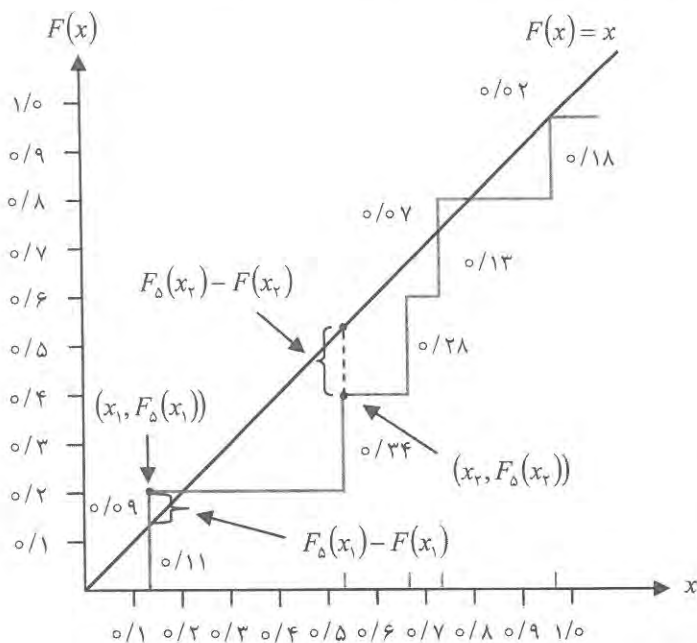
$$F(0/73) - F_{\delta}(0/68) = 0/73 - 0/6 = 0/13$$

$$F(0/98) - F_{\delta}(0/73) = 0/98 - 0/8 = 0/18$$

بنابراین

$$D^- = \max\{0/11, 0/34, 0/28, 0/13, 0/18\} = 0/34$$

خلاصه بررسی‌های فوق در نمودار و جدول زیر داده شده است.



نمودار ۲-۳ منحنی دو تابع $F(x)$ و $F_{\delta}(x)$ و تعیین مقادیر D^+ و D^-

در نمودار ۲-۳، منحنی دو تابع $F(x)$ و $F_{\delta}(x)$ دیده می‌شود. در هر نقطه‌ی نمونه، تفاوت این دو تابع سنجیده می‌شود. مثلاً در نقطه نمونه‌ی $x_1 = 0/11$ این تفاوت برابر است با $F_{\delta}(0/11) - F(0/11) = 0/2 - 0/11 = 0/09$ و در نقطه نمونه‌ی $x_r = 0/54$ این تفاوت برابر است با $F_{\delta}(0/54) - F(0/54) = 0/4 - 0/54 = -0/14$. D^+ برابر ماکزیمم تفاوت این دو تابع در نقاط نمونه‌ای خواهد بود. همچنین D^- حداکثر اختلاف تابع $F(x_i)$ از $F_{\delta}(x_{i-1})$ در نقاط نمونه‌ای است. برای مثال در نقطه نمونه‌ی $x_r = 0/54$ داریم: $F(0/54) - F_{\delta}(0/11) = 0/54 - 0/2 = 0/34$ و به همین ترتیب برای سایر نقاط.

شاخص D حداکثر مقدار بین D^+ و D^- خواهد بود که اساس آزمون $K-S$ را تشکیل می‌دهد.

جدول ۳-۶ محاسبه‌ی مقادیر D^+ و D^-

x_i	۰/۱۱	۰/۵۴	۰/۶۸	۰/۷۳	۰/۹۸
$F_\Delta(x_i)$	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱/۰۰
$F_\Delta(x_i) - F(x_i)$	۰/۰۹	-	-	۰/۰۷	۰/۰۲
$F(x_i) - F_\Delta(x_i)$	۰/۱۱	۰/۳۴	۰/۲۸	۰/۱۳	۰/۱۸

بنابراین

$$D = \max\{0/09, 0/34\} = 0/34$$

از طرفی مطابق جداول احتمال داریم $D_{0/05, 0/05} = 0/565$ و چون $0/34 < 0/565$ ، لذا نمی‌توان فرض صفر یعنی فرض توزیع احتمال یکنواخت در $[0,1]$ را برای مقادیر داده شده در بالا رد کرد.

۳-۴-۲ آزمون‌های روند برای بررسی استقلال اعداد تصادفی تولید شده

در این بخش بعد از معرفی یک روند و طول آن، سه آزمون بر اساس (الف) روندهای صعودی و نزولی (ب) روندهای بزرگ‌تر و کوچک‌تر از میانگین (پ) روندهای بر اساس طول روند را معرفی می‌کنیم.

تعریف روند و طول آن: منظور از یک روند دنباله‌ایی از رخدادهای یکسان است که با رخداد یا رخداد‌های دیگر دنبال می‌شود. تعداد رخداد‌های روند را طول آن روند می‌نامند. به عنوان مثال فرض کنید یک سکه سالم را ۲۰ بار پرتاب کرده باشیم و رخداد‌های شیر (H) و خط (T) در این آزمایش به صورت زیر باشد:

$THTTTTHTTHTHHHTHHHTH$

در دنباله رخداد‌های فوق ۱۲ روند داریم:

جدول ۳-۷ روندها و شماره آن‌ها

شماره روند	روند
۱	T
۲	H
۳	$TTTT$
۴	H
۵	TT
۶	H
۷	T
۸	HHH
۹	T
۱۰	HHH
۱۱	T
۱۲	H

الف) تعداد روندهای صعودی و نزولی:

در دنباله اعداد تصادفی واقع در $[0,1]$ می‌توان بر اساس صعودی و نزولی بودن اعداد پشت سر هم روندی را ایجاد کرد و سپس بر اساس آن روند، آزمون روند را به کار برد.

به عنوان نمونه فرض کنید اعداد زیر داده شده باشد:

$$0/76, 0/08, 0/20, 0/37, 0/36, 0/26, 0/20, 0/03$$

$$0/24, 0/50, 0/16, 0/38, 0/59, 0/30, 0/20, 0/88$$

$$0/82, 0/97, 0/19, 0/20, 0/16, 0/72, 0/79, 0/81$$

برای ایجاد دنباله رخداد‌ها، در این آزمون هر عدد با عدد بعدی خود مقایسه می‌شود، چنانکه عدد بعدی بزرگ‌تر باشد علامت $+$ و در غیر این صورت علامت $-$ گذاشته می‌شود.

بنابراین روند مربوط به اعداد بالا عبارت است از:

- + + - - - - + + - + - - + - + - + + +

اولین علامت - به این دلیل است که عدد بعد از ۰/۷۶ عدد کوچکتر از آن یعنی ۰/۰۸ می-باشد. همچنین چون عدد ۰/۲۰ که بعد از عدد ۰/۰۸ آمده بزرگتر از ۰/۰۸ است یک علامت + قرار داده شده است.

در این دنباله شاهد ۱۴ روند هستیم که طول آن‌ها سبب ایجاد دنباله زیر خواهد شد:

۱، ۲، ۴، ۲، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۳

تعداد روندهای موجود در یک دنباله از رخدادها، متغیر تصادفی X را تعریف می‌کند. اگر تعداد نمونه‌ها، n ، حداقل ۲۱ باشد ($n > 20$) می‌توان نشان داد که توزیع X از $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ تبعیت می‌کند که در آن:

$$\mu_X = \frac{2n-1}{3}, \quad \sigma_X^2 = \frac{16n-29}{90}$$

برای بررسی استقلال اعداد تصادفی داده شده از توزیع نرمال استاندارد

$$Z_o = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} = \frac{X - \left(\frac{2n-1}{3}\right)}{\sqrt{\frac{16n-29}{90}}}$$

استفاده می‌شود. اگر α سطح اطمینان آماری مورد نظر در مطالعه باشد؛ چنانکه $-Z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z_o \leq Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ، دلیلی بر رد فرض استقلال اعداد تصادفی داده شده نخواهیم داشت.

مقادیر $\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}$ در جداول از پیش آماده آماری قابل دسترسی است.

به عنوان نمونه ملاحظه کردید که دنباله روندهای ایجاد شده از اعداد تصادفی اخیر عبارتست از:

- + + - - - - + + - + - - + - + - + + +

میانگین و واریانس متغیر تصادفی X تعداد روندها، یعنی ۱، ۲، ۴، ۲، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۳ عبارتست از:

$$\mu_x = \frac{2(24) - 1}{3} = \frac{47}{3} = 15.6$$

$$\sigma_x^2 = \frac{16 \times 24 - 29}{90} = 3.94$$

$$Z_o = \frac{14 - 15.6}{1.98} = -0.80$$

چون طبق جدول احتمال داریم $Z_{0.025} = 1.96$ (فرض کنید $\alpha = 0.05$ باشد)، لذا نمی‌توان فرض استقلال اعداد دنباله فوق را رد کرد.

ب) تعداد روندهای بزرگ‌تر و کوچک‌تر از میانگین

اعداد تصادفی زیر در $[0,1]$ را در نظر بگیرید:

جدول ۳-۸ اعداد تصادفی در $[0,1]$

| | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| ۰/۵۳ | ۰/۷۶ | ۰/۸۴ | ۰/۳۲ | ۰/۴۴ | ۰/۸۴ |
| ۰/۳۵ | ۰/۳۸ | ۰/۶۹ | ۰/۷۹ | ۰/۲۰ | ۰/۰۱ |
| ۰/۲۸ | ۰/۶۸ | ۰/۴۸ | ۰/۶۶ | ۰/۸۷ | ۰/۴۶ |
| ۰/۷۴ | ۰/۵۷ | ۰/۹۱ | ۰/۳۲ | ۰/۵۷ | ۰/۱۸ |
| ۰/۷۱ | ۰/۴۴ | ۰/۱۳ | ۰/۰۵ | ۰/۹۳ | ۰/۸۴ |
| ۰/۴۳ | ۰/۰۵ | ۰/۹۱ | ۰/۵۳ | ۰/۱۹ | ۰/۶۰ |
| ۰/۸۵ | ۰/۹۳ | ۰/۶۷ | ۰/۷۴ | ۰/۰۸ | ۰/۳۱ |
| ۰/۹۴ | ۰/۷۴ | ۰/۸۵ | ۰/۶۸ | ۰/۱۲ | ۰/۰۱ |
| ۰/۷۴ | ۰/۷۹ | ۰/۸۷ | ۰/۵۳ | ۰/۳۲ | ۰/۲۷ |
| ۱/۰۰ | ۰/۴۷ | ۰/۲۴ | ۰/۳۰ | ۰/۱۶ | ۰/۸۶ |

میانگین ۶۰ عدد تصادفی فوق برابر ۰/۵۴ است. با دقت در این نمونه ۶۰ تایی ملاحظه می‌کنید که دقیقاً ۳۰ عدد تصادفی بالای میانگین و ۳۰ عدد بقیه زیر میانگین تولید شده‌اند. این مساله می‌تواند استقلال خطی تولید اعداد تصادفی فوق را مورد ظن و سوال قرار دهد. اما

$$\mu_x = \frac{\sum n_i n_j}{n} + \frac{1}{2}$$

$$\sigma_x^r = \frac{r n_1 n_r (r n_1 n_r - n)}{n^r (n-1)}$$

$$z_c = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$

به عنوان نمونه دنباله‌ی روندهای ۶۰ عدد تصادفی تولید شده در مرحله‌ی قبل عبارتست از (برای مثال ۵۳/۰ کوچکتر از مقدار میانگین یعنی ۵۴/۰ است پس یک علامت - قرار می‌دهیم، ۷۶/۰ بزرگتر از ۵۴/۰ است پس یک علامت + قرار می‌دهیم و به همین ترتیب):

1, 2, 2, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 1, 1, 3, 2, 2, 1, 2, 5, 2, 4, 2, 3, 3, 1, 4, 1

برای بررسی استقلال آماری مقادیر μ_X ، σ_X^2 و Z_0 را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu_X = \frac{2 \times 30 \times 30}{60} + \frac{1}{2} = \frac{61}{2}$$

$$\sigma_x^r = \frac{2 \times 30 \times 30 (2 \times 30 \times 30 - 60)}{(60)^2 (59)} = \frac{1}{2} \times \frac{1800 - 60}{59} = 14.74$$

$$Z_o = \frac{30 - \frac{61}{2}}{3/14} = -0.13$$

(پ) آزمون روند بر اساس طول روند:

○/४९,○/१३,○/१२,○/८८,○/७१,○/९६,○/१८,○/३३,○/२५,○/६६,○/७६,○/८४

— — — + + + — — — + + +

فرض کنید در یک دنباله از n عدد تصادفی استفاده شده و X_i متغیر تصادفی تعداد روندهای با طول i باشد. اگر معیار تشکیل روند بر اساس ضابطه روندهای صعودی و نزولی باشد در این صورت اگر فرض H صحیح باشد آنگاه χ^2 که با ضابطه زیر داده می‌شود از توزیع کای دو با $K-1$ درجه آزادی تبعیت خواهد کرد که در آن K تعداد روندهای متمایز است.

جدول ۱۱-۳

| طول روند (i) | فراوانی مشاهده O_i | فراوانی مورد انتظار $E(X_i)$ | $\frac{[O_i - E(X_i)]^2}{E(X_i)}$ |
|--------------|----------------------|------------------------------|-----------------------------------|
| ۱ | ۴۰ | ۴۱/۷۵ | ۰/۰۷۳ |
| ۲ | ۱۶ | ۱۸/۱ | ۰/۲۴ |
| ۳ | ۵ } ۸
۳ } | ۵/۱۵ | ۶/۲۶ |
| ۴ | | ۱/۱۱ | |
| | | | ۰/۸۲ |

در نتیجه $\chi^2_0 = ۱/۱۳$. مقدار بحرانی حاصل از جدول با سطح اطمینان آماری $\alpha = ۰/۰۵$ برابر با $۵/۹۹$ است. توجه کنید که چون طبقه چهارم دارای فراوانی کمتر از ۵ است آن را با طبقه مجاور ادغام کرده‌ایم. به این دلیل نیز در محاسبه کای دو در جدول از درجه آزادی ۳ یک واحد کم می‌شود. چون $۵/۹۹ < ۱/۱۳$ ، لذا دلیلی برای رد وجود استقلال در تولید اعداد تصادفی فوق وجود ندارد.

۳-۵ تولید اعداد تصادفی با توزیع های غیر یکنواخت در $[۰,۱]$

در یک مطالعه شبیه سازی بسیاری از پیشامدها به طور تصادفی و به تبعیت از یک توزیع احتمال رخ می‌دهند. ایجاد مدل شبیه سازی الزاماً نیازمند به تولید اعداد تصادفی از توزیع احتمالی مورد نظر است. در واقع این رشته از اعداد تصادفی ورودی های شبیه سازی محسوب می گردند. به عنوان نمونه مدت زمان های سرویس دهی و زمان های بین دو ورود از نمونه مواردی هستند که بایستی بر اساس توزیع احتمالی رخداد آنها در سیستم واقعی، در مدل شبیه سازی از آن توزیع، عدد تصادفی تولید کنیم.

در این بخش تلاش می‌شود که مولد مهم ترین توزیع های احتمالی شناخته شده را جهت تولید اعداد تصادفی طراحی و تولید کنیم. این بررسی شامل متغیرهای تصادفی از توزیع های احتمالی پیوسته و گسسته خواهد بود.

یادآوری می‌کنیم که برای تولید اعداد تصادفی با توزیع های غیر یکنواخت در $[۰,۱]$ ، به داشتن اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت و مستقل در $[۰,۱]$ نیازمند می‌باشیم. لذا در این فصل فرض کنید U متغیری تصادفی با توزیع یکنواخت در $[۰,۱]$ است یعنی $U \sim U[۰,۱]$.

چندین روش برای تولید اعداد تصادفی با توزیع های غیر یکنواخت در $[۰,۱]$ پیشنهاد شده است که آنها را در ادامه مطالعه می‌نماییم.

۳-۵-۱ روش تبدیل عکس

فرض کنید متغیر تصادفی پیوسته X دارای تابع توزیع تجمعی $F_X(x)$ باشد. می‌دانیم که $F_X(x)$ غیر کاهشی و $۰ < F_X(x) < ۱$ ، در این صورت F_X^{-1} معکوس تابع F_X است و می‌توان روش تبدیل عکس را به صورت زیر تا حصول دنباله اعداد تصادفی x با تابع چگالی احتمال $f_X(x)$ ، اجرا کرد.

۱- تولید کنید $U \sim U[۰,۱]$.

۲- قرار دهید $U = F_X(x)$ و محاسبه کنید $X = F_X^{-1}(U)$ و سپس به مرحله ۱ بروید. در واقع چون $F(x)$ معکوس پذیر است می‌توان نوشت:

$$P(X \leq x) = P(F_X^{-1}(U) \leq x) = P(U \leq F_X(x)) = F_X(x)$$

تساوی آخر به دلیل اینکه $U \sim U[۰,۱]$ و $۰ \leq F_X(x) \leq ۱$ برقرار است.

مثال ۳-۵-۱: مطلوبست طراحی مولد اعداد تصادفی با توزیع نمایی با پارامتر β .

می‌دانیم که تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته x با پارامتر β عبارتست از:

$$f_X(x) = \begin{cases} \beta e^{-\beta x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

تابع توزیع تجمعی این متغیر تصادفی عبارتست از:

$$F_X(x) = \int_0^x f_X(x) dx = \int_0^x \beta e^{-\beta x} dx = 1 - e^{-\beta x} \Rightarrow$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\beta x}, & x \geq 0 \\ 0, & 0, w \end{cases}$$

برای یافتن تابع مولد، X را از معادله $U = F_X(x)$ محاسبه می‌کنیم:

$$1 - e^{-\beta x} = U \Rightarrow e^{-\beta x} = 1 - U \Rightarrow -\beta x = \ln(1 - U) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = -\frac{1}{\beta} \ln(1 - U) \quad (3-3)$$

بنابراین با تولید اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در $[0,1]$ می‌توان اعداد تصادفی را با توزیع نمایی با پارامتر β از معادله (۳-۳) محاسبه کرد.

مثال ۳-۵-۲: معلوم شده که زمان‌های بین دو ورود خودروها به یک جایگاه فروش بنزین دارای توزیع نمایی با پارامتر $\beta = 2/91$ است. مطلوبست تولید ۶۰ زمان بین دو ورود خودرو به این جایگاه.

حل: مولد اعداد تصادفی با توزیع نمایی با پارامتر $\beta = 2/91$ عبارتست از:

$$X = -\frac{1}{2/91} \ln(1 - U) = -50.5 \ln(1 - U)$$

بنابراین:

جدول ۳-۱۲ جدول اعداد تصادفی با توزیع نمایی با پارامتر $\beta = 2/91$

| U_i | X_i | U_i | X_i | U_i | X_i |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0/04 | 0/01 | 0/71 | 0/42 | 0/48 | 0/22 |
| 0/29 | 0/12 | 0/60 | 0/31 | 0/99 | 1/44 |
| 0/37 | 0/16 | 0/28 | 0/11 | 0/85 | 0/65 |
| 0/65 | 0/35 | 0/72 | 0/43 | 0/46 | 0/21 |
| 0/53 | 0/26 | 0/49 | 0/23 | 0/69 | 0/40 |
| 0/28 | 0/11 | 0/32 | 0/13 | 0/99 | 1/62 |
| 0/17 | 0/06 | 0/51 | 0/24 | 0/21 | 0/08 |
| 0/22 | 0/09 | 0/79 | 0/52 | 0/97 | 1/17 |
| 0/97 | 1/15 | 0/69 | 0/40 | 0/11 | 0/08 |
| 0/07 | 0/03 | 0/57 | 0/29 | 0/58 | 0/30 |
| 0/36 | 0/15 | 0/68 | 0/38 | 0/88 | 0/71 |
| 0/71 | 0/43 | 0/62 | 0/33 | 0/60 | 0/31 |
| 0/65 | 0/35 | 0/84 | 0/62 | 0/66 | 0/37 |
| 0/80 | 0/54 | 0/75 | 0/47 | 0/64 | 0/35 |

| | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 0/65 | 0/35 | 0/42 | 0/19 | 0/12 | 0/04 |
| 0/85 | 0/64 | 0/67 | 0/38 | 0/97 | 1/21 |
| 0/15 | 0/05 | 0/28 | 0/11 | 0/92 | 0/87 |
| 0/85 | 0/65 | 0/87 | 0/68 | 0/52 | 0/25 |
| 0/42 | 0/18 | 0/32 | 0/13 | 0/03 | 0/01 |
| 0/60 | 0/32 | 0/65 | 0/35 | 0/82 | 0/59 |

مثال ۳-۵-۳: مطلوبست طراحی مولد اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در $[a,b]$.

می‌دانیم که اگر X دارای توزیع یکنواخت در $[a,b]$ باشد؛ تابع چگالی احتمال آن از قاعده زیر تبعیت می‌کند:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & o.w \end{cases}$$

$$P(X \leq x) = F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

بنابراین با اختیار $U = F_X(x)$ خواهیم داشت:

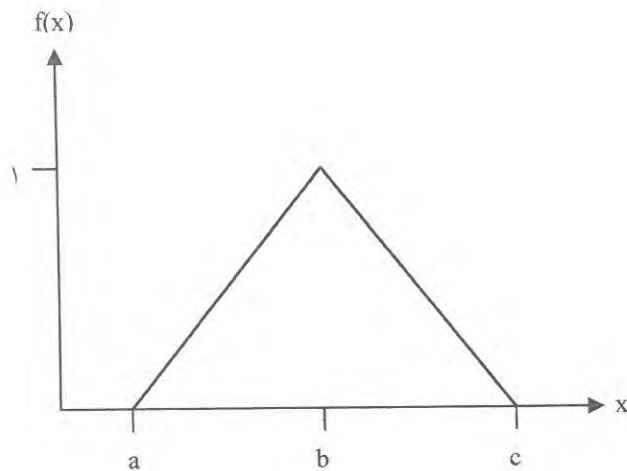
$$U = \frac{X-a}{b-a} \Rightarrow X = a + (b-a)U \quad (4-3)$$

مثال ۳-۵-۴: معلوم شده است که مسئول پذیرش یک هتل به مسافران متقاضی اقامت در آن با توزیع یکنواخت در $[1,4]$ خدمت رسانی می‌کند. مطلوبست پیش‌بینی مدت خدمت رسانی به پذیرش ۲۰ متقاضی.

حل: با توجه به مولد اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت مولد خدمت رسانی در این مورد عبارتست از $X = 1 + 3u$. بنابراین:

چنانکه قرار دهیم $0 \leq F(x) = u \leq 1$ ، خواهیم داشت:

$$X = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)u}, & 0 \leq u \leq \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-b)(c-a)(1-u)}, & \frac{b-a}{c-a} < u \leq 1 \end{cases}$$



نمودار ۳-۴: نمودار تابع چگالی احتمال X با توزیع مثلثی با پارامترهای a ، b و c

مثال ۳-۵-۶: مطلوبست تولید اعداد تصادفی با توزیع مثلثی با پارامترهای $a=1$ ، $b=3$ و $c=4$.

حل: با توجه به مولد اعداد تصادفی با توزیع مثلثی داریم:

$$X = \begin{cases} 1 + \sqrt{6u}, & 0 \leq u \leq 0.66 \\ 4 - \sqrt{3(1-u)}, & 0.66 < u \leq 1 \end{cases}$$

بنابراین:

جدول ۱۲-۳: جدول پیش بینی مدت خدمت دهی به ۲۰ متقاضی پیایی

| u_i | X_i (پیش بینی مدت خدمت دهی به ۲۰ متقاضی پیایی) |
|-------|--|
| ۰/۳۸ | ۲/۱۴ |
| ۰/۳۷ | ۱/۸۰ |
| ۰/۵۷ | ۲/۷۰ |
| ۰/۵۶ | ۲/۶۹ |
| ۰/۵۸ | ۲/۷۳ |
| ۰/۷۷ | ۳/۳۲ |
| ۰/۴۸ | ۲/۴۵ |
| ۰/۷۷ | ۳/۳۱ |
| ۰/۱۲ | ۱/۳۵ |
| ۰/۱۶ | ۱/۴۹ |
| ۰/۳۷ | ۲/۱۲ |
| ۰/۴۵ | ۲/۳۴ |
| ۰/۴۹ | ۲/۴۶ |
| ۰/۶۲ | ۲/۸۶ |
| ۰/۶۳ | ۲/۸۸ |
| ۰/۷۳ | ۳/۱۹ |
| ۰/۹۶ | ۳/۸۹ |
| ۰/۰۴ | ۱/۱۳ |
| ۰/۴۹ | ۲/۴۸ |
| ۰/۴۶ | ۲/۳۹ |

مثال ۳-۵-۵: مطلوبست طراحی مولد اعداد تصادفی با توزیع مثلثی.

حل: از آمار و احتمال می‌دانیم که اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع مثلثی با پارامترهای a ، b و c باشد، آن‌گاه تابع توزیع احتمال آن عبارتست از:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & a \leq x \leq b \\ 1 - \frac{(c-x)^2}{(c-a)(c-b)}, & b < x \leq c \end{cases}$$

جدول ۳-۱۴ پیش‌بینی اعداد تصادفی از توزیع مثلثی

| u_i | X_i | u_i | X_i |
|-------|-------|-------|-------|
| ۰/۶۲ | ۲/۱۸ | ۰/۲۳ | ۱/۵۳ |
| ۰/۶۳ | ۲/۱۹ | ۰/۵۹ | ۲/۱۳ |
| ۰/۹۳ | ۳/۵۴ | ۰/۸۸ | ۳/۴۱ |
| ۰/۱۹ | ۱/۴۵ | ۰/۵۴ | ۲/۰۵ |
| ۰/۲۸ | ۱/۶۴ | ۰/۱۵ | ۱/۳۷ |
| ۰/۱۵ | ۱/۳۷ | ۰/۶۷ | ۳/۰۱ |
| ۰/۳۳ | ۱/۷۳ | ۰/۹۶ | ۳/۶۵ |
| ۰/۳۷ | ۱/۷۹ | | |
| ۰/۲۴ | ۱/۵۷ | | |
| ۰/۸۹ | ۳/۴۲ | | |
| ۰/۶۹ | ۳/۰۴ | | |
| ۰/۰۹ | ۱/۲۳ | | |
| ۰/۸۷ | ۳/۳۷ | | |
| ۰/۲۵ | ۱/۵۸ | | |
| ۰/۲۴ | ۱/۵۶ | | |
| ۰/۲۰ | ۱/۴۹ | | |
| ۰/۵۶ | ۲/۰۹ | | |
| ۰/۰۲ | ۱/۰۵ | | |
| ۰/۸۵ | ۳/۳۳ | | |
| ۰/۸۴ | ۳/۳۱ | | |
| ۰/۲۱ | ۱/۰۵ | | |
| ۰/۵۳ | ۲/۰۵ | | |
| ۰/۹۸ | ۳/۷۴ | | |

میانگین و واریانس این متغیر تصادفی عبارتست از:

$$\mu_x = \frac{a+b+c}{3}$$

$$\text{var}(x) = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18}$$

مثال ۳-۵-۷: مطلوبست تولید اعداد تصادفی با تابع چگالی احتمال داده شده در زیر:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{o.w} \end{cases}$$

حل: تابع توزیع تجمعی توزیع فوق عبارتست از:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \int_0^x 2x dx = x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

لذا

$$X = F_X^{-1}(U) = U^{\frac{1}{2}}, \quad 0 \leq u \leq 1$$

مولد اعداد تصادفی با تابع توزیع احتمال داده شده با ضابطه $f_X(x)$ است.

مثال ۳-۵-۸: فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ دارای توزیع‌های یکنواخت و مستقل با تابع توزیع تجمعی احتمال $F_X(x)$ باشند. تعریف می‌کنیم $Y_1 = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ و $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$. مطلوبست تولید Y_1 و Y_n .

حل: توزیع‌های Y_1 و Y_n عبارتند از:

$$F_{Y_1}(y) = 1 - [1 - F_X(y)]^n, \quad F_{Y_n}(y) = [F_X(y)]^n$$

لذا طبق روش تبدیل عکس داریم:

$$Y_1 = F_X^{-1}(1 - U^{\frac{1}{n}}), \quad Y_n = F_X^{-1}(U^{\frac{1}{n}})$$

در حالت خاص چنانکه $X = U$ ، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$Y_1 = 1 - U^{\frac{1}{n}}, \quad Y_n = U^{\frac{1}{n}}$$

یادآوری می‌کنیم که برای استفاده از روش تبدیل عکس باید $F_X(x)$ قابل محاسبه و معکوس آن موجود باشد. توزیع‌های معروفی همچون یکنواخت، نمایی، لجستیک و کوشی در این دسته از توزیع‌ها قرار دارند. متأسفانه در بسیاری از توزیع‌های احتمال این روش به دلیل مشکل بودن حل معادله $U = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$ قابل استفاده نیست. حتی در مواردی هم با وجود F_X^{-1} به صورت یک تابع صریح، ضابطه آن کارایی لازم را برای محاسبات ندارد.

مثال ۳-۵-۹: مطلوبست تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال

$$f_X(x) = \begin{cases} C_i, & x_{i-1} \leq x \leq x_i \quad i = 1, \dots, n \\ 0, & \text{و.ا.} \end{cases}$$

که در آن $C_i \geq 0$ و $a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ (نمودار ۳-۴).

حل: فرض کنید که:

$$P_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f_X(x) dx, \quad i = 1, \dots, n; \quad F_i = \sum_{j=1}^i P_j; \quad F_0 = 0$$

بنابراین $F_X(x) = \sum_{j=1}^{i-1} P_j + \int_{x_{i-1}}^x C_i dx = F_{i-1} + C_i(x - x_{i-1})$ که در آن $i = \max\{j : x_{j-1} \leq x\}$

اکنون طبق قاعده‌ی این روش، معادله‌ی $F_X(x) = U$ را نسبت به X حل می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$X = x_{i-1} + \frac{U - F_{i-1}}{C_i}, \quad F_{i-1} \leq U < F_i$$

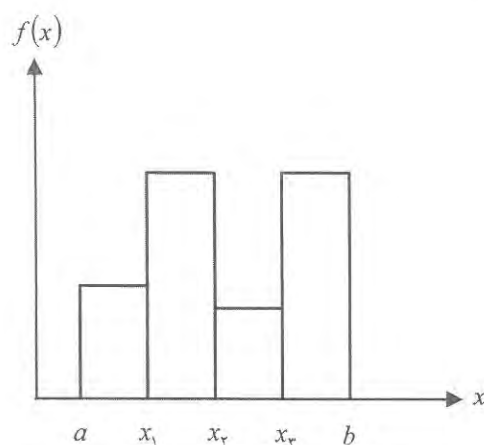
بنابراین برای تولید اعداد تصادفی برای این متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال داده شده به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- عدد تصادفی U را با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 1]$ تولید می‌کنیم.

۲- i را از رابطه $\sum_{j=1}^{i-1} P_j < U < \sum_{j=1}^i P_j, \quad i = 1, \dots, n$ محاسبه می‌کنیم.

$$X \leftarrow x_{i-1} + \frac{U - \sum_{j=1}^{i-1} P_j}{C_i} \quad ۳-$$

۴- X حاصل شده است.



نمودار ۳-۴: نمودار تابع چگالی احتمال مثال ۳-۵-۹

مثال ۳-۵-۱۰: فرض کنید $f_X(x)$ به صورت زیر داده شده باشد:

$$f_X(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x), \quad f_i \geq 0$$

مطلوبست طراحی مولدی برای تولید اعداد تصادفی برای متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمالی داده $f_X(x)$.

حل: تعریف می‌کنیم:

$$P_i = \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(x) dx, \quad F_0 = 0, \quad F_i = \sum_{j=1}^i P_j, \quad \varphi_i(x) = \int_{-\infty}^x f_i(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ابتدا ثابت می‌کنیم $X = \varphi_i^{-1}(U - F_{i-1})$ که $F_{i-1} \leq U < F_i$ معلوم است که $\frac{\varphi_i}{P_i}$ تابع توزیع تجمعی است و چنانکه $F_{i-1} < U \leq F_i$ باشد $\frac{(U - F_{i-1})}{P_i}$ دارای توزیع یکنواخت در $[0, 1]$ است.

بنابراین $X = F_X^{-1}\left(\frac{(U - F_{i-1})}{P_i}\right)$ تابع چگالی احتمال $\frac{f_i}{P_i}$ است مشروط به اینکه $F_{i-1} < U \leq F_i$ لذا نتیجه می‌شود که:

$$X = \varphi_i^{-1}(U - F_{i-1}) = F_X^{-1}\left(\frac{(U - F_{i-1})}{P_i}\right), \quad f_X(x) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_i}{P_i}\right) P_i$$

بنابراین برای تولید اعداد تصادفی با ویژگی‌های فوق به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$P_i \leftarrow \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x) dx, \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$F_i = \sum_{j=1}^i P_j, \quad i = 1, \dots, n \quad 2-$$

۳- U را از توزیع یکنواخت $[0, 1]$ تولید کنید.

۴- i را از رابطه $F_{i-1} < U \leq F_i$ و $F_0 \leftarrow 0$ محاسبه کنید.

$$\varphi_i(x) \leftarrow \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x) dx, \quad i = 1, \dots, n \quad 5-$$

$$X \leftarrow \varphi_i^{-1}(U - F_{i-1}) \quad 6-$$

۷- X محاسبه شده است.

به عنوان نمونه فرض کنید:

$$f_X(x) = \frac{3}{8}(1+x^2), \quad -1 \leq x \leq 1$$

همچنین فرض کنید $f_1(x) = \frac{3}{8}$ و $f_2(x) = \frac{3}{8}x^2$ برای $-1 \leq x \leq 1$. بنابراین:

$$P_1 = \frac{3}{4}, \quad P_2 = \frac{1}{4}, \quad \varphi_1(x) = \frac{3}{8}(x+1), \quad \varphi_2(x) = \frac{1}{8}(x^2+1)$$

و لذا داریم:

$$x = \begin{cases} \frac{8}{3}u - 1, & u \leq \frac{3}{4} \\ \left(\frac{8}{3}u - 1\right)^{\frac{1}{2}}, & u > \frac{3}{4} \end{cases}$$

۳-۵-۲ روش‌های ترکیبی

این روش توسط Butler پیشنهاد شد و سپس به وسیله سایرین مورد بهره برداری بیشتری قرار گرفت.

در این روش مانند روش‌های قبلی تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X ، با تابع چگالی احتمال $f_X(x)$ مورد نظر است. فرض می‌کنیم $g(x|y)$ تابع چگالی احتمال تک پارامتری با پارامتر y باشد. با معلوم بودن y تابع $g(x)$ معلوم است.

چنانکه y از تابع تجمعی پیوسته $F_Y(y)$ حاصل شود و X از $g(x)$ بواسطه معلوم بودن y معلوم باشد، تابع چگالی احتمال X به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$f_X(x) = \int g(x|y) dF_Y(y)$$

و اگر y پارامتر صحیح باشد رابطه فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$f_X(x) = \sum_i P_i g(x|y=i) \quad (5-3)$$

که در آن $\sum_i P_i = 1$ ، $P_i > 0$ ، $i = 1, 2, \dots$ و $P_i = P(y=i)$ با این روش می‌توان برخی از

توزیع‌های مهم را تولید و شبیه‌سازی کرد و برخی از توزیع‌های پیچیده را از توزیع‌های ساده‌تر که از روش تبدیل عکس یا روش رد-قبول به دست می‌آیند؛ شبیه‌سازی کرد.

مثال ۳-۵-۱۱: مطلوبست تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال زیر:

$$f_X(x) = \frac{5}{12} [1 + (x-1)^2], \quad 0 \leq x \leq 2$$

حل: تابع چگالی احتمال $f_X(x)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f_X(x) = \frac{5}{6} f_1(x) + \frac{1}{6} f_2(x), \quad 0 \leq x \leq 2$$

که در آن

$$f_1(x) = \frac{1}{2}, \quad f_2(x) = \frac{5}{2} (x-1)^2, \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$x = \begin{cases} 2u_1, & u_1 < \frac{5}{6} \\ 1 + \sqrt[3]{2u_1}, & u_1 \geq \frac{5}{6} \end{cases}$$

بنابراین

(توجه کنید در حل این مثال از تجزیه (۳-۵) استفاده شده است).

مثال زیر از Butler است.

مثال ۳-۵-۱۲: مطلوبست تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال

$$f_X(x) = n \int_0^\infty y^{-n} e^{-xy} dy$$

حل: فرض کنیم:

$$dF_Y(y) = \frac{ndy}{y^{n+1}}, \quad 1 < y < \infty, \quad n \geq 1$$

$$g(x|y) = ye^{-xy}$$

به این ترتیب اکنون یک متغیر تصادفی از توزیع $F_Y(y)$ به‌دست آمده است و چنانکه این Y انتخاب شود، تابع خاص $g(x) = ye^{-xy}$ حاصل خواهد شد. به این ترتیب $f_X(x)$ از $g(x) = ye^{-xy}$ به سادگی قابل محاسبه می‌باشد. برای انجام این روش ترکیبی، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- U_1 و U_2 را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

$$2- Y \leftarrow U_1^{\frac{1}{n}}$$

$$3- X \leftarrow -\left(\frac{1}{Y}\right) \ln U_2$$

۴- X به‌دست آمده است.

مثال ۳-۵-۱۳: مطلوبست تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X با

$$F_X(x) = \sum_{i=1}^{\infty} P_i x^i, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\text{که در آن } \sum_{i=1}^{\infty} P_i = 1 \text{ و } P_i \geq 0$$

حل: الگوریتم را به طور مستقیم به صورت زیر می‌توان ارایه کرد:

۱- U_1 و U_2 را از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ تولید کنید.

$$2- i \text{ را از رابطه } \sum_{k=1}^{i-1} P_k \leq U_1 \leq \sum_{k=1}^i P_k \text{ که در آن } \sum_{K=1}^{\infty} P_K = 0 \text{ محاسبه کنید.}$$

$$3- X \leftarrow U_2^{\frac{1}{i}}$$

۴- X محاسبه شده است.

مثال ۳-۵-۱۱: مطلوبست تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال زیر:

$$f_X(x) = \frac{5}{12} [1 + (x-1)^4], \quad 0 \leq x \leq 2$$

حل: تابع چگالی احتمال $f_X(x)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f_X(x) = \frac{5}{6} f_1(x) + \frac{1}{6} f_2(x), \quad 0 \leq x \leq 2$$

که در آن

$$f_1(x) = \frac{1}{2}, \quad f_2(x) = \frac{5}{2}(x-1)^4, \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$x = \begin{cases} 2u_1, & u_1 < \frac{5}{6} \\ 1 + \sqrt[4]{2u_1}, & u_1 \geq \frac{5}{6} \end{cases}$$

بنابراین

(توجه کنید در حل این مثال از تجزیه (۳-۵) استفاده شده است).

مثال زیر از Butler است.

مثال ۳-۵-۱۲: مطلوبست تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال

$$f_X(x) = n \int_0^\infty y^{-n} e^{-xy} dy$$

حل: فرض کنیم:

$$dF_Y(y) = \frac{ndy}{y^{n+1}}, \quad 1 < y < \infty, \quad n \geq 1$$

و

$$g(x|y) = ye^{-yx}$$

به این ترتیب اکنون یک متغیر تصادفی از توزیع $F_Y(y)$ به‌دست آمده است و چنانکه این Y انتخاب شود، تابع خاص $g(x) = ye^{-yx}$ حاصل خواهد شد. به این ترتیب $f_X(x)$ از $g(x) = ye^{-yx}$ به سادگی قابل محاسبه می‌باشد. برای انجام این روش ترکیبی، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- U_1 و U_2 را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

$$Y \leftarrow U_1^{\frac{1}{n}} \quad 2-$$

$$X \leftarrow -\left(\frac{1}{Y}\right) \ln U_2 \quad 3-$$

۴- X به‌دست آمده است.

مثال ۳-۵-۱۳: مطلوبست تولید اعداد تصادفی از متغیر تصادفی X با

$$F_X(x) = \sum_{i=1}^{\infty} P_i x^i, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\text{که در آن } \sum_{i=1}^{\infty} P_i = 1 \text{ و } P_i \geq 0$$

حل: الگوریتم را به طور مستقیم به صورت زیر می‌توان ارایه کرد:

۱- U_1 و U_2 را از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ تولید کنید.

$$2- i \text{ را از رابطه } \sum_{k=1}^{i-1} P_k \leq U_1 \leq \sum_{k=1}^i P_k \text{ که در آن } \sum_{K=1}^{\infty} P_K = 0 \text{ محاسبه کنید.}$$

$$X \leftarrow U_2^{\frac{1}{i}} \quad 3-$$

۴- X محاسبه شده است.

۳-۵-۳ روش رد-قبول

این روش توسط نیومن^۱ طراحی و مبتنی بر تولید اعداد تصادفی از یک توزیع مناسب و سپس آزمون مبنی بر رد یا قبول عدد تصادفی تولید شده است.

۳-۵-۳-۱ حالت تک متغیره

گیریم X باید از $f_X(x)$ ($x \in I$) تولید شود. برای استفاده از این روش $f_X(x)$ را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f_X(x) = Ch(x)g(x)$$

که در آن $0 < g(x) \leq 1$ ، $C \geq 1$ و $h(x)$ نیز تابع چگالی احتمال است. در این صورت متغیرهای تصادفی U و Y را به ترتیب از توزیع یکنواخت $[0,1]$ و تابع چگالی احتمال $h(y)$ تولید می‌کنیم. سپس برقراری نامساوی $U \leq g(y)$ را آزمون می‌نماییم. حالات زیر را خواهیم داشت:

۱- نامساوی برقرار است؛ در این صورت Y را به عنوان عدد تصادفی تولید شده از $f_X(x)$ قبول می‌کنیم.

۲- نامساوی برقرار نیست؛ در این صورت زوج U و Y را رد و مجدداً تا برقراری نامساوی فوق و حصول عدد تصادفی بعدی تلاش می‌کنیم. اعتبار این روش مبتنی بر قضیه زیر است که تنها آن را بیان کرده و از اثبات آن صرف نظر می‌نماییم.

قضیه ۳-۵-۱: فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال $f_X(x)$ و $x \in I$ باشد که به توان آن را به صورت $f_X(x) = Cg(x)h(x)$ نوشت که در آن $C \geq 1$ ، $0 < g(x) \leq 1$ و $h(x)$ تابع چگالی احتمال است. گیریم U و Y به ترتیب از توزیع یکنواخت $[0,1]$ و $h(y)$ تولید شده باشند. در این صورت

$$f_Y(x|U \leq g(Y)) = f_X(x)$$

کارایی این روش به وسیله نامساوی $U \leq g(Y)$ تضمین می‌شود. از آنجاییکه تکرارها مستقل هستند احتمال موفقیت در هر آزمایش برابر $p = \frac{1}{C}$ می‌باشد. لذا تعداد آزمایش‌ها، N ، قبل از رسیدن به اولین قبولی U و Y ، از توزیع هندسی $P_N(n) = p(1-p)^n$ ، $n = 0, 1, \dots$ تبعیت می‌کند.

الگوریتم ۱-AR از الگوریتم‌های رد-قبول به صورت زیر داده می‌شود.

الگوریتم ۱-AR

۱- U را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

۲- Y را با توزیع چگالی احتمالی $h(y)$ تولید کنید.

۳- اگر $U \leq g(Y)$ باشد، آنگاه Y را به عنوان یک متغیر تصادفی تولید شده از $f_X(x)$ قبول کنید.

۴- به گام ۱ بروید.

برای استفاده مطلوب‌تر از این روش در مورد انتخاب $h(x)$ باید به ۲ مورد زیر توجه کنید:

۱- باید تولید از $h(x)$ آسان باشد.

۲- برای کارایی روش، باید $\frac{1}{C}$ مقداری بزرگ باشد، یعنی باید C به واحد نزدیک باشد (یعنی تابع $h(x)$ شبیه نزدیک به شیب $f_X(x)$ داشته باشد). حداکثر کارایی روش زمانی اتفاق می‌افتد که $f_X(x) = \phi(x)$ برای هر $x \in I$. در این حالت $C = 1$ و $\frac{1}{C} = 1$ و $g(x) = 1$ است و بنابراین در این حالت دیگر نیازی به روش رد-قبول نیست؛ چرا که $h(x) = f_X(x)$ (یعنی عدد تولید شده از $h(x)$ همان عدد مطلوبی است که باید از $f_X(x)$ تولید شود).

در حالت خاص اگر $\phi(x) = M$ برای $a \leq x \leq b$ و $h(x) = \frac{1}{b-a}$ ، خواهیم داشت:

$$C = M(b-a)$$

$$g(x) = \frac{f_X(x)}{M}, \quad a \leq x \leq b$$

نیومن برای نخستین بار که روش رد-قبول را طرح کرد حالت خاص فوق را مورد نظر قرار داد. نخستین الگوریتم این روش به صورت زیر داده شده است.

الگوریتم $AR-2$

۱- U_1 و U_r را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

$$2- Y \leftarrow a + U_r(b-a)$$

۳- اگر $U_1 \leq g(Y) = \frac{f_X(Y)}{M} = \frac{f_X[a + (b-a)U_r]}{M}$ ، آنگاه Y را به عنوان عدد تصادفی تولید شده از توزیع $f_X(x)$ قبول کنید.

۴- به گام ۱ بروید.

اکنون چند مثال می‌آوریم. دو مثال اول مربوط به الگوریتم $AR-2$ و سومی بر اساس الگوریتم $AR-1$ طراحی شده است.

مثال ۳-۵-۱۴: اعداد تصادفی مربوط به متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمالی $f_X(x) = 3x^2$ برای $0 \leq x \leq 1$ را تولید کنید.

حل: اختیار می‌کنیم $a=0$ ، $b=1$ و $M=3$ و همچنین الگوریتم $AR-2$ را مورد استفاده قرار می‌دهیم.

۱- اعداد تصادفی U_1 و U_r را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

۲- نامساوی $U_1 \leq U_r$ را مورد بررسی قرار دهید.

۳- اگر نامساوی فوق برقرار است U_r را به عنوان یک عدد تصادفی از توزیع فوق قبول کنید.

۴- اگر نامساوی فوق برقرار نیست اعداد U_1 و U_r را رد و گام‌های ۱ تا ۳ را تکرار کنید.

مثال ۳-۵-۱۵: اعداد تصادفی مربوط به متغیر تصادفی X را با تابع چگالی احتمال زیر:

$$f_X(x) = \frac{2}{\pi R^2} \sqrt{R^2 - x^2}, \quad -R \leq x \leq R$$

تولید کنید.

حل: اختیار می‌کنیم $M = \frac{2}{\pi R}$. مراحل الگوریتم $AR-2$ چنین خواهد بود:

۱- اعداد تصادفی U_1 و U_r را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

$$2- Y = (2U_r - 1)R$$

۳- اگر $U_1 \leq \frac{f_X(Y)}{M}$ که معادل $U_1 \leq 1 - U_r^2$ برقرار است آنگاه $Y = (2U_r - 1)R$ را به عنوان یک عدد تصادفی از توزیع $f_X(x)$ قبول کنید.

۴- اگر نامساوی فوق برقرار نیست U_1 و U_r را رد و گام‌های ۱ تا ۳ را تکرار کنید.

مثال ۳-۵-۱۶: اعداد تصادفی مربوط به متغیر تصادفی X را با تابع چگالی احتمال زیر:

$$f_X(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x}}{\Gamma(\alpha)}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad x \geq 0$$

شبیه‌سازی کنید.

حل: برای به کارگیری روش رد-قبول نامساوی زیر را به کار می‌گیریم:

$$x^{\alpha-1} e^{-x} \leq \begin{cases} x^{\alpha-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ e^{-x}, & x > 1 \end{cases}$$

که این یعنی

$$f_X(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x}}{\Gamma(\alpha)} \leq \phi(x) = Ch(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{e^{-x}}{\Gamma(\alpha)}, & x > 1 \end{cases}$$

که در آن

$$h(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1}}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{e}}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{e^{-x}}{\frac{1}{e} + \frac{1}{\alpha}}, & 1 < x < \infty \end{cases}$$

$$C = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{e} \right)$$

در نتیجه

$$g(x) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^{\alpha-1}, & 1 < x < \infty \end{cases}$$

برای تولید عدد تصادفی از متغیر تصادفی از $f_X(x)$ دو متغیر تصادفی U و Y را به ترتیب از توزیع یکنواخت $[0, 1]$ و $h(Y)$ تولید و سپس از آزمون رد-قبول $U \leq g(Y)$ استفاده می‌کنیم. توجه دارید که متغیر تصادفی Y به سادگی از روش تبدیل عکس قابل تولید است. برای به کارگیری الگوریتم $AR-1$ گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

۱- U را از توزیع یکنواخت $[0, 1]$ تولید کنید.

۲- Y را از $h(Y)$ تولید کنید.

$$U \leq \begin{cases} e^{-Y}, & 0 \leq Y \leq 1 \\ Y^{\alpha-1}, & 1 < Y < \infty \end{cases} \quad \text{اگر ۳-}$$

عدد تصادفی Y از توزیع $f_X(x)$ به دست آمده است آن را قبول کنید.

۴- به گام ۱ بروید.

۳-۶ تولید اعداد تصادفی از چند توزیع پیوسته

در این بخش شیوه‌ی تولید اعداد تصادفی از چند توزیع پیوسته ارایه می‌شود.

۳-۶-۱ نحوه تولید اعداد تصادفی از توزیع گاما

گویند متغیر تصادفی X دارای توزیع گاما با پارامترهای α و β است و می‌نویسند $X \sim G(\alpha, \beta)$ ، هرگاه دارای تابع چگالی احتمال به صورت زیر باشد:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}, & 0 \leq x < \infty, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0, & o.w \end{cases}$$

توجه کنید که اگر $\alpha = 1$ باشد آن‌گاه $G(1, \beta)$ همان توزیع نمایی یا $\exp(\beta)$ است.

یکی از خاصیت‌های مهم توزیع گاما خاصیت باز تولیدی آن است که می‌توان بر این اساس اعداد تصادفی با توزیع گاما را با موفقیت شبیه‌سازی کرد.

مطابق این خاصیت اگر X_i برای $i = 1, 2, \dots, n$ ، یک دنباله از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع $G(\alpha_i, \beta)$ باشند، آن‌گاه $X = \sum_{i=1}^n X_i$ دارای توزیع $G(\alpha, \beta)$ است که در

آن $\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i$. اگر α عدد صحیحی مانند m باشد؛ آن‌گاه متغیر تصادفی از توزیع $G(m, \beta)$ را می‌توان با جمع m متغیر تصادفی مستقل از توزیع $\exp(\beta)$ به دست آورد، یعنی:

$$X = \beta \sum_{i=1}^m (-\ln U_i) = -\beta \ln \prod_{i=1}^m U_i \quad (۳-۶)$$

این توزیع به توزیع ارلانگ موسوم است و آن را با $Er(m, \beta)$ نشان می‌دهند. الگوریتم $G-1$ نحوه تولید $Er(m, \beta)$ را تشریح می‌کند.

الگوریتم $G-1$

$$1- X \leftarrow 0$$

۲- V را از توزیع $\exp(1)$ تولید کنید.

$$3- X \leftarrow X + V$$

۴- اگر $\alpha = 1$ آنگاه $X \leftarrow \beta X$ و X به دست آمده است.

$$5- \alpha \leftarrow \alpha - 1$$

۶- به گام ۲ بروید.

بررسی اینکه متوسط زمان محاسبه (CPU)، برای تولید اعداد تصادفی با توزیع ارلانگ به صورت فعلی بر حسب α افزایش می‌یابد کار دشواری نیست ولی توجه داشته باشید که چنانکه α عدد صحیحی نباشد؛ تولید اعداد تصادفی با توزیع گاما ساده نخواهد بود.

فرض کنید $m = [\alpha]$ (یعنی m جزء صحیح α باشد)؛ و $\delta = \alpha - m$ جزء اعشاری α باشد، یعنی $\alpha = m + \delta$. اگر $\alpha \geq 1$ یک روش تقریبی تولید عبارتست از تولید $G(m+1, \beta)$ با احتمال δ و تولید $G(m, \beta)$ با احتمال $1 - \delta$.

در حالت خاص $\delta = \frac{1}{p}$ عدد تصادفی با توزیع گاما را می‌توان به طور دقیق با افزودن نصف مربع عدد تصادفی نرمال استاندارد به (۱) به دست آورد.

قضیه زیر از Johnk برای تولید عدد تصادفی با توزیع گاما $G(\delta, \beta)$ می‌باشد که در آن $0 < \delta < 1$ ، این قضیه را بدون اثبات بیان می‌کنیم.

قضیه ۳-۶-۱: فرض کنید V و W متغیرهای تصادفی به ترتیب از توزیع‌های $Be(\delta, 1 - \delta)$ و $\exp(1)$ باشند. در این صورت $X = \beta VW$ از توزیع $G(\delta, \beta)$ تبعیت می‌کند.

الگوریتم $G-2$

۱- دو متغیر تصادفی $W \sim Be(\delta, 1 - \delta)$ و $V \sim \exp(1)$ را تولید کنید.

۲- $X = \beta VW$ را محاسبه کنید. X دارای توزیع $G(\delta, \beta)$ است.

۳- X حاصل شده است.

برای تولید عدد تصادفی از توزیع $G(\alpha, \beta)$ ، ابتدا Y از $Er(m, 1)$ را تولید و سپس $X = \beta(Y + VW)$ را که دارای توزیع $G(\alpha, \beta)$ است؛ محاسبه می‌کنیم (در این جا $\alpha = \delta + m$).

۳-۶-۲ نحوه تولید اعداد تصادفی با توزیع بتا

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع بتا با پارامترهای α و β است، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$f_X(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, \quad 0 \leq x \leq 1, \alpha > 0, \beta > 0$$

در این صورت می‌نویسیم $X \sim Be(\alpha, \beta)$.

روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی اعداد تصادفی با توزیع بتا وجود دارد که در اینجا به ۳ مورد از آن‌ها بسنده می‌کنیم.

الگوریتم $Be-1$

۱- Y_1 را با توزیع $G(\alpha, 1)$ تولید کنید.

۲- Y_2 را با توزیع $G(\beta, 1)$ تولید کنید.

$$3- X \leftarrow \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2}$$

۴- X محاسبه شده است.

الگوریتم Be-۲

$$M \leftarrow f_X\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+\beta-2}\right) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+\beta-2}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{\beta-1}{\beta+\alpha-2}\right)^{\beta-1} \quad -۱$$

۲- U_1 و U_2 را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

$$-۳ \text{ اگر } MU_2 \leq \left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \right] U_1^{\alpha-1} (1-U_1)^{\beta-1} \text{ آن گاه } U_1 \text{ را به عنوان عدد تصادفی از}$$

توزیع $Be(\alpha, \beta)$ بپذیرد.

۴- به گام ۲ بروید.

الگوریتم Be-۳

$$-۱ \quad j \leftarrow 1$$

۲- U_j و U_{j+1} را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

$$-۳ \quad Y_j \leftarrow U_j^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$-۴ \quad Y_j \leftarrow U_{j+1}^{\frac{1}{\beta}}$$

۵- اگر $Y_j + Y_{j+1} \geq 1$ به گام ۲ بروید.

$$-۶ \quad j \leftarrow j+2$$

$$-۷ \text{ محاسبه کنید } X = \frac{Y_j}{Y_j + Y_{j+1}}$$

۳-۶-۳ نحوه تولید اعداد تصادفی با توزیع نرمال

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با پارامترهای μ و σ^2 است و می‌نویسیم $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < x < \infty$$

در این رابطه μ میانگین و σ^2 واریانس است.

اگر Z دارای توزیع نرمال استاندارد باشد؛ یعنی $Z \sim N(0,1)$ ، آن‌گاه $X = (\sigma Z + \mu) \sim N(\mu, \sigma^2)$ بر این اساس تنها کافی است قواعدی برای تولید اعداد تصادفی با توزیع نرمال استاندارد داشته باشیم.

الگوریتم N-۱ روش باکس و مولر^۱

فرض کنید U_1 و U_2 اعداد تصادفی مستقل از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ باشند؛ در این صورت

$$Z_1 = (-2 \ln U_1)^{\frac{1}{2}} \cos 2\pi U_2$$

$$Z_2 = (-2 \ln U_1)^{\frac{1}{2}} \sin 2\pi U_2$$

اعداد تصادفی مستقل از توزیع نرمال استاندارد هستند.

الگوریتم N-۲

۱- V_1 و V_2 را از توزیع $\exp(1)$ محاسبه کنید.

۲- اگر $V_2 < \frac{(V_1-1)^2}{2}$ به گام ۱ بروید.

۳- U را از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ تولید کنید.

۴- اگر $U \geq 0.5$ اختیار کنید $Z = -V_1$.

۵- اختیار کنید $Z = V_1$.

الگوریتم ۳-N

این قاعده بر اساس قضیه حد مرکزی بنا شده است. طبق این قضیه اگر X_i برای $i = 1, \dots, n$ متغیرهای تصادفی همایی مستقل باشند، یعنی $E(x_i) = \mu$ و $Var(X_i) = \sigma^2$ ، آن گاه

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\frac{1}{n} \sigma} \sim N(0,1)$$

اگر در این قضیه همه X_i ها ($i = 1, \dots, n$) از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ لحاظ شوند، در این صورت $\mu = \frac{1}{2}$ و $\sigma = \frac{1}{\sqrt{12}}$ ، بنابراین در این حالت

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n U_i - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{12}}} \sim N(0,1)$$

و چنانکه اختیار کنیم $n = 12$ خواهیم داشت:

$$Z = \sum_{i=1}^{12} U_i - 6 \sim N(0,1)$$

بنابراین برای محاسبه $Z \sim N(0,1)$ گام‌های زیر را بر می‌داریم.

۱-۱۲ عدد تصادفی از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ مانند $U_1, U_2, \dots, U_{12}$ را تولید کنید.

$$Z \leftarrow \sum_{i=1}^{12} U_i - 6 \quad 2-$$

۳- Z حاصل شده است.

۳-۶-۴ تولید اعداد تصادفی از توزیع کوشی $C(\alpha, \beta)$

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع کوشی با پارامترهای α و β است و می‌نویسیم $X \sim C(\alpha, \beta)$ ، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$f_X(x) = \frac{\beta}{\pi [\beta^2 + (x - \alpha)^2]}, \quad -\infty < x < \infty, \alpha > 0, \beta > 0$$

همچنین تابع تجمعی احتمال آن عبارتست از:

$$F_X(x) = \frac{1}{2} + \pi^{-1} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{x - \alpha}{\beta} \right)$$

با استفاده از روش تبدیل عکس خواهیم داشت:

$$X = F_X^{-1}(U) = \alpha + \beta \operatorname{tg} \left[\pi \left(U - \frac{1}{2} \right) \right] = \alpha - \frac{\beta}{\operatorname{tg}(\pi U)}$$

الگوریتم ۱-C

۱- U را از توزیع یکنواخت $[0,1]$ تولید کنید.

$$X \leftarrow \alpha - \frac{\beta}{\operatorname{tg}(\pi U)} \quad 2-$$

۳- X حاصل شده است.

الگوریتم ۲-C

۱- Z_1 و Z_2 را از توزیع $N(0,1)$ محاسبه کنید.

$$X \leftarrow \frac{\beta Z_1}{Z_2} + \alpha \quad 2-$$

۳- X حاصل شده است.

الگوریتم ۳-۱ C

۱- U_1 و U_r را از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ محاسبه کنید.

$$2- Y_1 \leftarrow U_1 - \frac{1}{4} \text{ و } Y_r \leftarrow U_r - \frac{1}{4}$$

۳- اگر $Y_1^2 + Y_r^2 > \frac{1}{4}$ ، به گام ۱ بروید.

$$4- X \leftarrow \frac{\beta Y_1}{Y_r} + \alpha$$

۵- X حاصل شده است.

۳-۶-۵ تولید اعداد تصادفی با توزیع ویبال $W(\alpha, \beta)$

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع ویبال با پارامترهای α و β است و می نویسیم $X \sim W(\alpha, \beta)$ ، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}, & 0 \leq x < \infty, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0, & o.w \end{cases}$$

با استفاده از روش تبدیل عکس داریم:

$$U = F_X(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}$$

$$\Rightarrow X = \beta(-\ln(1-U))^{\frac{1}{\alpha}}$$

با جایگذاری U به جای $(1-U)$ (هر دو از توزیع یکنواخت در $[0,1]$ هستند) داریم:

$$\left(\frac{X}{\beta}\right)^\alpha = -\ln U \text{ یا } X = \beta(-\ln U)^{\frac{1}{\alpha}}$$

الگوریتم ۱-۱ W

۱- V را از توزیع $\exp(1)$ تولید کنید.

$$2- X \leftarrow \beta V^{\frac{1}{\alpha}}$$

۳- X حاصل شده است.

۳-۶-۶ تولید اعداد تصادفی از توزیع کای دو $\chi^2(k)$

فرض کنید $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ از توزیع نرمال استاندارد تبعیت کنند. آن‌گاه گوییم $Y = \sum_{i=1}^k Z_i^2$

دارای توزیع کای دو با k درجه آزادی است و می‌نویسیم $X \sim \chi^2(k)$.

به عبارت دیگر یک عدد تصادفی از توزیع کای دو با درجه آزادی k برابر است با مجموع مربعات k عدد تصادفی نرمال استاندارد.

۳-۶-۷ تولید اعداد تصادفی از توزیع t استودنت

اگر Z دارای توزیع نرمال استاندارد و Y دارای توزیع کای دو با k درجه آزادی باشد و این دو مستقل باشند؛ آن‌گاه گوییم $X = \frac{Z}{\sqrt{\frac{Y}{k}}}$ دارای توزیع استودنت است و می‌نویسیم:

$$X = \frac{Z}{\sqrt{\frac{Y}{k}}} \sim t(k)$$

لازم به ذکر است اگر $k \geq 30$ باشد؛ آن‌گاه این توزیع با توزیع نرمال تقریب زده می‌شود.

۳-۶-۸ تولید اعداد تصادفی از توزیع F

اگر Y_1 از توزیع کای دو با k_1 درجه آزادی و Y_2 از توزیع کای دو با k_2 درجه آزادی باشند و هر دو متغیر مستقل، آن گاه $X = \frac{\frac{Y_1}{k_1}}{\frac{Y_2}{k_2}}$ دارای توزیع F با پارامترهای k_1 و k_2 خواهد بود.

توجه ۱: اگر X دارای توزیع F با پارامترهای k_1 و k_2 باشد، آن گاه $\frac{1}{X}$ دارای توزیع F با پارامترهای k_2 و k_1 درجه آزادی خواهد بود.

توجه ۲: اگر X دارای توزیع F با پارامترهای k_1 و k_2 درجه آزادی باشد، آن گاه $W = \frac{k_1 X / k_2}{1 + k_1 X / k_2}$ دارای توزیع بتا به پارامترهای $\alpha = \frac{k_1}{2}$ و $\beta = \frac{k_2}{2}$ خواهد بود.

۳-۷ تولید اعداد تصادفی از توزیع های گسسته

در این بخش تلاش می کنیم نحوه شبیه سازی اعداد تصادفی را از توزیع های مهم گسسته، بررسی کنیم. ابتدا قاعده تبدیل عکس را برای توزیع های گسسته شرح می دهیم.

فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع جرم احتمال

$$\Pr(X = x_k) = P_k, \quad k = 0, 1, \dots$$

و تابع توزیع تجمعی

$$g_k = \Pr(X \leq x_k) = \sum_{i=0}^k P_i$$

باشد. در این صورت

$$\Pr(g_{k-1} < U \leq g_k) = \int_{g_{k-1}}^{g_k} du = g_k - g_{k-1} = P_k, \quad g_{-1} = 0$$

که در آن U متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در $[0, 1]$ است.

لذا

$$X = \min\{x: g_{k-1} < U < g_k\}$$

الگوریتم زیر بر این اساس به الگوریتم تبدیل معکوس معروف است.

۳-۷-۱ الگوریتم تبدیل معکوس

$$1- C \leftarrow P_0$$

$$2- B \leftarrow C$$

$$3- K \leftarrow 0$$

۴- U را از توزیع یکنواخت $[0, 1]$ تولید کنید.

۵- اگر $U \leq B$ $X = x_k$ قرار دهید

$$6- k \leftarrow k + 1$$

$$7- C \leftarrow A_{k+1} C, \quad (P_{k+1} = A_{k+1} P_k)$$

$$8- B \leftarrow B + C, \quad (g_{k+1} = g_k + P_{k+1})$$

۹- به گام ۵ بروید.

در این الگوریتم P_0 و $A_{k+1} = \frac{P_{k+1}}{P_k}$ توزیع مستقل دارند.

اعداد تولید شده با این الگوریتم مقادیر نامنفی دارند یعنی $x_k = k$ برای $k = 0, 1, \dots$. همچنین تعداد تکرارها عبارتست از:

$$C = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} x_k P_k = \sum_{k=1}^{\infty} k P_k = 1 + E(X)$$

جدول ۳-۱۴ توزیع‌های گسسته

| توزیع | نمایش | P_x | $A_{k+1} = \frac{P_{k+1}}{P_k}$ | میانگین
تعداد
آزمایش‌ها |
|-------------------|----------------|---|---------------------------------------|--|
| دوجمله‌ای | $B(n, p)$ | $P_x = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$
$x = 0, 1, \dots, n, \quad 0 < p < 1$ | $(1-p)^n$ | $\frac{(n-k)p}{(k+1)(1-p)}$
$1 + np$ |
| پواسون | $P(\lambda)$ | $P_x = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$
$x = 0, 1, \dots, \quad \lambda > 0$ | $e^{-\lambda}$ | $\frac{\lambda}{k+1}$
$1 + \lambda$ |
| هندسی | $Ge(p)$ | $P_x = p(1-p)^x$
$x = 0, 1, \dots, \quad p > 0$ | p | $1-p$
$1 + \frac{1-p}{p}$ |
| دوجمله‌ای
منفی | $NB(r, p)$ | $P_x = \binom{x+r-1}{x} p^r (1-p)^x$
$x = 0, 1, \dots, \quad p < 1$ | p^r | $\frac{(r+k)(1-p)}{k+1}$
$1 + \frac{r(1-p)}{p}$ |
| فوق هندسی | $H(n, m, n_1)$ | $P_x = \frac{\binom{n_1}{x} \binom{n-n_1}{m-x}}{\binom{n}{m}}$
$\max(0, n_1 + m - n) \leq x \leq \min(n_1, m)$ | $\frac{(n-n_1)!(n-m)!}{(n-n_1-x)!x!}$ | $\frac{(n-k)(m-k)}{k+1(n-n_1-m+1+k)}$
$1 + \frac{n_1 m}{n}$ |

۳-۷-۲ تولید اعداد تصادفی از توزیع دو جمله‌ای $B(n, p)$

گوییم متغیر تصادفی گسسته X دارای توزیع دو جمله‌ای است و آن را با $B(n, p)$ نشان می‌دهیم هرگاه تابع جرم احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$P_x = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, \dots, n$$

$0 < p < 1$ احتمال برد در یک آزمایش و n تعداد آزمایش‌ها را نشان می‌دهد. جهت استفاده از الگوریتم ذکر شده بر اساس روش تبدیل عکس باید اگر $k = n-1$ ، الگوریتم با $X = k = n$ خاتمه یابد.

نکته زیر نیز جالب توجه است.

نکته ۱: اگر $Y \sim B(n, p)$ باشد آن‌گاه $n - Y \sim B(n, 1-p)$. جهت کارا سازی الگوریتم، مطابق نکته فوق برای $X \sim B(n, p)$ قرار می‌دهیم:

$$X = \begin{cases} Y \sim B(n, p), & p \leq \frac{1}{2} \\ Y \sim B(n, 1-p), & p > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (7-3)$$

برای n های بزرگ (تعداد آزمایش‌های زیاد) به دلیل وقت‌گیری روش فوق می‌توان توزیع نرمال را به عنوان تقریبی از توزیع دو جمله‌ای مورد بهره‌برداری قرار داد.

نکته ۲: برای n های بزرگ

$$Z = \frac{X - np + \frac{1}{2}}{[np(1-p)]^{\frac{1}{2}}} \quad (8-3)$$

به $N(0, 1)$ همگراست.

برای به دست آوردن عدد تصادفی دو جمله‌ای می‌توان Z را از $N(0, 1)$ به دست آورد (از $(8-3)$ استفاده کرد.) و سپس آن عدد را به عدد صحیح نامنفی گرد نمود. یعنی:

$$X = \max \left\{ 0, \left[-0.5 + np + Z(np(1-p))^{1/2} \right] \right\}$$

که در آن $[\alpha]$ جزء صحیح α را نشان می‌دهد.

دقت کنید که دو جمله‌ای با تقریب نرمال زمانی جایگزین می‌شود که $np > 10$ برای $p \geq \frac{1}{4}$

و $n(1-p) > 10$ برای $p < \frac{1}{4}$.

۳-۷-۳ تولید اعداد تصادفی با توزیع پواسون $P(\lambda)$

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسون با پارامتر λ است و می‌نویسیم $X \sim P(\lambda)$ ، هرگاه تابع جرم احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$P_x = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x = 0, 1, \dots; \lambda > 0$$

ارتباط معرفی بین فواصل زمان‌های رخداد و تابع و تعداد و تابع وجود دارد. طبق این رابطه چنانکه فواصل زمانی بین رخدادهای یک پدیده تصادفی از توزیع نمایی $\exp\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ تبعیت کند؛ آن‌گاه تعداد رخدادها در یک واحد بازه‌ای از $P(\lambda)$ تبعیت می‌کند. به عبارت دیگر

$$\sum_{i=0}^X T_i \leq 1 \leq \sum_{i=0}^{X+1} T_i$$

که در این نامعادلات T_i برای $i = 0, 1, \dots, X+1$ ، از توزیع $\exp\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ پیروی می‌کند. چون

$$T_i = -\left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln U_i, \quad T_i \text{ نامعادلات فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:}$$

$$-\sum_{i=0}^X \ln U_i \leq \lambda \leq -\sum_{i=0}^{X+1} \ln U_i, \quad X = 0, 1, \dots$$

$$\prod_{i=0}^X U_i \geq e^{-\lambda} \geq \prod_{i=0}^{X+1} U_i, \quad X = 0, 1, \dots$$

متناسب با این روابط می‌توان الگوریتم زیر را برای تولید اعداد تصادفی با توزیع $P(\lambda)$ طراحی کرد.

الگوریتم تولید اعداد تصادفی از توزیع $P(\lambda)$

$$1-1 \quad A \leftarrow 1 \quad (g_k = 1)$$

$$2- \quad k \leftarrow 0$$

۳- U_k را از توزیع یکنواخت در $[0, 1]$ تولید کنید.

$$4- \quad A \leftarrow U_k A \quad (g_{k+1} = g_k U_k)$$

۵- اگر $A < e^{-\lambda}$ قرار دهید $X = k$ در غیر این صورت به گام ۶ بروید.

$$6- \quad k \leftarrow k + 1$$

۷- به گام ۳ بروید.

برای مقادیر بزرگ λ (مثلاً $\lambda > 10$) توزیع پواسون با توزیع نرمال تقریب می‌شود. وقتی λ افزایش یابد توزیع

$$Z = \frac{X - \lambda + \frac{1}{2}}{\lambda^{\frac{1}{2}}}$$

به $N(0, 1)$ می‌گراید.

برای به‌دست آوردن مقدار عدد تصادفی از توزیع پواسون ابتدا Z را از نرمال استاندارد تولید می‌کنیم و سپس X از رابطه‌ی صفحه بعد محاسبه می‌شود:

$$X = \max \left(0, \left[\lambda + Z^{\frac{1}{r}} - 0.5 \right] \right)$$

که در آن $[\alpha]$ مقدار جزء صحیح α را نشان می‌دهد.

۴-۷-۳ تولید اعداد تصادفی از توزیع هندسی $Ge(p)$

گوییم متغیر تصادفی X از توزیع هندسی تبعیت می‌کند و می‌نویسیم $X \sim Ge(p)$ ، هرگاه تابع جرم احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$P_x = p(1-p)^x, \quad x = 0, 1, \dots, 0 < p < 1$$

توزیع هندسی تعداد آزمایش‌های لازم را تا حصول اولین پیروزی در سلسله آزمایش‌های برنولی توصیف می‌کند.

رابطه زیر ارتباط بین دو توزیع هندسی و نمایی را نشان می‌دهد. اگر Y دارای توزیع $\exp(\beta)$ باشد، آن‌گاه:

$$\Pr(x < Y \leq x+1) = \frac{1}{\beta} \int_x^{x+1} e^{-\frac{y}{\beta}} dy = e^{-\frac{x}{\beta}} (1 - e^{-\frac{1}{\beta}})$$

که این همان $Ge\left(p = 1 - e^{-\frac{1}{\beta}}\right)$ است.

به ازای $\beta = -\frac{1}{\ln(1-p)}$ رابطه اخیر قبلی خواهد بود لذا

$$X = \left\lceil \frac{\ln U}{\ln(1-p)} \right\rceil = \left\lceil -\frac{V}{\ln(1-p)} \right\rceil$$

که در آن $V = -\ln U$ متغیر نمایی استاندارد در نتیجه $X \sim Ge(p)$.

۵-۷-۳ تولید اعداد تصادفی از توزیع نمایی منفی $NB(r, p)$

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع نمایی منفی است و می‌نویسیم $X \sim NB(r, p)$ ، هرگاه تابع جرم احتمال آن از قاعده زیر تبعیت کند:

$$P_x = \binom{x+r-1}{x} p^r (1-p)^x, \quad x = 0, 1, \dots; \quad p > 0$$

هنگامی که r عددی صحیح باشد این توزیع را توزیع پاسکال $(Ps(r, p))$ می‌نامند. این توزیع توصیف‌کننده تعداد موفقیت‌ها قبل از r امین شکست در یک سری از آزمایش‌های برنولی است. این توزیع در حالت خاص $r = 1$ همان توزیع هندسی است.

الگوریتم زیر نحوه تولید اعداد تصادفی از توزیع پاسکال را نشان می‌دهد.

الگوریتم تولید اعداد تصادفی از توزیع پاسکال

$$1- X \leftarrow 0$$

$$2- Y \leftarrow 0$$

$$3- U_{X+Y} \text{ را از توزیع یکنواخت } [0, 1] \text{ تولید کنید.}$$

$$4- \text{اگر } U_{X+Y} > p \text{ به گام ۸ بروید.}$$

$$5- Y \leftarrow Y + 1$$

$$6- \text{اگر } Y = r \text{ آن‌گاه } X \text{ محاسبه شده است.}$$

$$7- \text{به گام ۳ بروید.}$$

$$8- X \leftarrow X + 1$$

$$9- \text{به گام ۳ بروید.}$$

توزیع نمایی منفی نیز مانند توزیع گاما خاصیت باز تولیدی دارد؛ یعنی اگر X_i برای $i = 1, \dots, n$ یک دنباله‌ی مستقل و همبسته از $NB(r_i, p)$ باشد؛ آن‌گاه $X = \sum_{i=1}^n X_i$ دارای

$$\text{توزیع } PS(r, p) \text{ است که در آن } r = \sum_{i=1}^n r_i.$$

فرض کنید $r_i = 1$ برای $i = 1, \dots, r$ ، میانگین X_i برای $i = 1, \dots, n$ از $Ge(p)$ باشند،

$$\text{آن‌گاه } X = \sum_{i=1}^r X_i \text{ دارای توزیع } NB(r, p) \text{ است.}$$

الگوریتم زیر نحوه تولید اعداد تصادفی را از توزیع فوق، نشان می‌دهد.

الگوریتم ۱:

۱- $X_1, X_2, \dots, X_r$ را از توزیع $Ge(p)$ تولید کنید.

$$2- X \leftarrow \sum_{i=1}^r X_i.$$

۳- X حاصل شده است.

الگوریتم‌های زیر ارتباط بین توزیع‌های گاما و پواسون را نشان می‌دهند.

الگوریتم ۲:

۱- λ را از توزیع $G\left(r, \frac{p}{1-p}\right)$ تولید کنید.

۲- X را از $P(\lambda)$ تولید کنید.

۳- X به‌دست آمده است.

الگوریتم ۳:

۱- λ را از $G(r, 1)$ تولید کنید.

۲- X را از توزیع $P\left(\frac{\lambda p}{1-p}\right)$ تولید کنید.

۳- X به‌دست آمده است.

X به‌دست آمده از توزیع $NB(r, p)$ پیروی می‌کند.

۳-۸ تمرین

۱- الگوریتمی را برای تولید اعداد تصادفی از توزیع لاپلاس (توزیع نمایی دوگانه) که دارای تابع چگالی احتمال زیر است؛ طراحی کنید:

$$f_X(x) = \frac{1}{\beta} \exp\left[-\frac{|x-\theta|}{\beta}\right], \quad \beta > 0, -\infty < x < \infty$$

راهنمایی: از روش تبدیل عکس استفاده کنید.

۲- با استفاده از روش تبدیل عکس الگوریتمی برای توزیع مقادیر گوشه‌ای^۱ که دارای تابع چگالی احتمال زیر است؛ طراحی کنید.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{1}{\sigma}(x-\mu) - \exp\left(\frac{-(x-\mu)}{\sigma}\right)\right], \quad -\infty < x < \infty$$

۳- روشی برای تولید اعداد تصادفی از توزیع لجستیک با تابع چگالی احتمال زیر پیشنهاد دهید.

$$f_X(x) = \frac{\exp\left[-\frac{(x-\alpha)}{\beta}\right]}{\beta \left[1 + \exp\left[-\frac{(x-\alpha)}{\beta}\right]\right]^2}, \quad -\infty < x < \infty, \beta > 0, \alpha > 0$$

۴- فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n$ متغیرهای تصادفی همانی و مستقل از $\exp(\lambda)$ باشند.

الف) نشان دهید $Y_1 = \min(X_1, X_2, \dots, X_n) \sim \exp(n\lambda)$.

ب) روشی برای تولید اعداد تصادفی از Y_1 پیشنهاد دهید.

۵- فرض کنید Y_1 و Y_2 متغیرهای تصادفی همانی و مستقل از $u\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ باشند. ثابت

کنید؛ اگر $\frac{Y_1}{Y_2} \sim C(0, 1)$ آنگاه $Y_1^2 + Y_2^2 \leq \frac{1}{4}$.

فصل چهارم

مدل‌های احتمالی در شبیه‌سازی سیستم‌ها

فصل چهارم

مدل‌های احتمالی در شبیه‌سازی سیستم‌ها

۴-۱ مقدمه

اصولاً شبیه‌سازی برای بررسی رفتار و بهینه‌سازی عملکرد سیستم‌هایی طراحی شده که برخی از وقایع و پیشامدهایی که در آن رخ می‌دهند تصادفی هستند. به عنوان نمونه در بررسی رفتار یک جایگاه فروش بنزین لحظات ورود خودروها به جایگاه، مدت سوخت‌گیری خودروها و مدت‌های تسویه حساب مشتریان فعالیت‌هایی هستند که مدت انجام آن‌ها تصادفی می‌باشد. بدیهی است جهت شناخت سیستم ناگزیر از شناسایی این پدیده‌های تصادفی هستیم و همانطور که می‌دانید رفتار شناسی پدیده‌های تصادفی از طریق شناسایی مدل احتمالی آن‌ها میسر است.

به دلیل اینکه این موضوع در شبیه‌سازی یک اصل اساسی شمرده می‌شود لذا لازم است که یادآوری هر چند مختصری از توزیع‌های مهم آماری و احتمالی داشته باشیم. بحث را در دو موضوع توزیع‌های پیوسته و گسسته پیش خواهیم برد و به اهم مطالب در این حوزه‌ها اشاره خواهیم کرد.

۴-۲ مفاهیم اولیه

احتمال در واقع یک ملاک اندازه‌گیری برای شانس رخداد یک پیشامد در یک آزمایش تصادفی است. تئوری احتمال بر اصول موضوع بنا می‌شود و در واقع احتمال از نظر ریاضی تابعی است از فضای نمونه S به مجموعه اعداد حقیقی به طوری که به هر پیشامد A از فضای نمونه S عدد حقیقی $P(A)$ را چنان نسبت می‌دهد که در سه اصل موضوع زیر صدق کند:

اصل موضوع اول: $P(S) = 1$.

اصل موضوع دوم: برای هر پیشامد A از S داریم $P(A) \geq 0$.

اصل موضوع سوم: اگر $A_1, A_2, \dots$ پیشامدهای دو به دو ناسازگار باشند (پیشامدهایی که با هم نمی‌توانند رخ دهند) آن‌گاه:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

مفهوم بسیار مهمی که در شبیه‌سازی از آن به طور مرتب استفاده خواهیم کرد؛ مفهوم متغیر تصادفی است. لذا آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

تعریف متغیر تصادفی: یک متغیر تصادفی مانند X ، تابعی است از فضای نمونه به مجموعه اعداد حقیقی چنانکه به هر نقطه از فضای نمونه یک عدد حقیقی را نسبت دهد. متغیر تصادفی چنانکه متناهی یا نامتناهی شمارا باشد، گسسته و در غیر این صورت پیوسته خوانده می‌شود.

به عنوان نمونه تعداد سفارش‌هایی که هر هفته به کارگاهی داده می‌شود، عدد آمده در پرتاب یک تاس، تعداد قطعات کامپیوتری تولید شده که کیفیت لازم را ندارند، تعداد دفعاتی که یک آژیر ضد سرقت در طول یک دوره زمانی به صدا در می‌آید از متغیرهای تصادفی گسسته محسوب می‌شوند. مقادیر ممکن X را فضای دامنه آن می‌گویند مثلاً در پرتاب یک تاس سالم داریم $R_X = \{1, 2, \dots, 6\}$ و R_X همان فضای دامنه X است.

در مورد یک متغیر تصادفی گسسته مانند X می‌توان فضای نمونه آن را به صورت $R_X = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ شکل داد. $P(x_i) = P(X = x_i)$ این احتمال که متغیر تصادفی X مقدار x_i را به خود بگیرد نشان می‌دهد. به این تابع، **تابع جرم احتمال** می‌گویند. چنانکه فضای دامنه متغیر تصادفی X بازه یا مجموعه‌ای از بازه‌ها باشد، X را متغیر تصادفی پیوسته می‌نامند. به عنوان نمونه مدت سوخت‌گیری خودروها در یک جایگاه فروش بنزین، مدت مکالمه با یک تلفن همراه یا مدت تعمیر یک وسیله الکترونیکی از متغیرهای تصادفی پیوسته هستند.

احتمال اینکه متغیر تصادفی پیوسته X در بازه $[a, b]$ قرار گیرد؛ به صورت زیر داده می‌شود:

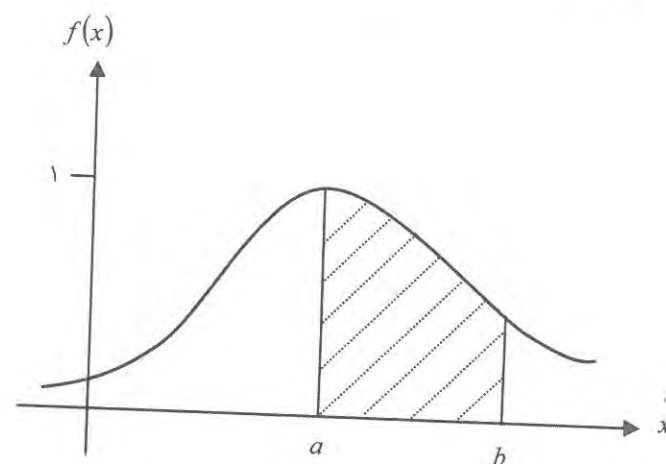
$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

تابع $f(x)$ را تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X می‌گویند. $f(x)$ باید واجد شرایط زیر باشد:

$$(۱) \quad \forall x \in R_X \quad f(x) \geq 0$$

$$(۲) \quad \int_{R_X} f(x) dx = 1$$

$$(۳) \quad \forall x \notin R_X \quad f(x) = 0$$



نمودار ۱-۴ نمودار تعبیر $P(a \leq X \leq b)$

در حین انجام شبیه‌سازی با پیشامدهایی روبرو می‌شویم که جهت شناسایی رفتار آن‌ها از توزیع‌های احتمالی استفاده می‌کنیم. مثال‌های صف و کنترل موجودی از معروف‌ترین سیستم‌هایی هستند که در آن‌ها به تکرار مجبور به تعریف متغیر تصادفی با توزیع احتمال مربوطه هستیم.

به عنوان نمونه جایگاه فروش بنزین را در نظر بگیرید. در تعریف آن برخی از اجزای سیستم مانند ظرفیت جایگاه، تعداد تلمبه‌ها، تعداد کارگران، نحوه سرویس دهی، نظم صف و ... اشاره می‌شود. اینها بخشی از تعریف سیستم‌اند که به طور قطعی تعریف و معلوم می‌شوند اما مواردی مانند ورود تصادفی، مدت سوخت‌گیری و مدت تصفیه حساب نیز بخشی از سیستم را تشکیل می‌دهند که اساساً تصادفی هستند و برای تکمیل شناسایی سیستم باید این پدیده‌ها نیز شناسایی شوند.

در واقع این پدیده‌ها با شناسایی تابع چگالی احتمال یا تابع جرم احتمال مورد شناسایی قرار می‌گیرند. به عنوان نمونه فرض کنید جدول زیر نمونه‌هایی از زمان‌های ورود خودروها به جایگاه فروش بنزین باشند.

جدول ۱-۴ نمونه‌هایی از زمان‌های بین دو ورود متوالی خودروها به جایگاه فروش بنزین

| شماره ورود | لحظه ورود
(h/m/s) | مدت بین دو ورود متوالی
(m/s) |
|------------|----------------------|---------------------------------|
| ۱ | ۸:۰۶:۰۷ | --- |
| ۲ | ۸:۱۲:۰۹ | ۰۶:۰۲ |
| ۳ | ۸:۱۶:۰۴ | ۰۳:۵۵ |
| ۴ | ۸:۲۵:۲۸ | ۰۹:۲۴ |
| ۵ | ۸:۳۶:۳۰ | ۱۱:۰۲ |
| ۶ | ۸:۴۱:۱۶ | ۰۴:۴۶ |
| ۷ | ۸:۴۷:۱۶ | ۰۶:۰۰ |
| ۸ | ۸:۴۵:۲۱ | ۰۸:۰۰ |
| ۹ | ۸:۵۳:۲۱ | ۰۶:۰۰ |
| ۱۰ | ۸:۵۷:۲۱ | ۰۴:۰۰ |
| ۱۱ | ۹:۰۶:۲۱ | ۰۹:۰۰ |
| ۱۲ | ۹:۰۷:۲۱ | ۰۱:۰۰ |

برای شناسایی ورود جهت تکمیل شناخت از سیستم، اکنون زمان‌های بین ورودهای متوالی را به عنوان داده‌های آماری لحاظ می‌کنیم. چنانکه توزیع آن‌ها را معین کنیم از نظر شبیه‌سازی ورود به این مرکز فروش شناخته شده است. در فصل قبل دیدید که چگونه می‌توان از توزیع معین داده شده، اعداد تصادفی تولید کرد. این اعداد تولید شده در مدل به عنوان جانشین این داده‌های واقعی مورد بهره‌برداری قرار خواهند گرفت. بدیهی است هر گونه خطا در جمع‌آوری نمونه‌ها یا برآورد نامناسب توزیع، اعتبار مدل ایجاد شده را مورد تردید قرار خواهد داد.

مورد فوق از نوع سیستم‌های صفی است که عمدتاً دو الگوی تصادفی در آنها حاکم است: ۱- الگوی ورود ۲- الگوی خدمت دهی. در الگوی ورود زمان‌های بین دو ورود متوالی مطرح است و جهت شناسایی آن، توزیع و مدل احتمالی آن‌ها مورد توجه می‌باشد. در مورد الگوی خدمت دهی مدت زمان‌های آن مورد نظر می‌باشد. به عنوان نمونه در مساله‌ی فروش بنزین، مدت زمان‌های سوخت‌گیری خودرو که توسط صاحب خودرو یا کارگر جایگاه ایجاد می‌شوند، داده‌ها و نمونه‌های متغیر تصادفی را تشکیل می‌دهند. در شبیه‌سازی معمولاً از مدل‌های احتمالی گاما و ویبول برای مدل‌سازی بین دو ورود و مدت سرویس دهی استفاده می‌کنند (توجه کنید که توزیع نمایی حالت خاصی از هر دو توزیع گاما و ویبول می‌باشد).

در مورد سیستم‌های موجودی سه پیشامد تصادفی مورد توجه است که باید الگوها و مدل‌های آماری آن‌ها جهت تکمیل شناخت سیستم مورد بررسی قرار گیرند: ۱- تعداد واحدهای مورد تقاضا در هر دوره، ۲- مدت بین دو تقاضا، ۳- مهلت تحویل.

در مباحث کنترل موجودی معمولاً مدل‌های ریاضی جهت تبیین و کنترل‌پذیری مدل استفاده می‌شوند، اما در خیلی از موارد ممکن است الگوهای ریاضی برآورد واقع بینانه‌ای از وضعیت موجود را ارایه نکنند. مثلاً در مدل‌های ساده ریاضی مقدار سفارش ثابت و مهلت تحویل صفر یا ثابت لحاظ می‌شود که فرض عمدتاً غیر واقع بینانه‌ای است.

در کاربردهای شبیه‌سازی معلوم شده است که توزیع گاما انطباق خوبی با توزیع مهلت تحویل دارد. توزیع‌های پواسون، دو جمله‌ای منفی و هندسی نیز بر توزیع تقاضا انطباق بیشتری دارند. در عین حال با استفاده از نرم افزارهای شبیه‌سازی و از طریق جمع‌آوری نمونه‌ها، تعیین توزیع‌ها، کاری ساده شده است. اکنون که تا حدودی ضرورت استفاده از مدل‌های احتمالی روشن گردیده یادآوری این نکته نیز مهم است که گاهی اوقات مدل شبیه‌سازی ایجاد شده جهت کنترل منطق کارکرد مدل نیازمند به راه اندازی مدل قبل از تکمیل جمع‌آوری داده‌های واقعی است. در برخی از موارد نیز جمع‌آوری داده‌ها بسیار پرهزینه و بعضاً غیر ممکن است در

چنین مواردی از الگوهای احتمالی جایگزین استفاده می‌شود. سه مدل احتمالی جایگزین وجود دارد که عبارتند از: یکنواخت، مثلثی و بتا.

این سه توزیع در مواردی که داده‌ها ناقص یا داده‌های محدود وجود دارند کاربرد دارد.

اکنون می‌دانیم که الگوهای احتمالی بخش مهمی از شبیه‌سازی کامپیوتری را تشکیل می‌دهند چرا که پدیده‌های تصادفی موجود در متن سیستم به وسیله این الگوها قابل بیان و تفسیر هستند. لذا ضرورت دارد این الگوهای مهم به طور اجمالی در این بخش از کتاب مورد بررسی قرار گیرند.

۳-۴ توزیع‌های احتمالی پیوسته

متغیرهای تصادفی که می‌توانند هر مقداری در یک فاصله‌ی معین بگیرند متغیرهای تصادفی پیوسته گفته می‌شوند. در این بخش چند توزیع احتمال پیوسته معرفی می‌گردد.

۱-۳-۴ توزیع یکنواخت

قبل از بیان تابع چگالی احتمال این توزیع، یادآوری می‌کنیم که این توزیع خاص، نقشی محوری در شبیه‌سازی بازی می‌کند. اعداد تصادفی از این توزیع برای تولید اعداد تصادفی سایر توزیع‌ها مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرند. در فصل مربوط به تولید اعداد تصادفی ملاحظه کردید که چگونه اعداد تصادفی تولید شده از این توزیع برای تولید اعداد تصادفی دیگر مورد استفاده می‌شوند؛ به هر حال:

گوئیم متغیر تصادفی X روی فاصله $[a, b]$ به طور یکنواخت توزیع می‌شود؛ هرگاه دارای تابع چگالی احتمالی به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & o.w \end{cases}$$

تابع توزیع تجمعی آن نیز عبارتست از:

۲-۳-۴ توزیع نمایی

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع نمایی با پارامتر $\lambda > 0$ است، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

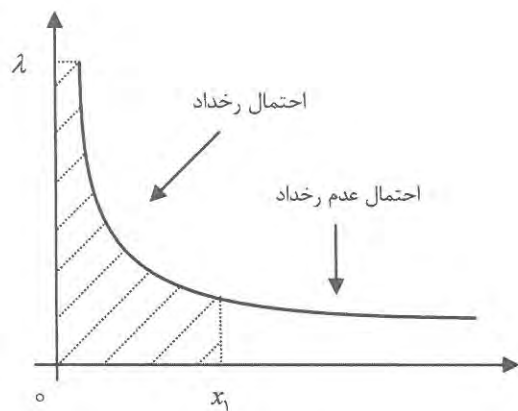
$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & o.w \end{cases}$$

تابع توزیع جمعی آن عبارتست از:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & o.w \end{cases}$$

همچنین امید ریاضی و واریانس این توزیع به ترتیب عبارتست از: $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ و

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

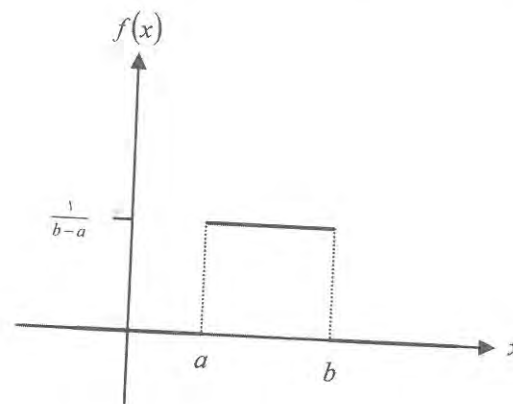


نمودار ۴-۴ تابع چگالی احتمال توزیع نمایی

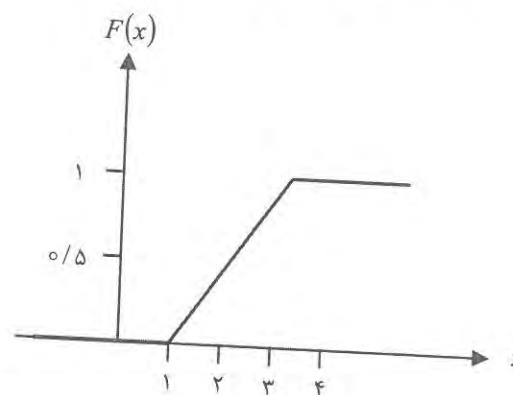
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b < x \end{cases}$$

همچنین امید ریاضی و واریانس این توزیع به ترتیب عبارتست از: $E(X) = \frac{a+b}{2}$ و

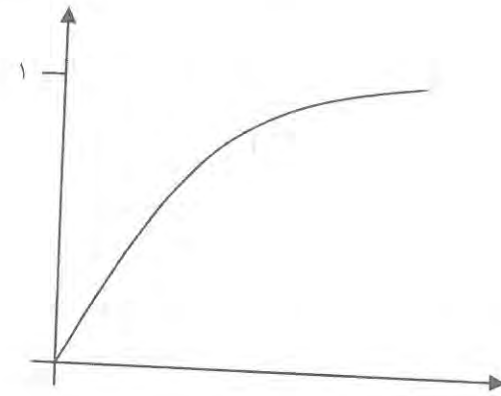
$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$



نمودار ۲-۴ منحنی تابع چگالی احتمال توزیع یکنواخت



نمودار ۳-۴ تابع توزیع تجمعی توزیع یکنواخت در $[1, 3]$



نمودار ۵-۴ تابع تجمعی احتمال توزیع نمایی

مهم‌ترین خاصیت این توزیع خاصیت فراموش کاری یا بی حافظگی آن است؛ یعنی:

$$P(X > s + t | X > s) = P(X > t)$$

در میان توزیع‌های پیوسته این توزیع تنها توزیعی است که این خاصیت را دارد.

مطابق نمودار ۴-۴ احتمال رخداد پیشامدی از توزیع نمایی با پارامتر λ در بازه زمانی به طول x_1 برابر سطح زیر منحنی نمایش داده شده در شکل است، مقدار این مساحت یا همان احتمال رخداد برابر است با $1 - e^{-\lambda x_1}$ و احتمال عدم رخداد در این بازه برابر با $e^{-\lambda x_1}$ است.

به عنوان نمونه فرض کنید یک مشتری به طور متوسط در هر ۵ دقیقه به باجه بلیط فروشی یک سینما مراجعه می‌کند. احتمال اینکه در ۱۰ دقیقه یک مشتری به این باجه مراجعه کند چه قدر است؟

اگر فرمول فوق را برای $\lambda = 1$ و $x = 2$ (دو بازه زمانی ۵ دقیقه‌ای) مورد استفاده قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$1 - e^{-1(2)} = 1 - 0.135 = 0.865$$

البته باید یادآور شد در شبیه‌سازی مقدار این احتمالات محاسبه نمی‌شود بلکه با استفاده از مولدهای اعداد تصادفی از توزیع مربوطه اعداد تصادفی تولید می‌گردند.

مثال ۴-۳-۱: فرض کنید طول عمر یک باتری هسته‌ای در یک نیروگاه بر حسب هزار ساعت دارای توزیع نمایی با پارامتر $\lambda = \frac{1}{3}$ (به طور میانگین ۳۰۰۰ ساعت عمر دارد) باشد. احتمال اینکه این باتری بیش از متوسط عمر خود عمر کند، چه قدر است؟

حل: اگر X متغیر تصادفی طول عمر باتری باشد، آنگاه:

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - F(3) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{3}{3}}\right) = 0.368$$

مثال ۴-۳-۲: چنانچه باتری مثال فوق بعد از ۲۵۰۰ ساعت عمر هنوز توانایی کار داشته باشد، چه قدر احتمال دارد ۱۰۰۰ ساعت دیگر نیز کار کند؟

حل :

$$P(X > 3/5 | X \geq 2/5) = P(X > 1) = e^{-\frac{1}{3}} = 0.717$$

نکته ۱: این توزیع غالباً برای مدل‌سازی مدت‌های بین دو ورود که در آن ورودی‌ها کاملاً تصادفی رخ می‌دهند؛ کاربرد دارد. به عنوان مثال توزیع ورود به شعب بانک‌ها و داروخانه‌ها از این توزیع تبعیت می‌کنند. λ در این موارد نشان دهنده موارد ورود در هر واحد زمانی است.

نکته ۲: هنگامی که در سرویس دهی (در سیستم‌های صفی)، مدت زمان‌های سرویس یا خدمت رسانی بسیار متغیر باشد؛ توزیع نمایی، توزیع مناسبی شمرده می‌شود. در این گونه موارد پارامتر λ نشانگر آهنگ خدمت است، یعنی موارد خدمت در هر واحد زمانی.

نکته ۳: توزیع نمایی در تبیین طول عمر که پس از مدتی وسیله از خدمت رسانی باز می‌ماند؛ نیز کاربرد دارد. مانند خرابی یک لامپ یا باتری بعد از مدتی کارکرد. بیشترین کاربرد این توزیع در کنترل کیفیت برای برآورد طول عمر است.

۴-۳-۳ توزیع گاما

در ریاضیات ثابت شده است که برای مقادیر $\alpha > 0$ انتگرال زیر که به تابع گاما معروف است وجود دارد:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

بلافاصله می‌توان نتیجه گرفت که $\Gamma(1) = 1$.

اگر $\alpha > 1$ ، آن‌گاه به سادگی می‌توان نشان داد که $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$. همچنین اگر α عدد صحیح مثبت بزرگ‌تر از یک باشد، آن‌گاه: $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$ و در نتیجه $0! = 1$.

تعریف: گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع گاما با پارامترهای α و β است و می‌نویسیم $X \sim G(\alpha, \beta)$ ، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, & 0 < x < \infty \\ 0, & o.w \end{cases}$$

۴-۳-۴ توزیع ارلانگ^۱

متغیر تصادفی $X \geq 0$ دارای توزیع ارلانگ با پارامتر مثبت λ و r عدد صحیح بزرگ‌تر مساوی واحد است، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1}}{(r-1)!} e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$$

توجه داشته باشید که این توزیع، توزیع تعمیم یافته نمایی منفی است. اگر متغیر تصادفی نمایی را مدت زمان انتظار در نظر بگیریم آن‌گاه می‌توان متغیر تصادفی ارلانگ را مدت زمان لازم تا رخداد r امین پیشامد در نظر گرفت.

امید ریاضی و واریانس این توزیع عبارتست از:

$$E(X) = \frac{r}{\lambda}, \quad V(X) = \frac{r}{\lambda^2}$$

این توزیع در برآزش تجربی داده‌ها در نظریه صف، کنترل موجودی، قابلیت اعتماد^۱ و اعتبار سنجی مدل‌ها و همچنین در کاربردهای جایگزینی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در چنین مواقعی^۲ تعبیر فیزیکی پیدا نمی‌کند و بیشتر جهت یافتن بهترین برآزش مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مثال ۴-۳-۳: برای ضبط اطلاعات مهمی دو دستگاه به‌صورت پشتیبانی و جایگزینی در نظر گرفته شده است. به‌طوریکه قصد داریم به‌محض از کار افتادن یکی از آن‌ها دیگری جایگزین شده و اطلاعات مربوطه ضبط گردند. متوسط طول عمر این دستگاه‌ها هر کدام ۱۰۰۰ ساعت و دارای توزیع نمایی هستند. قرار است ۹۰ روز (۲۱۶۰ ساعت) اطلاعات ذخیره شود، چقدر احتمال دارد که ضبط اطلاعات با این دو دستگاه دچار اختلال نشود؟

حل: تابع اعتماد یا پایایی کار دستگاه تا x ساعت از رابطه

$$R(x) = 1 - F(x)$$

بدست می‌آید. لذا

$$R(2160) = 1 - F(2160) = 0.364$$

بنابر این حدود ۳۶٪ احتمال دارد که ضبط اطلاعات با هیچ مشکلی روبرو نشود.

تمرین: تابع توزیع تجمعی این توزیع را محاسبه کنید.

۴-۳-۵ توزیع ویبول^۲

متغیر تصادفی X روی دامنه $X \geq 0$ توزیع ویبول دارد هرگاه تابع چگالی احتمال از

$$f(x) = \lambda \beta (\lambda x)^{\beta-1} e^{-(\lambda x)^\beta} \quad x \geq 0$$

تبیین کند. در این ضابطه λ و β ثابت‌های مثبت هستند. این توزیع به ازای $\beta = 1$ به توزیع نمایی منفی تبدیل می‌شود. لذا می‌توان این توزیع را تعمیم یافته توزیع نمایی منفی دانست. از آنجاییکه توزیع ارلانگ تعمیم توزیع نمایی منفی و توزیع گاما تعمیمی از توزیع

$$E(X) = \frac{r}{r+s}$$

$$V(X) = \frac{rs}{(r+s)^2(r+s+1)}$$

البته می توان r و s را با استفاده از $E(X)$ و $V(X)$ نیز محاسبه کرد:

$$r = E(X) \left[\frac{E(X)(1-E(X))}{V(X)} - 1 \right]$$

$$s = [1-E(X)] \left[\frac{E(X)(1-E(X))}{V(X)} - 1 \right]$$

چنانکه متغیر تصادفی Y با توزیع بتا در بازه $a \leq Y \leq b$ مورد نظر باشد می توان با تغییر متغیر زیر آن را به $[0,1]$ انتقال داد:

$$X = \frac{Y-a}{b-a}$$

این توزیع معمولاً برای توصیف وضعیت متغیرهای تصادفی که توزیع یکنواخت ندارند یا مقادیر آنها در یک بازه، کسر و یا به صورت درصدی بیان می شود به کار برده می شود. این توزیع بخصوص در کنترل پروژه (شبکه CPM و $PERT$)، در توزیع مدت اجرای فعالیت ها کاربرد فراوان دارد.

۷-۳-۴ توزیع مثلثی^۱

گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع مثلثی است هرگاه تابع چگالی احتمال آن بصورت زیر باشد:

ارلانگ است، ممکن است بنظر برسد که توزیع ویبول و توزیع گاما، یک توزیع بیشتر نیستند. ولی در واقع چنین نیست یعنی توزیع های گاما و ویبول توزیع های کاملاً متمایزی هستند هر چند که هر دو تعمیم های یک توزیع می باشند.

امید ریاضی و واریانس این توزیع از روابط زیر به دست می آید:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2} \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right\}$$

(توجه کنید که $\Gamma(0)$ ، نشان دهنده تابع گاما است).

این توزیع در تفسیر مدت زمان های طول عمر و انتظار بسیار سودمند است. به عنوان نمونه اگر یک سیستم از قطعاتی با طول عمرهای مستقل از هم تشکیل شده باشد بدیهی است که طول عمر سیستم حداقل برابر طول عمر قطعات خواهد بود. در چنین وضعیتی این توزیع یک تقریب بسیار خوب برای طول عمر سیستم می باشد.

۶-۳-۴ توزیع بتا^۱

متغیر تصادفی X در دامنه $[0,1]$ دارای توزیع بتاست هرگاه تابع چگالی احتمال آن به صورت

$$f(x) = \frac{x^{r-1}(1-x)^{s-1}}{B(r,s)}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

باشد، که در آن $B(r,s)$ تابع بتاست. این تابع با تابع گاما به صورت زیر مرتبط است:

$$B(r,s) = \frac{\Gamma(r)\Gamma(s)}{\Gamma(r+s)}$$

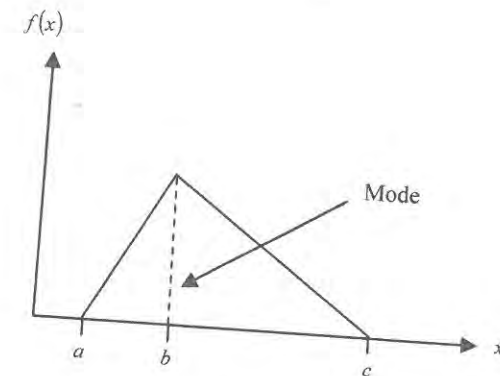
همچنین امید ریاضی و واریانس این توزیع از روابط زیر بدست می آید:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, & a \leq x \leq b \\ \frac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)}, & b < x \leq c \\ 0, & \text{o.w} \end{cases}$$

که در آن $a \leq b \leq c$.

امید ریاضی این توزیع عبارتست از:

$$E(X) = \frac{a+b+c}{3}$$



نمودار ۴-۶ تابع چگالی احتمال توزیع مثلثی

در این توزیع مد برابر b است و می‌توان آن را از رابطه زیر بر حسب امید ریاضی محاسبه کرد:

$$Mode = b = 3E(X) - (a+c)$$

در این توزیع مد بیش از میانگین کاربرد دارد. همچنین واریانس این توزیع کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. تابع توزیع تجمعی این توزیع به صورت زیر است:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & a < x \leq b \\ 1 - \frac{(c-x)^2}{(c-b)(c-a)}, & b < x \leq c \\ 1, & x > c \end{cases}$$

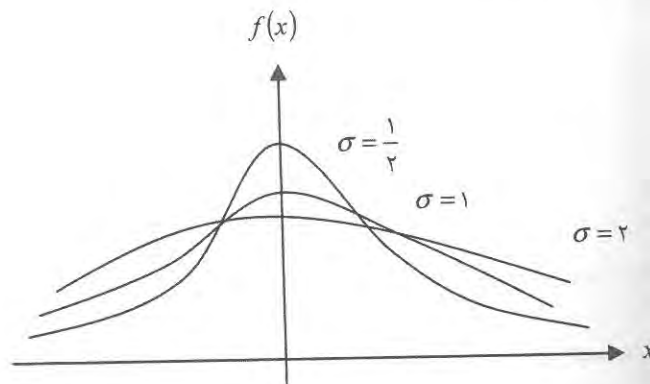
۴-۳-۸ توزیع نرمال^۱

این توزیع یکی از پرکاربردترین توزیع‌های پیوسته در مسایل کاربردی و واقعی است. قضیه حد مرکزی گواه بر این ادعاست. به‌علاوه خواص این توزیع موقعیت ممتازی در بین توزیع‌های احتمال برای آن به‌وجود آورده است.

تعریف: گوییم متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 است ($-\infty < \mu < \infty$ و $\sigma > 0$)، هرگاه تابع چگالی احتمال آن به‌صورت زیر باشد:

$$f(x) = f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in R$$

μ میانگین مد و میانه توزیع است.



نمودار ۴-۷ تابع چگالی احتمال توزیع نرمال به ازای مقادیر مختلف σ

نقاط عطف منحنی در $\mu \pm \sigma$ رخ می‌دهد.

چنانکه متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد؛ می‌نویسیم:

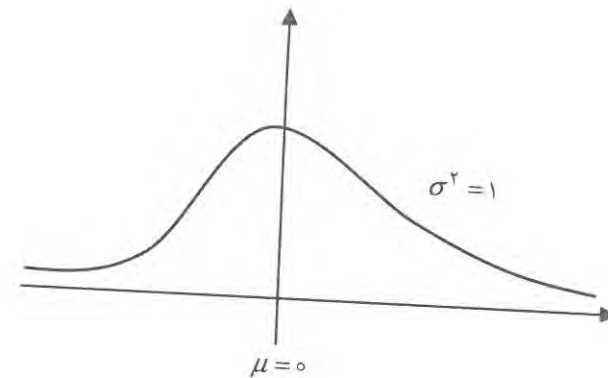
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

حالت خاص این توزیع زمانی است که $\mu = 0$ و $\sigma^2 = 1$ باشد، که در این صورت آن را نرمال استاندارد گوئیم و می‌نویسیم $X \sim N(0, 1)$.

توزیع نرمال استاندارد مبنایی برای محاسبه احتمالات مربوط به توزیع‌های نرمال با میانگین و واریانس‌های متفاوت است. می‌توان نشان داد که اگر $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، آن‌گاه

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1) \text{ خواهد بود و}$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad -\infty \leq z \leq \infty$$



نمودار ۸-۴ تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد

متأسفانه تابع توزیع تجمعی توزیع نرمال به روش‌های معمولی قابل محاسبه نیست. بنابراین آن را به فرم بسته $\phi(x)$ نشان می‌دهیم:

نکته: اگر $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، آن‌گاه اگر $Y = aX + b$ ، داریم:

$$E(Y) = aE(X) + b = a\mu + b$$

$$V(Y) = V(aX + b) = a^2 V(X) = a^2 \sigma^2$$

از ویژگی‌های این توزیع می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$

ب) $f(\mu - x) = f(\mu + x)$ ؛ یعنی تابع چگالی احتمال توزیع نرمال حول μ متقارن است.

پ) $\max f(x)$ در $x = \mu$ رخ می‌دهد.

ت) $F(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi(Z) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

و این رابطه به صورت محاسبه شده، در جداول آماری آمده است.

مثال ۴-۳-۴: در یک پمپ بنزین معلوم شده که خودروها یک مدت تصادفی برای دریافت سوخت به انتظار می‌ایستند. مدت انتظار توزیع نرمال با $N(10, 9)$ دارد. چه قدر احتمال دارد خودروی وارد شده بین ۹ تا ۱۲ دقیقه انتظار بکشد؟

حل: اگر X متغیر تصادفی انتظار در صف باشد؛ داریم:

$$\begin{aligned} P(9 \leq X \leq 12) &= F(12) - F(9) = \Phi\left(\frac{12 - 10}{3}\right) - \Phi\left(\frac{9 - 10}{3}\right) \\ &= \Phi(0.667) - \Phi(-0.333) = 0.378 \end{aligned}$$

بنابراین احتمال اینکه خودروی تازه وارد انتظارش در صف بین ۹ تا ۱۲ دقیقه طول بکشد برابر با 0.378 ، خواهد بود.

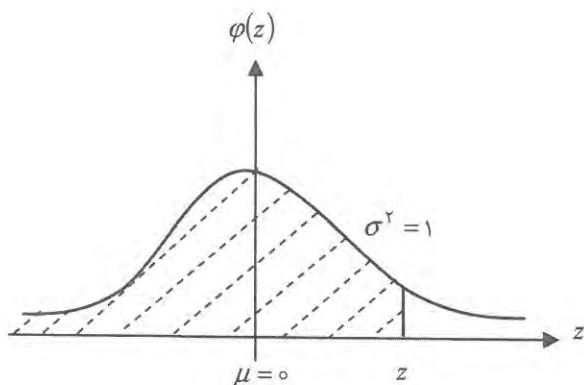
در بسیاری از سیستم‌هایی که مورد توجه شبیه‌سازی است به پدیده‌هایی برخورد می‌کنیم که از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند ولی متغیر تصادفی آن‌ها آزاد نیست و محدود به یک بازه مشخصی از مقادیر حقیقی است. به عنوان مثال در بررسی طول عمر باتری‌ها، مدت سوخت‌گیری خودروها، مدت تسویه حساب صندوقدار در یک فروشگاه عرضه مواد غذایی، وزن

اگر متغیر تصادفی $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ بریده از چپ باشد در این صورت تابع توزیع تجمعی احتمالی متغیر تصادفی بریده شده Y برابر است با:

$$F(y) = \begin{cases} c\phi\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right), & y \geq l \\ 1, & y < l \end{cases}$$

که در آن

$$c = \left[1 - \phi\left(\frac{l-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1}$$



نمودار ۹-۴ نرمال بریده شده از راست پس از استاندارد کردن

اغذیه بسته بندی شده در ظروف، مدت تعمیر وسایل الکترونیکی و ... متغیر تصادفی X نامنفی و کراندار است.

مثال ۳-۴-۵: قطعه صفحه تولید شده X جهت نصب روی یک دستگاه مکانیکی حساس دارای توزیع $X \sim N(5, 0.04)$ است. یعنی صفحات تولید شده با قطر بیش از $5/4$ سانتی‌متر قابلیت نصب نداشته و در این صورت دستگاه قابل راه اندازی نخواهد بود. احتمال تولید یک صفحه با قطر کمتر از $5/2$ چه قدر است.

حل: این مثالی از توزیع نرمال بریده شده است. این نوع توزیع را توزیع نرمال بریده شده از راست می‌گویند. تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی Y که دارای توزیع نرمال بریده شده از راست است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(y) = \begin{cases} c\phi\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right), & y \leq r \\ 1, & y > r \end{cases}$$

که در آن

$$c = \left[\phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1}$$

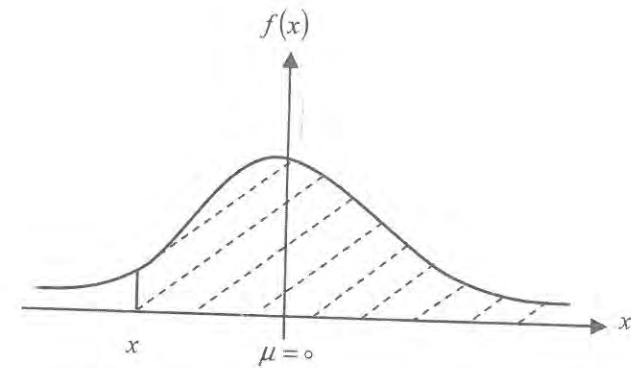
بنابراین در مثال اخیر $r = 5/4 \text{ cm}$ و c طبق معادله فوق عبارتست از:

$$c = \left[\phi\left(\frac{5/4 - 5}{0.2}\right)\right]^{-1} = \frac{1}{0.9772} = 1.023$$

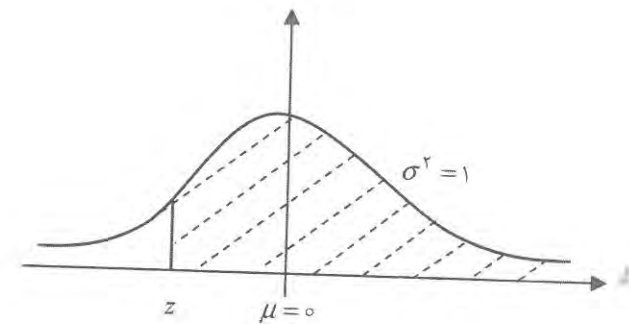
بنابراین

$$\begin{aligned} P(Y < 5/2) &= 1.023\phi\left(\frac{5/2 - 5}{0.2}\right) \\ &= 1.023\phi(1) = (1.023)(0.8413) = 0.8606 \end{aligned}$$

یعنی با احتمال 0.8606 صفحه تولید شده برای نصب در دستگاه دارای قطر کمتر از $5/2$ است و لذا قابل استفاده خواهد بود.



نمودار ۴-۱۰ نرمال بریده شده از چپ قبل از استاندارد کردن



نمودار ۴-۱۱ نرمال بریده شده از چپ بعد از استاندارد کردن

۹-۳-۴ توزیع لاگ نرمال^۱

این توزیع مربوط به آن متغیر تصادفی است که لگاریتم طبیعی آن از توزیع نرمال تبعیت می‌کند. تابع چگالی احتمال این توزیع به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad x > 0$$

و پارامترهای μ و σ برای این توزیع عبارتند از:

$$\mu = E(\ln X)$$

$$\sigma^2 = V(\ln X)$$

اما میانگین و واریانس X از معادلات زیر به دست می‌آید:

$$E(X) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}$$

$$V(X) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

در عمل، بهترین شیوه کار با این متغیر آن است که از طرفین آن لگاریتم طبیعی بگیریم؛ یعنی اگر $Y = \ln X$ آن گاه Y توزیع نرمال خواهد شد و به سادگی می‌توان با آن کار کرد.

به عنوان مثال اگر بخواهیم $P(a \leq X \leq b)$ را تعیین کنیم که در آن X توزیع لاگ نرمال دارد. با توجه به اینکه $Y = \ln X$ دارای توزیع نرمال است پس

$$P(a \leq X \leq b) = P(\ln a \leq Y \leq \ln b)$$

$$= \int_{\ln a}^{\ln b} \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} dy$$

که برای استاندارد کردن Y می‌نویسیم $Z = \frac{Y - \mu}{\sigma}$ و

$$P(\ln a \leq Y \leq \ln b) = P\left(\frac{\ln a - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\ln b - \mu}{\sigma}\right)$$

$$= \int_{\frac{\ln a - \mu}{\sigma}}^{\frac{\ln b - \mu}{\sigma}} \phi(z) dz$$

این توزیع هنگامی که با حاصلضربی از متغیرهای مستقل سر و کار داریم کاربرد دارد؛ بر خلاف توزیع نرمال که با مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل پیوند داشت.

این توزیع در طول عمر سیستم‌های الکتریکی و مکانیکی، شیوع بیماری‌های مسری، تراکم عناصر شیمیایی در مواد زمینی مانند سنگ‌ها، تعیین فراوانی گونه‌های حیوانی و بسیاری از پدیده‌های اجتماعی و علوم طبیعی کاربرد دارد.

۴-۴ توزیع‌های گسسته

متغیرهای تصادفی که فقط مقادیر صحیح می‌گیرند متغیرهای تصادفی گسسته گفته می‌شوند. در این بخش چند توزیع احتمال گسسته معرفی می‌گردد.

۴-۴-۱ توزیع یکنواخت گسسته

وقتی متغیر تصادفی X بتواند فقط تعداد متناهی مقدار با احتمال یکسان اختیار کند؛ گوئیم X دارای توزیع یکنواخت گسسته است و تابع جرم احتمال آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$p(x) = \frac{1}{N}, \quad x = 1, 2, 3, \dots, N$$

امید ریاضی و واریانس این متغیر تصادفی عبارتست از:

$$E(X) = \frac{N}{2}, \quad V(X) = \frac{N^2 - 1}{12}$$

۴-۴-۲ توزیع برنولی

هر آزمایشی که فقط دو برآمد داشته باشد (۰ یا ۱)، پیروزی یا شکست، بود یا نبود، بلی یا خیر و ...، آزمایش برنولی خوانده می‌شود. هر متغیر تصادفی که یکی از این مقادیر را اختیار کند متغیر تصادفی برنولی نام دارد.

برآمد متغیر تصادفی نظیر "۱" را پیروزی و برآمد متغیر تصادفی نظیر "۰" را شکست می‌نامند. بنابراین

$$\begin{aligned} p(1) &= p \\ p(0) &= 1 - p = q \end{aligned}$$

p تنها پارامتر این توزیع است و به آن احتمال پیروزی می‌گویند.

کاربردهای این توزیع مانند توزیع یکنواخت بسیار محدود است ولی آن‌ها در ایجاد مدل‌های پر کاربرد سهم دارند.

۴-۴-۳ توزیع دو جمله‌ای

گیریم X یک متغیر تصادفی گسسته تعریف شده در $x = 0, 1, 2, \dots$ باشد. اگر جرم احتمال X از رابطه زیر به دست آید؛ گوئیم X دارای توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای n و p است، که در آن n عدد صحیح نامنفی و $0 \leq p \leq 1$.

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$\binom{n}{x}$ را ضریب دو جمله‌ای گویند و به صورت $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ تعریف می‌کنند.

متغیر تصادفی X با توزیع دو جمله‌ای غالباً برای محاسبه احتمال x پیروزی در n آزمایش برنولی مورد استفاده قرار می‌گیرد، که در هر آزمایش برنولی احتمال پیروزی p است. برای این توزیع امید ریاضی و واریانس به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} E(X) &= np \\ V(X) &= np(1-p) = npq \end{aligned}$$

۴-۴-۴ توزیع پواسون

متغیر تصادفی گسسته X دارای توزیع پواسون با پارامتر λ (مثبت) است هرگاه تابع جرم احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

امید ریاضی و واریانس این توزیع به صورت زیر بدست می‌آید:

$$E(X) = V(X) = \lambda$$

ویژگی جالب این توزیع آن است که مجموع چندین متغیر تصادفی خود یک متغیر تصادفی است که پارامتر آن برابر مجموع پارامترهای متغیرهای تصادفی مزبور است. به عبارت دیگر اگر X_i یک متغیر تصادفی با پارامتر مثبت λ_i باشد برای $i = 1, \dots, n$ ، آنگاه

نیز یک متغیر تصادفی پواسون با پارامتر مثبت $X = X_1 + \dots + X_n$ و $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$ است.

ویژگی دیگر این توزیع تقریب مناسب بودن آن برای توزیع دو جمله‌ای است، هنگامی که n یعنی تعداد آزمایش‌ها، بزرگ و p یعنی احتمال پیروزی، کوچک باشد. در این صورت $\lambda = np$ خواهد بود.

معلوم شده است که اگر زمان‌های بین دو رخداد توزیع نمایی داشته باشد؛ آنگاه تعداد رخدادها دارای توزیع پواسون خواهد بود.

۴-۴-۵ توزیع هندسی

این توزیع در منابع درسی به دو شکل معرفی شده است.

(۱) متغیر تصادفی X دارای توزیع هندسی است؛ هرگاه تابع جرم احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$p(x) = p(1-p)^{x-1}, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad x = 1, 2, \dots$$

این توزیع با آغاز ۱ است.

(۲) متغیر تصادفی X دارای توزیع هندسی است هرگاه تابع جرم احتمال آن به صورت زیر باشد:

$$p(x) = p(1-p)^x, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

این توزیع با آغاز ۰ است. هر دو توزیع قابل تبدیل به یکدیگرند و هر نوع آن کاربردهای زیادی دارد.

تعریف ۱، برای متغیر تصادفی X می‌تواند به عنوان تعداد آزمایش‌های لازم در یک دنباله از آزمایش‌های مستقل برنولی تا حصول به اولین پیروزی تعبیر شود. در تعریف ۲، X می‌تواند بعنوان تعداد شکست‌ها تا حصول به اولین پیروزی تلقی گردد. این توزیع را گاهی به عنوان توزیع "زمان انتظار" نیز به کار می‌برند.

۴-۴-۶ توزیع دوجمله‌ای منفی (توزیع پاسکال)

متغیر تصادفی X را دارای توزیع دوجمله‌ای منفی می‌خوانند هرگاه تابع جرم آن به صورت زیر باشد:

$$p(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}, \quad x = r, r+1, \dots$$

که در آن r عدد صحیح بزرگ‌تر مساوی یک و $0 \leq p \leq 1$ است. در حالت خاص $r=1$ ، این توزیع، توزیع هندسی خواهد بود؛ بنابراین این توزیع تعمیم توزیع هندسی است و می‌توان X را به عنوان تعداد آزمایش‌های مستقل برنولی لازم تا حصول r امین پیروزی تلقی کرد.

برای این توزیع داریم:

$$E(X) = \frac{r}{p}$$

$$V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

اگر X را زمان انتظار تا حصول r امین پیروزی در نظر بگیریم؛ می‌توانیم آن را به عنوان مجموع r تا زمان انتظار تا اولین پیروزی بدانیم. این استدلال با توجه به استدلال آزمایش‌های برنولی منطقی است. لذا مجموع r متغیر تصادفی هندسی معادل یک متغیر دوجمله‌ای منفی با پارامتر r خواهد بود. چنانکه برای X وجه زمان انتظار قائل نشویم؛ می‌توانیم آن را با آغاز صفر داشته باشیم:

$$p(x) = \binom{r+x-1}{x} p^r (1-p)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

واریانس مانند قبل خواهد بود و امید ریاضی برابر $\frac{r(1-p)}{p}$ می‌شود.

۴-۴-۷ توزیع احتمال t استودنت

این توزیع کاربرد فراوانی در آزمون فرض و بحث احراز اعتبار مدل‌های شبیه‌سازی ایفا می‌کند.

اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ نمونه‌های تصادفی به حجم n از جامعه نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند آنگاه آماره t استودنت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

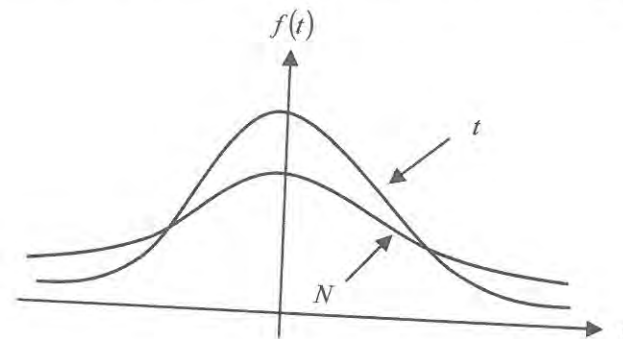
که در آن $\bar{x}$ میانگین نمونه‌ها ($\bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i$) و s^2 واریانس نمونه‌هاست که یک برآورد ناریب برای σ^2 محسوب می‌گردد:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

متغیر تصادفی t دارای تابع چگالی احتمال زیر است:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{r} \beta \left(\frac{1}{r}, \frac{r}{r} \right)} \cdot \frac{1}{(1 + t^2/r)^{(r+1)/2}}$$

که در آن r درجه آزادی توزیع t استودنت است و $r = n - 1$. این آماره با درجه آزادی مربوطه معین می‌شود و می‌نویسیم $t \sim t_{n-1}$. این توزیع مانند توزیع نرمال زنگوله‌ای فرم بوده؛ برای r بزرگ ($r > 30$) به توزیع نرمال تبدیل می‌گردد. ولی برای $r > 2$ این توزیع نسبت به توزیع نرمال دارای پراکندگی بیشتری است. $t = 0$ محور تقارن این توزیع می‌باشد.



نمودار ۱۲-۴ تابع چگالی احتمال توزیع t استودنت

مقادیر t برای درجه‌های آزادی، سطح معنی‌دار متناوب در جداول معین محاسبه و ارائه شده‌اند. در انتهای این کتاب می‌توانید این جداول را ملاحظه کنید.

۴-۴-۸ توزیع F (فیشر)

اگر $X \sim N(0,1)$ و Y متغیر مستقلی باشد که دارای توزیع $Y \sim \chi_n^2$ است آنگاه $t = \frac{X}{\sqrt{Y/n}}$ دارای توزیع فیشر می‌باشد و تابع چگالی آن به صورت زیر است:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{n} \beta \left(\frac{1}{2}, \frac{n}{2} \right)} (1 + t^2/n)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad -\infty < t < +\infty$$

این آزمون نیز در بحث احراز اعتبار مدل‌های شبیه‌سازی کاربردهای مفیدی دارد.

۴-۵-۵ نظریه تصمیم‌گیری و آزمون فرض

یکی از مباحث بسیار با اهمیت در مدل‌سازی بویژه در شبیه‌سازی کامپیوتری بحث احراز اعتبار مدل ایجاد شده است. مطالب تکمیلی در این خصوص در فصل بعد آورده خواهد شد. جهت آماده‌سازی برای استفاده از ابزارهای اعتبار سنجی مدل، در این بخش مفاهیم اولیه مربوط به اصول تصمیم‌گیری و آزمون فرض و همین‌طور چندین توزیع مهم را که در بحث فوق مورد استفاده قرار خواهند گرفت؛ را بیان می‌کنیم.

۴-۵-۱ فرض صفر و فرض مقابل آن

ابتدای این بحث را با طرح یک موضوع پیش می‌گیریم. فرض کنید که یک مدل شبیه‌سازی از یک سیستم تحت بررسی توسط یک تیم شبیه‌سازی ساخته و برای استفاده به شما تحویل شده است. این مدل قادر به محاسبه برخی از پارامترهای عملکرد مانند درصد اشتغال، متوسط انتظار در صف‌ها و متوسط زمان سرویس و ... است. سازندگان این مدل ادعا دارند که مدل آن‌ها معتبر بوده؛ نتایج حاصل از آن در عمل می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

ولی این اطمینان برای شما برای اجرایی کردن مدل در عمل حاصل نشده است و هنوز اطمینان کامل ندارید. در این وضعیت شما در دو موقعیت خاص قرار می‌گیرید. اگر اعتبار مدل را بپذیرید و آن را در عمل اجرا کنید ولی بعداً متوجه شوید که مدل از اعتبار کافی برخوردار نبوده، قطعاً سیستم تحت نظر شما از این خطای مرتکب شده توسط شما ضرر خواهد کرد (این خطا را خطای نوع اول می‌گویند). ولی ممکن است شما دچار نوعی دیگر از خطا شوید یعنی اینکه به اعتبار مدل شک کرده و از قبول آن امتناع کنید ولی بعداً معلوم شود که اتفاقاً مدلی که آن را نپذیرفته‌اید یک مدل معتبر و قابل اتکاء بوده و شما با عدم اطمینان به آن دچار خطایی شده‌اید که فرصت استفاده از این مدل را برای سیستم خود از دست داده‌اید (این نوع خطا را خطای نوع دوم می‌نامند). در این بخش کوشش می‌شود احتمال ارتکاب به این خطاها اندازه‌گیری شود.

بنابراین به طور کلی بحث نظریه تصمیم و آزمون فرض تاکید بر آزمون اعتباری فرضیه‌ای آماری است که بر اساس نمونه‌های اخذ شده از جامعه آماری اتخاذ شده است. به عبارت دیگر کوشش می‌شود که بر اساس اطلاعات ناکافی بدست آمده از نمونه‌های حاصل شده از جامعه راجع به اعتبار یک فرضیه در مورد رفتار جامعه تصمیم‌گیری شود.

ادعا یا فرضیه طرح شده در مورد یک رفتار جامعه بر اساس نمونه‌های اخذ شده، را فرض H_1 و عدم اعتبار آن را فرض صفر اختیار می‌کنیم و آن را با H_0 نشان می‌دهیم به این ترتیب فرض H_1 فرض مقابل فرض صفر H_0 خواهد بود.

در مثال طرح شده داریم:

مدل شبیه‌سازی از اعتبار کافی برخوردار نیست: H_0 .

مدل شبیه‌سازی از اعتبار کافی برخوردار است: H_1 .

توجه داشته باشید که وقتی فرض H_0 رد شود، به این معنی خواهد بود که داده‌ها (نمونه‌های اخذ شده) فرض مقابل آن یعنی H_1 را تأیید می‌کنند. یعنی ادعا یا فرضیه مورد نظر در مورد رفتار جامعه قابل قبول است. اگر نتوانیم فرض صفر H_0 را رد کنیم دلیل بر پذیرش آن نخواهد بود و آن را به عنوان شاید یکی از چند زمینه در مورد جامعه نگه خواهیم داشت. (بعداً

خواهیم دید که ممکن است غیر از این فرضیه، فرضیه‌های دیگری هم باشند). مهم این است که بدانید نگه داشتن این فرضیه به عنوان یک فرضیه (احتمالاً در میان بعضی از فرضیه‌های دیگر که شاید وجود داشته باشد)، به معنی اثبات آن نیست.

بین دو فرضیه مقابل، بدیهی است رد H_0 باعث قبولی H_1 خواهد بود ولی رد نکردن H_0 به معنی داشتن هنوز دو فرضیه مقابل هم است و چیزی اثبات نشده و تلاش برای تعیین فرضیه درست با ناکامی مواجه شده است.

از آنجاییکه مبنای تصمیم‌گیری بر اساس نمونه‌هاست با قطعیت نمی‌توانیم یک فرضیه را رد یا قبول کنیم؛ بنابراین رد یا قبول یک فرضیه در حد یک احتمال خواهد بود. در این نوع تصمیم‌گیری‌ها ما دو راه برای انتخاب درست و دو راه برای ارتکاب خطا داریم.

راه‌های درست عبارتند از: پذیرش یک فرضیه درست و رد کردن یک فرضیه نادرست.

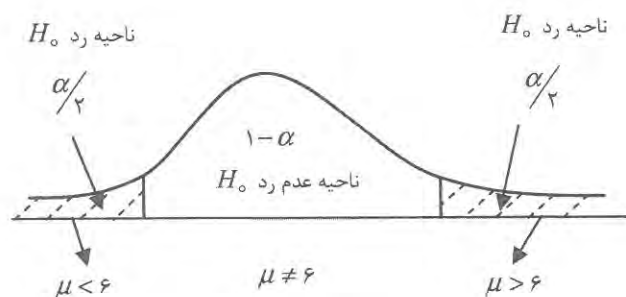
راه‌های ارتکاب خطا عبارتند از: پذیرش یک فرضیه نادرست که آن را خطای نوع اول و نپذیرفتن یک فرضیه درست که آن را خطای نوع دوم نامیدیم. α را احتمال ارتکاب خطای نوع اول و β را احتمال ارتکاب خطای نوع دوم اختیار می‌کنیم.

اینکه کدام مهم‌تر است بستگی به نظر تحلیلگر دارد و ممکن است اهمیت آن از دید یک تحلیلگر دیگر متفاوت باشد.

معمولاً در مطالعات آماری α را برابر ۰/۰۵ در نظر می‌گیرند؛ به این ترتیب رد فرض H_0 در سطح اطمینان $\alpha = ۰/۰۵$ به این معنی است که احتمال ارتکاب خطای نوع اول ۰/۵٪ می‌باشد و ۹۵٪ احتمال دارد که رد فرضیه صفر H_0 درست باشد.

ارتباط بین دو نوع خطا نیز با توجه به اینکه آن‌ها ریشه در فرضیه‌های مقابل هم دارند روشن است.

برای ادامه‌ی بررسی در مرحله‌ی بعدی یعنی بعد از ۱- تعیین فرض مقابل فرض صفر H_0 ، ۲- تعیین احتمال خطای نوع اول α ، باید در مرحله‌ی سوم آماره مناسب جهت محاسبه تعیین شود. منظور از آماره آزمون، متغیری تصادفی است که به ازای مجموعه مقادیر آن فرضیه H_0 باید رد شود. آماره‌های معروف که در شبیه‌سازی از آن‌ها استفاده می‌شود؛ عبارتند از: توزیع‌های دو جمله‌ای، فوق هندسی، پواسون، توزیع t استودنت، توزیع فیشر F و ... اگر



نمودار ۴-۱۴

۴-۵-۲ برآورد فاصله‌ی اطمینان

ارتباط بین دو موضوع برآورد فاصله‌ی اطمینان با تصمیم و آزمون فرض و کاربردهای آن‌ها در شبیه‌سازی انگیزه‌ایی برای طرح مختصری در مورد موضوع برآورد فاصله اطمینان در این بخش است.

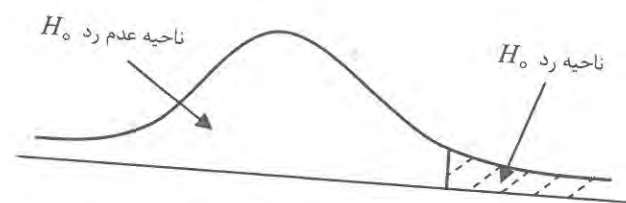
منظور از برآورد، تقریب پارامتر جامعه است. این تقریب از روی آماره به‌دست آمده از نمونه‌های گرفته شده از جامعه به‌دست می‌آید. برآورد به طور کلی به دو صورت نقطه‌ایی یا فاصله‌ایی انجام می‌پذیرد.

در برآورد نقطه‌ایی از روی آماره به‌دست آمده از نمونه‌ها، فقط یک مقدار عددی برای پارامتر جامعه محاسبه می‌شود. مثلاً میانگین نمرات تصادفی از ۳ کلاس درس شبیه‌سازی $\bar{X} = 15$ باشد و بر این اساس ادعا شود که میانگین نمرات این درس در جامعه آماری مورد مطالعه $\mu = 15$ است.

به دلیل وجود خطا و جامع نبودن نمونه‌ها در نمونه‌گیری نمی‌توان با اطمینان یک عدد را به عنوان پارامتر جامعه تلقی کرد.

برای درک بهتر مساله، فرض کنید ۵ تیم دانشجویی مسئول جمع‌آوری مدت زمان‌های نسخه پیچی در یک داروخانه جهت انجام شبیه‌سازی سیستم آنجا هستند. هر تیم موظف به جمع‌آوری حدود ۷۸ نمونه از مدت زمان‌های نسخه پیچی در داروخانه مورد نظر است. طبیعی است که میانگین نمونه‌های جمع‌آوری شده متفاوت خواهد بود؛ به عبارت دیگر ما پنج میانگین نمونه‌ایی متفاوت خواهیم داشت. اکنون در این حالت نمی‌توانید یک مقدار از این ۵ مقدار

مقدار این آماره را Q بنامیم مرحله چهارم یا مرحله بعدی جهت تصمیم‌گیری در مورد رد H_0 ، تعیین ناحیه بحرانی است. این ناحیه، ناحیه‌ای است که اگر مقدار آماره آزمون در آن قرار گیرد فرض H_0 می‌تواند در سطح اطمینان α رد شود. مثلاً اگر آماره‌ای در یک مطالعه نرمال باشد؛ ناحیه هاشور خورده را در شکل زیر می‌تواند ناحیه بحرانی دانست.

نمودار ۴-۱۳ ناحیه بحرانی برای توزیع نرمال (ناحیه رد H_0)

اگر Q در ناحیه هاشور خورده شکل فوق باشد؛ می‌توان H_0 را در سطح اطمینان آماری α رد کرد؛ در غیر این صورت دلیلی برای رد H_0 در این سطح اطمینان وجود نخواهد داشت. در بررسی اعتبار مدل‌های شبیه‌سازی فرض مقابل فرض صفر (H_0) می‌تواند چندین فرض دیگر نیز باشد.

به عنوان مثال اگر در شبیه‌سازی یک جایگاه فروش بنزین فرض صفر این باشد که متوسط زمان دریافت سوخت از جایگاه برابر ۶ دقیقه است، $\mu = 6$. فرض‌های مقابل را می‌توان به صورت‌های زیر در نظر گرفت:

متوسط زمان دریافت سوخت از جایگاه کمتر از ۶ دقیقه است: H_1 .

متوسط زمان دریافت سوخت از جایگاه بیشتر از ۶ دقیقه است: H_2 .

طبیعی است که در این وضعیت می‌توان فرض H_0 را در دو موقعیت (موقعیت H_1 و موقعیت H_2) رد کرد؛ لذا ناحیه بحرانی را به دو قسمت مساوی $\frac{\alpha}{2}$ تقسیم می‌کنند. برای مثال اگر

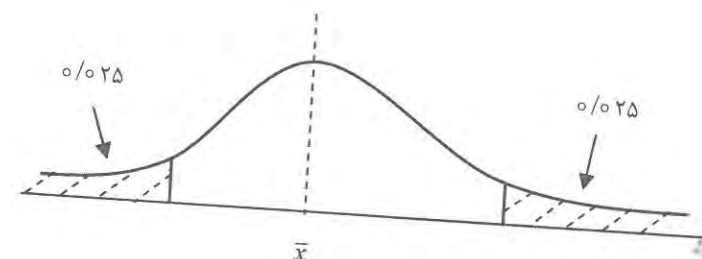
آماره را نرمال فرض کنیم، شکل آن جهت روشن شدن مطلب به صورت زیر می‌باشد.

(شاید بیش از این هم باشد). را به عنوان متوسط زمان نسخه پیچی که متوسط زمان سرویس دهنده است انتخاب کنید. لذا برای حل این نوع مسائل در بحث برآورد، برآورد فاصله‌ای را مطرح می‌کنند. در این برآورد، فواصلی تعیین می‌شوند که مثلاً ۹۵٪ این فواصل شامل میانگین مدت سرویس دهی معین μ هستند.

عمدتاً در شبیه‌سازی سه نوع فاصله اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد.

الف) فاصله اطمینان ۹۵٪

با فرض توزیع نرمال و فاصله مطلوب را L اختیاری می‌کنیم و می‌نویسیم Z متغیر نرمال استاندارد است.



نمودار ۴-۱۵ فاصله اطمینان ۹۵٪

با استفاده از جدول سطح زیر منحنی نرمال استاندارد خواهیم داشت $L = -1/96$. بدلیل تقارن منحنی توزیع نرمال خواهیم داشت:

$$P(Z > u) = 0.025 \Rightarrow u = 1/96$$

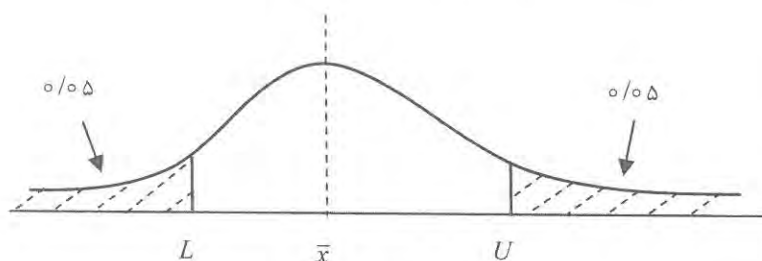
بنابراین فاصله اطمینان ۹۵٪ عبارتست از:

$$[L, U] = \left[\bar{x} - 1/96 S_{\bar{x}}, \bar{x} + 1/96 S_{\bar{x}} \right] \text{ فاصله اطمینان ۹۵٪}$$

یعنی ۹۵٪ فواصل اطمینانی که به فرم بالا ساخته می‌شوند؛ میانگین جامعه μ (که مقدار دقیق آن را نمی‌دانیم) را در بر خواهند داشت؛ در این رابطه $\bar{x}$ میانگین نمونه و $S_{\bar{x}}$ انحراف از معیار نمونه‌های مربوطه است.

ب) فاصله اطمینان ۹۰٪

با توجه به مطالب بیان شده شکل زیر برای فاصله اطمینان ۹۰٪ گویاست.



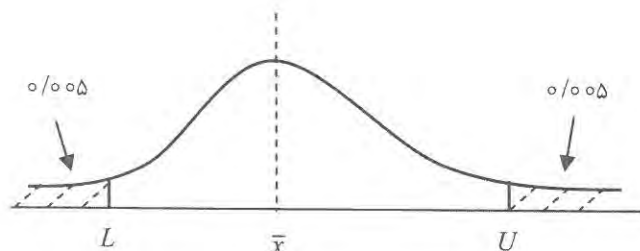
نمودار ۴-۱۶ فاصله اطمینان ۹۰٪

با محاسبه‌ای شبیه آنچه که گفته شد؛ داریم:

$$[L, U] = \left[\bar{x} - 1/65 S_{\bar{x}}, \bar{x} + 1/65 S_{\bar{x}} \right] \text{ فاصله اطمینان ۹۰٪}$$

پ) فاصله اطمینان ۹۹٪

مانند قسمت قبل داریم



نمودار ۴-۱۷ فاصله اطمینان ۹۹٪

$$[L, U] = \left[\bar{x} - 2/58 S_{\bar{x}}, \bar{x} + 2/58 S_{\bar{x}} \right] \text{ فاصله اطمینان } 99\%$$

مثال ۴-۵-۱: از مدت زمان‌های سرویس دهی یک نسخه پیچ در داروخانه‌ای، ۷۸ مورد نمونه‌گیری شده است. مشاهده شده که میانگین و انحراف از معیار ناریب مدت زمان‌های نسخه پیچی در طول روز به ترتیب ۴/۳۸ دقیقه و ۱/۹۲ می‌باشد. فاصله اطمینان ۹۵٪ را حساب و آن را تعبیر کنید.

حل:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{1/92}{\sqrt{78}} = \frac{1/92}{8/83} = 0/217$$

$$L = \bar{x} - Z_{0/025} S_{\bar{x}} = 4/38 - 1/96 \times 0/217 = 4/38 - 0/425 = 3/95$$

$$U = \bar{x} + Z_{0/025} S_{\bar{x}} = 4/38 + 1/96 \times 0/217 = 4/38 + 0/425 = 4/80$$

یعنی با اطمینان ۹۵٪ ای می‌توان گفت که میانگین انتظار هر مشتری (بیمار) برای اینکه نسخه دارویی وی پیچیده شود بین ۳/۹۵ دقیقه تا ۴/۸۰ دقیقه است.

اگر با موردی مواجه شده‌اید که میانگین آن نمونه‌ها در بازه (۳/۹۵، ۴/۸۰) قرار نداشت؛ می‌تواند به دو دلیل باشد.

نخست، اینکه شاید موردی نادر پیش آمده، مثلاً نسخه‌ای که خارج از عرف نسخه‌های معمولی است؛ برای مثال نسخه دارویی که نیازمند ساخت داروهای دستی و ترکیبی است و ساخت و تهیه آن زمان زیادی برده است که مدت نسخه پیچی آن داده‌ای بوجود آورده که میانگین را از بازه فوق خارج کرده است. البته احتمال چنین رخدادی فقط ۰/۰۵ می‌باشد.

دوم، شخص نسخه پیچ در یک وضعیت عادی نیست و احتمالاً مهارت و کارکرد وی بایستی مورد توجه قرار گیرد که به چه دلیلی مدت زمان‌های نسخه پیچی طوری تغییر کرده‌اند که اکنون این موضوع رخ داده است.

مثلاً اگر این موضوع در مورد مدت زمان‌های کارکرد و دستگاه‌های مکانیکی باشد؛ باید حتماً دستگاه‌ها مورد بازرسی فنی قرار گیرند (به عنوان نمونه دستگاهی که شیشه‌های شیر، نوشابه و یا آب میوه را در یک کارخانه پر می‌کنند).

۴-۵-۳ حالت خاص: توزیع t برای برآورد فاصله اطمینان

می‌دانیم که S یک برآوردگر σ است. همین‌طور دیدیم که Z در احتمال‌های متناظر نرمال چگونه برای تشکیل فاصله اطمینان مورد استفاده قرار گرفت. اما زمانی که σ در یک جامعه معلوم نباشد و به‌علاوه حجم نمونه (n) آن چنان کوچک باشد که نتوان S را به عنوان برآوردگر σ به کاربرد از توزیع t استفاده می‌کنیم.

توزیع t نیز مانند توزیع Z متقارن بوده و واریانس آن بسته به درجه آزادی نمونه $(n-1)$ متغیر است.

هنگامی که σ انحراف از معیار جامعه مجهول و حجم نمونه $n < 30$ ، باشد؛ فاصله اطمینان به صورت

$$1-\alpha \text{ فاصله اطمینان } = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} S_{\bar{x}}$$

داده می‌شود. در بقیه موارد از توزیع نرمال و جدول Z استفاده می‌گردد.

مثال ۴-۵-۲: مدت زمان‌های تعمیر یک وسیله الکترونیکی با ۲۵ نمونه تصادفی، $\bar{x} = 192$ و $S_{\bar{x}} = 21$ بوده است. فاصله اطمینان ۹۵٪ را برای μ تشکیل دهید.

حل:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{21}{\sqrt{25}} = 4/2$$

$$df = n - 1 = 25 - 1 = 24 \text{ درجه آزادی}$$

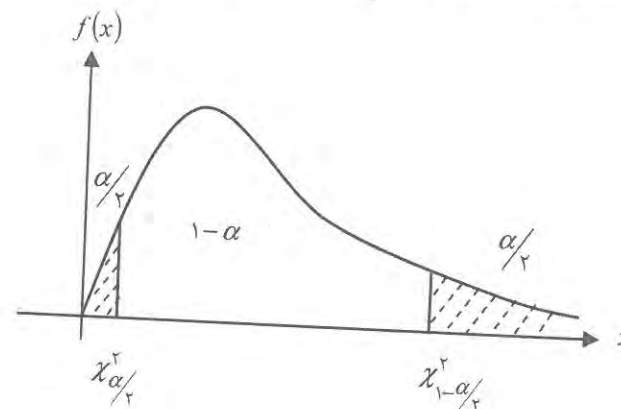
$$95\% \text{ فاصله اطمینان } = \bar{x} \pm t_{0/025, 24} S_{\bar{x}} = 192 \pm 2/06 \times 4/2$$

$$\Rightarrow L = 192 - 8/65, U = 192 + 8/65$$

$$\Rightarrow L = 183/35, \quad U = 200/65$$

۴-۵-۴ توزیع χ^2 برای تعیین فاصله اطمینان

توزیع χ^2 با توزیع نرمال ارتباط نزدیکی دارد. اگر متغیر تصادفی Z که $(Z = \frac{x - \mu}{\sigma})$ توزیع نرمال استاندارد باشد؛ آن‌گاه $Y = Z^2$ دارای توزیع χ^2 با ۱ درجه آزادی خواهد بود. این توزیع نامنفی و دارای چوله به راست است و تنها پارامتر آن درجه آزادی شکل آن را مشخص می‌کند. برای درجه آزادی بیش از ۱۰ این توزیع به نرمال نزدیک می‌شود.



نمودار ۴-۱۸ فاصله اطمینان $1-\alpha$ ٪ برای واریانس

واریانس جامعه، σ^2 با احتمال $1-\alpha$ ٪ در فاصله زیر خواهد بود:

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{(1-\alpha/2), df}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2, df}}$$

که در آن S^2 واریانس نمونه، n حجم نمونه و $df = n-1$ درجه آزادی را نشان می‌دهد.

مثال ۴-۵-۳: ۱۱ نمونه تصادفی از حجم پر شده‌ی یک مایع در داخل مخازن، از دستگاهی جمع آوری شده است. این نمونه‌ها عبارتند از:

$$3012, 3008, 3014, 3000, 3001, 2999, 3006, 3002, 3005, 3011, 3010$$

نخست فاصله اطمینان ۹۵٪ برای واریانس و انحراف معیار حجم مایع‌های داخل مخازن را بدست آورید. دوم، اگر بنا باشد انحراف معیار استاندارد این دستگاه‌ها برای مخازن، یعنی ۵، رعایت شود آیا این امر رعایت شده است؟

حل:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{33068}{11} = 3006/18$$

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{271/61}{10} = 27/16$$

$$df = n-1 = 11-1 = 10$$

$$\chi^2_{(1-\alpha/2), df} = 20/5$$

$$\frac{271/6}{20/5} < \sigma^2 < \frac{271/6}{3/25}$$

$$13/24 < \sigma^2 < 83/56$$

$$3/63 < \sigma^2 < 9/14$$

چون $5 \in [3/63, 9/14]$ لذا رعایت شده است.

۴-۵-۵ توزیع F و فاصله اطمینان

یکی از کاربردهای شبیه‌سازی ایجاد طرح‌های مختلف از یک سیستم و مقایسه آن‌ها و تصمیم‌گیری راجع به انتخاب آن‌هاست.

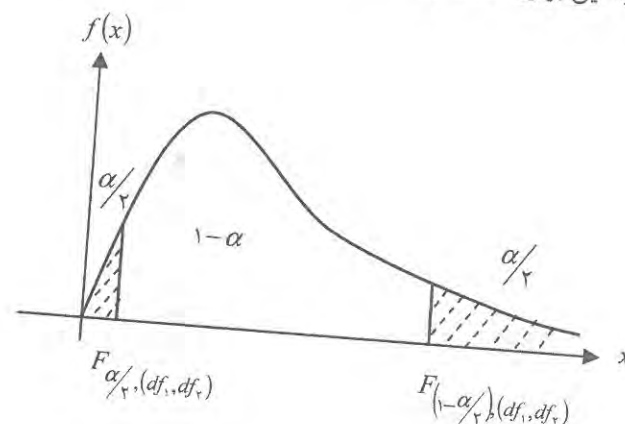
به این دلیل برای دو طرح شبیه‌سازی شده از یک سیستم، مقایسه واریانس‌های شان ضرورت پیدا می‌کند. به‌عنوان نمونه اگر دو طرح برای چیدمان ماشین‌های تولید در کارخانه شبیه‌سازی شده باشد و هدف محاسبه و مقایسه واریانس زمان‌های جابه‌جایی کالاهای تولید شده در هر طرح باشد می‌توانیم از این توزیع برای ساختن فاصله اطمینان استفاده کنیم.

روشن است برآورد نقطه‌ای $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ برآورد نقطه‌ای $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ است. ولی بدیهی است این برآورد خیلی قابل اعتماد نیست.

فاصله اطمینان $1 - \alpha$ ٪ برای نسبت واریانس‌های دو جامعه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{(1-\alpha/2), (df_1, df_2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot F_{(1-\alpha/2), (df_1, df_2)}$$

شکل زیر مربوط به این برآورد فاصله‌ای است.



نمودار ۱۹-۴

df_i و S_i^2 برای $i=1,2$ ، به ترتیب درجه آزادی، واریانس نمونه و واریانس جامعه مربوط به جامعه i است.

مثال ۴-۵-۴: در مورد یک دستگاه رمز نگاری که ۱۰ کد را رمز نگاری کرده واریانس برابر ۲ و در مورد ۱۶ کد دیگر که توسط دستگاه رمز نگاری دیگری رمز نگاری شده واریانس ۳ تجربه شده است. با فرض اینکه توزیع رمز نگاری نرمال و مدت زمان‌های رمز نگاری مستقل از هم باشند فاصله اطمینان ۹۸٪ را برای $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ به دست آورید. آیا دلیلی بر برابری واریانس‌های مدت زمان‌های رمز نگاری دو دستگاه دارید؟

حل:

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{0/99, (15, 9)}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot F_{0/99, (9, 15)}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4/96} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{2}{3} \cdot 3/89$$

$$0/13 \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 2/59$$

چون این فاصله شامل $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{2}{3} = 0/67$ است لذا دلیلی بر رد برابری واریانس مدت زمان‌های رمز نگاری دو دستگاه نداریم.

۴-۵-۶ فاصله اطمینان برای اختلاف میانگین بین دو جامعه

مقایسه دو طرح بویژه یافتن فاصله اطمینان $(1 - \alpha)$ ٪ برای تفاضل میانگین دو جامعه و تعبیر آن می‌تواند بسیار سودمند باشد. در هر سیستمی که برای بخشی از آن چندین روش اجرایی وجود داشته باشد؛ این مورد کاربرد دارد. به عنوان نمونه در مساله کنترل موجودی ممکن است دو شیوه سفارش‌دهی یا انبار داری پیش رو باشد، یا برای سرویس دهی دو نوع نظم مورد نظر باشد. بدیهی است برآورد فاصله اطمینان برای اختلاف میانگین دو طرح یا روش می‌تواند به انتخاب روش بهتر کمک کند یا لاقبل ما را مطمئن سازد که اختلاف معنی داری در مورد اختلاف میانگین آن‌ها وجود ندارد.

بدیهی است برای یافتن فاصله اطمینان برای $\mu_1 - \mu_2$ (که μ_1 و μ_2 به ترتیب میانگین جامعه اول و دوم است)، از توزیع نمونه‌گیری $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ استفاده می‌کنیم.

این فاصله اطمینان حسب اینکه واریانس دو جامعه‌ای که از آن نمونه‌ها را می‌گیریم؛ معلوم باشد یا نباشد تعیین می‌شود؛ لذا:

الف) می‌دانیم که واریانس جامعه اول (σ_1^2) و جامعه دوم (σ_2^2) معلوم هستند. همچنین $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ به ترتیب میانگین نمونه‌های گرفته شده از جامعه اول و دوم می‌باشند. فاصله اطمینان $(1 - \alpha)$ ٪ و انحراف از معیار $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ به صورت زیر داده می‌شوند:

$$\text{فاصله اطمینان } (1-\alpha)\% = \bar{X}_1 - \bar{X}_r \pm Z_{\alpha/2} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r}$$

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_r^2}{n_r}} \quad \text{که در آن}$$

مثال ۴-۵-۵: معاونت پژوهشی دانشگاه جهت سنجش تاثیر استفاده از ویدئو پروژکتور در امر آموزش، نمونه‌های ۵۰ تایی از نمرات دانشجویانی را که از کلاس‌های با ویدئو پروژکتور برخوردار بوده‌اند و آن‌هایی را که از این وسیله کمک آموزش برخوردار نبوده‌اند؛ را برای یک درس نمونه گرفته است. اطلاعات زیر از این نمونه‌ها استخراج شده است.

جامعه اول: نمرات مربوط به دانشجویان بهره‌مند از ویدئو پروژکتور در آموزش

$$n_1 = 50, \bar{x}_1 = 17/3, S_1 = 2/45$$

جامعه دوم: نمرات مربوط به دانشجویانی که از ویدئو پروژکتور برای آموزش آن‌ها استفاده نشده بود.

$$n_1 = 50, \bar{x}_1 = 15/4, S_1 = 3/49$$

نخست فاصله اطمینان ۹۸٪ را برای اختلاف بین میانگین دو جامعه را حساب و نتیجه را در مورد اثر به کار گیری ویدئو پروژکتور در نمرات دانشجویی را تفسیر کنید.

حل:

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_r^2}{n_r}} = \sqrt{\frac{6/002}{50} + \frac{12/18}{50}} = \sqrt{0/363} \approx 0/603$$

$$\begin{aligned} \text{فاصله اطمینان } 98\% &= (\bar{X}_1 - \bar{X}_r) \pm Z_{0/01} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r} = \\ &= (17/3 - 15/4) \pm 2/33(0/603) \end{aligned}$$

$$\text{فاصله اطمینان } 98\% = (1/9) \pm (1/404) = (0/496, 3/304)$$

$$\text{فاصله اطمینان } (1-\alpha)\% = (\bar{X}_1 - \bar{X}_r) \pm Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r}$$

که در آن

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_r^2}{n_r}}$$

که در آن n_1 و n_r به ترتیب حجم نمونه‌های جامعه اول و دوم هستند.

(ب) واریانس دو جامعه اول و دوم معلوم نیستند در این حالت بسته به حجم نمونه‌ها، فواصل اطمینان را برای تفاضل میانگین‌ها می‌سازیم.

(ب-۱) حجم نمونه‌ها کوچک است ($n_1, n_r < 30$) در این حالت با فرض اینکه توزیع جوامع نرمال با واریانس‌های برابرند می‌توانیم با استفاده از توزیع t با درجه آزادی $(n_1 + n_r - 2)$ و میانگین واریانس‌های دو نمونه (S_p^2) فاصله اطمینان زیر را بنا کنیم.

$$\text{فاصله اطمینان } (1-\alpha)\% = \bar{X}_1 - \bar{X}_r \pm t_{\alpha/2, (n_1+n_r-2)} S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r}$$

که در آن

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r} = \sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_r}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_r - 1)S_r^2}{(n_1 + n_r - 2)}$$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_r) - (\mu_1 - \mu_r)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r}}$$

(ب-۲) اگر تعداد نمونه‌های گرفته شده از دو جامعه به قدر کافی بزرگ باشند؛

($n_1, n_r > 30$) در این صورت داریم:

چون این فاصله اطمینان شامل صفر نیست لذا با اطمینان ۹۸٪ می‌توان گفت که استفاده از وسیله کمک آموزشی ویدئو پروژکتور برای درس مربوطه در دانشگاه سبب افزایش نمرات دانشجویان شده است. این بدان معنی است که این وسیله کمک آموزشی به درک بهتر دانشجویان از درس مربوطه کمک کرده است.

مثال ۴-۵-۶: معاونت آموزشی دانشگاه علاقمند به مطالعه میانگین نمرات داده شده به دانشجویان توسط دو جامعه ۱- استادان تمام وقت دانشگاه ۲- استادان مدعو از دانشگاه‌های دیگر است. لذا نمرات ۱۵ کلاس درس را مورد بررسی قرار داد. با بررسی ۸ کلاس از اساتید تمام وقت دانشگاه و معلوم شد که میانگین نمرات نمونه‌ای برابر ۱۶/۳ به واریانس ۲/۱ و ۷ کلاس از کلاس‌های درس استادان مدعو که معلوم شد میانگین نمرات نمونه‌ای ۱۷/۱ و واریانس ۳/۲ بوده است. با این فرض که نمونه‌ها کاملاً تصادفی و مستقل از یکدیگر از دو جامعه نرمال، با واریانس‌های برابر گرفته شده اند فاصله اطمینان ۹۰٪ را برای اختلاف میانگین نمرات اساتید تمام وقت و مدعو بنویسید و نتیجه را تعبیر کنید.

حل:

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)} = \frac{(8 - 1)(2/1) + (7 - 1)(3/2)}{(7 + 8) - 2}$$

$$= \frac{7 \times 4/41 + 6 \times 10/24}{13} = \frac{30/117 + 61/44}{13} = \frac{92/31}{13} = 7/10$$

$$S_{\bar{X} - \bar{X}_r} = \sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{7/1}{8} + \frac{7/1}{7}} = \sqrt{0/887 + 1/014} = \sqrt{1/901} = 1/37$$

$$\text{فاصله اطمینان } 90\% = (\bar{X}_1 - \bar{X}_r) \pm t_{0/95,13} \cdot S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_r}$$

$$= (16/3 - 17/1) \pm 1/771(1/37) = -0/8 \pm 2/424$$

$$\text{فاصله اطمینان } 90\% = (-3/22, 1/62)$$

چون فاصله اطمینان شامل صفر است با اطمینان ۹۵٪ معاونت آموزشی نمی‌تواند نحوه ارزش گذاری اساتید تمام وقت و مدعو را متفاوت بداند.

۴-۵-۷ حجم نمونه برای برآورد میانگین نمونه

قبلاً مشاهده کردیم که فاصله اطمینان $(1 - \alpha)\%$ برای میانگین جامعه μ به صورت زیر داده می‌شود:

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

فاصله اطمینان $(1 - \alpha)\%$ برای μ

لذا می‌توان مقدار خطای (تفاوت بین μ و $\bar{X}$) را برابر $Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ اختیار کرد. در احتمال به این مقدار جمله خطا می‌گویند و آن را با e نشان می‌دهند. بنابراین:

$$e = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

چنانکه e, σ از جامعه معلوم باشد می‌توان حجم نمونه n را محاسبه کرد.

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{e} \right)^2 \quad (1-4)$$

معمولاً σ معلوم نیست و در عمل سه روش برآورد برای آن پیش بینی شده است

(۱) در صورتی که حجم نمونه بزرگ باشد: اختیار می‌کنیم $S \approx \sigma$

(۲) اگر سابقه‌ای از پژوهش موجود می‌باشد و قبلاً تحقیقی در مورد موضوع انجام شده و نتایج آن پژوهش مورد قبول واقع گردیده است. (تحقیق بهتری صورت گرفته است) σ مربوط به آن پژوهش را اختیار کنید.

(۳) از نظر خبرگان به صورت زیر استفاده می‌کنیم. حداقل و حداکثر مقدار پیش بینی برای داده مزبور را جویا می‌شویم.

فرض کنید $x_{\max}, x_{\min}$ به ترتیب این اعداد باشند اختیار می‌کنیم.

$$\sigma \approx \frac{x_{\max} - x_{\min}}{4}$$

مثال ۴-۵-۷: تحلیلگر یک سیستم در مطالعه سیستم حمل و نقل کامیون‌ها که بین اسکله و انبار برای بارگیری جهت تخلیه بار در تردد هستند علاقمند به برآورد میانگین مدت تردد کامیون‌ها است ولی علاقه دارد با پذیرش خطایی در حدود ۷ دقیقه، ضریب اطمینان ۹۵٪ را در شبیه‌سازی لحاظ کند. وی برای حصول به این نتیجه باید چه حجم نمونه از زمان‌های تردد کامیون‌ها را داشته باشد؟ از نظر صاحب نظران مدت تردد ۲ ساعت و ۱۵ دقیقه بین این دو جایگاه عادی است.

$$x_{\max} = 120, x_{\min} = 15, \sigma = \frac{120 - 15}{4} = 26/25$$

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{e} \right)^2 = \left(\frac{-1/96 \times 26/25}{7} \right)^2 = (7/35)^2 = 54/02$$

شبیه‌سازی باید حداقل ۵۴ نمونه از زمان‌های تردد کامیون‌ها داشته باشد تا با اطمینان ۹۵٪ خاطر جمع باشد که خطا (تاخیر) ۷ دقیقه بیشتر نخواهد بود.

نکته ۱: اگر حجم نمونه محاسبه شده از رابطه (۴-۱) از ۵٪ حجم جامعه بزرگ‌تر باشد آن را با فرمول زیر جهت صرفه جویی با n' که به صورت زیر داده می‌شود؛ جایگزین می‌کنند.

$$n' = \frac{n}{1 + n/N} \quad N \text{ حجم جامعه است}$$

مثال ۴-۵-۸: اگر معلوم شود حجم نمونه‌ای با یک ضریب اطمینان معینی در یک کشور هفتاد میلیونی حدود چهار میلیون نفر است؛ این حجم نمونه را جهت صرفه جویی در امر پژوهش اصلاح کنید.

$$n = 4,000,000, N = 70,000,000$$

$$n' = \frac{4,000,000}{1/0.57} = 3/784/295, \frac{n}{N} = \frac{4,000,000}{70,000,000} = \frac{4}{70} = 0/057$$

به این ترتیب هزینه‌های مربوط به جمع‌آوری ۲۱۵۷۰۵ نفر کاهش می‌یابد.

نکته ۲: با در دست داشتن کل بودجه مربوط به نمونه‌گیری، هزینه‌های عمومی نمونه‌گیری و هزینه‌های مربوط به جمع‌آوری اطلاعاتی مربوط به واحد نمونه از فرمول زیر می‌توان برای تعیین حجم نمونه استفاده کرد:

$$n = \frac{Tc - Ic}{Uc}$$

که در آن

Tc کل بودجه کنار گذاشته شده برای جمع‌آوری نمونه‌ها

Ic کل هزینه مربوط به انجام فعالیت‌های اولیه، مانند تهیه و چاپ فرم و ...

Uc هزینه مربوط به یک واحد نمونه‌گیری

مثال ۴-۵-۹: در بررسی ارزش اقتصادی درختان بومی و غیر بومی جنگل‌های کشور بودجه‌ای معادل ۲۰۰/۰۰۰/۰۰۰ تومان توسط سازمان جنگلداری اختصاص داده شده است. تهیه طرح، فرم‌ها نقشه‌ها و مقدمات نمونه‌گیری هزینه‌ای حدودی ۳۰/۰۰۰/۰۰۰ تومان دارد. معلوم شده است هزینه‌های مربوط به جمع‌آوری اطلاعات مربوط به یک درخت شامل آزمایش تجزیه خاک و ... هزینه‌ای معادل ۵۰/۰۰۰ تومان دارد با این بودجه چند نمونه می‌توان برای مطالعه انتخاب کرد؟

حل:

$$Tc = 200/000/000$$

$$Ic = 30/000/000$$

$$Uc = 50/000$$

$$n = \frac{200/000/000 - 30/000/000}{50/000} = 340$$

۴-۶ مقدمه ای بر روش‌های نمونه‌گیری

نمونه‌گیری یکی از اساسی‌ترین گام‌های شبیه‌سازی کامپیوتری است؛ زیرا در شناسایی سیستم جهت شناخت فعالیت‌های تصادفی سیستم که از آن‌ها به عنوان متغیرهای سیستم یاد می‌شود ناگزیر به اخذ نمونه جهت شناسایی توزیع آن‌ها هستیم.

به عنوان نمونه اگر قصد شبیه‌سازی یک جایگاه فروش بنزین را داشته باشیم برخی از اجزای این سیستم مانند مساحت جایگاه، ظرفیت مخازن، تعداد تلمبه‌ها، انواع سوخت قابل عرضه، تعداد کارگران و نظم فروش سوخت به سادگی از سیستم قابل برداشت هستند ولی در مقابل شناسایی توزیع ورود خودروها به جایگاه، توزیع مدت سوخت‌گیری و توزیع مدت تسویه حساب مشتری با کارگر جایگاه متغیرهای تصادفی هستند که جهت شناسایی توزیع آن‌ها نیازمند نمونه‌گیری هستیم. پر واضح است که هر گونه خطا در نمونه‌گیری سبب برآورد ناصحیح از نوع توزیع و در نتیجه شناسایی نادرست از سیستم خواهد بود. به عنوان نمونه وضعیتی را تصور کنید توزیع مدت سوخت‌گیری که از توزیع نرمال تبعیت می‌کند، به نادرستی توزیع گاما از روی نمونه‌های نادرست استنباط شود بدیهی است در این صورت نمی‌توان بعداً برای نتایج مدل شبیه‌سازی احراز اعتبار کرد.

در این بخش به طور مختصر راجع به روش‌های نمونه‌گیری نکاتی بیان می‌شود. لازم به ذکر است مطالعه این بخش به کسانی که آشنایی کافی با روش‌های نمونه‌گیری دارند توصیه نمی‌شود.

۴-۶-۱ انواع روش‌های نمونه‌گیری

هدف از نمونه‌گیری اخذ اطلاعاتی راجع به صفت یا صفاتی از عناصر یک جامعه است به نحوی که بتوان راجع به آن صفت یا صفات در جامعه بحث کرد. (آمار استنباطی)

اگر به تک تک عناصر مراجعه شود و اطلاعات مربوطه جمع‌آوری گردد آن را سرشماری می‌نامند مانند سرشماری جمعیت که در آن مسئولین به صورت میدانی از تک تک خانواده‌ها سوالات طرح شده را می‌پرسند.

اما چنانکه این کار به دلایلی مانند پرهزینه بودن، زمان‌بر بودن و... مناسب نباشد جمع‌آوری اطلاعات از بخشی از جامعه خواهد بود که به آن نمونه‌گیری می‌گویند. در نمونه‌گیری دو سوال مطرح است. ۱- چگونه نمونه بگیریم؟ ۲- حجم نمونه چه قدر باشد؟ راجع به سوال دوم در

بخش قبل توضیحات مختصری داده شده است در اینجا راجع به سوال اول بحث مختصری طرح می‌کنیم.

اگر مسئول نمونه‌گیری بر اساس نظر شخصی اعضای از جامعه تحت بررسی را انتخاب کند به آن نمونه‌گیری غیر تصادفی می‌گویند مثلاً یک استاد دانشگاه در نمونه‌گیری دانشجویی از دانشگاه فقط دانشجویان خود را انتخاب کند. یا یک تحلیلگر مالی برای ارزیابی تراز مالی دانشگاه‌ها، دانشگاه واقع در مرکز استان را برگزیند.

چنانکه قاعده مشخص و معینی برای انتخاب وجود نداشته باشد نمونه‌گیری تصادفی خوانده می‌شود که می‌تواند به صورت‌های یا جایگزینی و بدون جایگزینی و به روش‌های تصادفی ساده، تصادفی سیستماتیک، خوشه‌ای و طبقه‌بندی شده انجام پذیرد.

در نمونه‌گیری با جایگزینی نمونه انتخاب شده مجدداً به جامعه بر گردانده می‌شود و شی انتخاب شده دوباره شانس مساوی را برای انتخاب را دارد. در حالیکه در نمونه‌گیری بدون جایگزینی هر عضو جامعه تنها یک بار شانس انتخاب شدن دارد و امکان انتخاب مجدد را نخواهد داشت. در جامعه‌های با اعضای متنهای نمونه‌گیری با جایگزینی مانند جوامع با اعضای نامتناهی برخورد می‌شود و در جوامع تعداد عناصر زیاد نمونه‌گیری با جایگزینی و بدون جایگزینی چندان تفاوتی ندارند.

هر یک از روش‌های نمونه‌گیری زیر می‌تواند با جایگزینی و بدون جایگزینی صورت پذیرد باید برای نمونه‌گیری از جامعه مورد نظر دقت داشت از روش مناسب آن صفت و جامعه انتخاب شود.

۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده

ساده‌ترین روش نمونه‌گیری تصادفی است و هنگامی نمونه‌های انتخابی از آن می‌تواند به جمع‌آوری اطلاعات کمک کند که جامعه، یک جامعه هم احتمال باشد یعنی شانس رخداد برای همه عناصر یکسان باشد یعنی اطلاعات قبلی از جامعه برای برتری دادن به بعضی از نمونه‌ها جهت انتخاب شدن وجود نداشته باشد. در این نمونه‌گیری بایستی اعضاء متجانس و واریانس جامعه کم باشد.

۲) نمونه‌گیری تصادفی سیستماتیک

این روش چنانکه جامعه هم احتمال باشد، از نظر عملیاتی ساده‌تر از روش‌های دیگر است. این روش مکانیزمی ساده دارد و با قواعد معینی انجام می‌پذیرد. اگر N حجم جامعه و n حجم نمونه باشد ابتدا $k = \frac{N}{n}$ را محاسبه می‌کنیم (اگر k عددی ناصحیح باشد آن را گرد کنید). سپس با استفاده از جدول اعداد تصادفی یک عدد تصادفی بین ۱ تا k انتخاب می‌کنیم فرض کنید این عدد r باشد. r را مبدأ نمونه‌گیری و k را فاصله نمونه‌گیری می‌گوییم. اگر اعضای جامعه شماره‌گذاری شده باشند نمونه‌ها عبارتند از $r, r+k, r+2k, \dots$

مثال ۴-۶-۱: فرض کنید در دانشکده فنی لیست دانشجویی از ۱ تا ۶۰۰۰ شماره‌گذاری شده باشند هدف انتخاب ۷۰۰ دانشجو جهت ارایه تکمیل فرم نیاز سنجی برای برنامه‌های فرهنگی ورزشی دانشکده است. به روش نمونه‌گیری سیستماتیک، شماره دانشجویانی که باید فرم‌ها را در اختیار آنان قرار دهیم را مشخص کنید.

حل :

$$k = \frac{N}{n} = \frac{6000}{700} = 8.57 \approx 9$$

r عددی تصادفی بین ۱ تا ۹ است. به روش تولید اعداد تصادفی عدد ۶ انتخاب می‌شود لذا دانشجو شماره‌ی ۶ اولین نمونه و شماره‌های بعدی عبارتند از :

$$6, 9+6=15, 24, 33, 42, 51, 60, 69, 78, \dots$$

مثال ۴-۶-۲: از بین ۵۴۷ هیات علمی دانشگاه قرار است ۷۰ نفر استاد به طور تصادفی برای اظهار نظر در مورد وضعیت پژوهشی و آموزشی دانشگاه مورد سوال قرار گیرند. شماره استادانی که باید مورد سوال قرار گیرند را مشخص کنید.

حل :

$$k = \frac{N}{n} = \frac{547}{70} = 7.81 \approx 8$$

با فاصله $k=8$ ، مبدأ نمونه‌گیری را با تولید عدد تصادفی بین ۱ تا ۸ مشخص می‌کنیم. گیریم $r=5$ برآورد شود لذا شماره استادان عبارت است ۵، ۱۳، ۲۱، ۲۹، ۳۷، ۰۰۰

۳) نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌بندی شده

فرض کنید در شبیه‌سازی سیستم بیمارستان ناگزیر به جمع‌آوری نمونه از مدت‌های درمان باشیم. در بررسی عملی متوجه می‌شویم که مدت‌های درمان از همگونی برخوردار نیستند. زیرا برخی از بیماران به صورت سرپایی مداوم می‌شوند و بعضی‌ها برای درمان مجبور به بستری هستند. لذا نمونه‌های اخذ شده دارای ناهمگونی‌اند در این گونه موارد می‌توانیم نمونه‌ها را به صورت طبقه‌بندی شده اخذ کنیم. در این مورد دو طبقه نمونه‌ای اختیار می‌کنیم.

الف) مدت‌های درمان مربوط به بیماران سرپایی

ب) مدت‌های درمان مربوط به بیماران بستری شده

در این روش باید سعی کنیم طبقات طوری شکل بگیرند که اختلاف و ناهمگونی بین آن‌ها و همگونی در درون طبقات محسوس باشد. این شیوه باعث می‌شود که نمونه‌های که از انواع طبقات ناهمگون به اندازه کافی عضو داشته باشد تا بر آورد کلی با اعتبار بالاتری شکل بگیرد.

در این روش نمونه‌گیری میانگین هر طبقه محاسبه و میانگین میانگین‌های طبقات میانگین جامعه خواهد بود.

تمرین: برخی از سیستم‌ها در ساعات مشخصی، از شلوغی زیادی برخوردارند مانند جایگاه‌های فروش بنزین که تعداد خودروهای مراجعه‌کننده در تمامی ایام شبانه روز یکسان نیست یا داروخانه‌های شبانه‌روزی در ایام تعطیلات و غیره تعطیلات برای این دو سیستم نحوه نمونه‌گیری طبقاتی را تشریح کنید.

۴- نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای

فرض کنید در ارزیابی عملکرد شعبه‌های یک بانک تجاری که بالغ بر ۲۳۷۵ شعبه در سطح استان تهران دارد سرپرستی بانک قصد مطالعه بروی متوسط زمان انتظار مشتری برای دریافت سرویس از شعبه را دارد از اینرو باید اقدام به نمونه‌گیری از مدت‌های خدمت‌رسانی از مشتریان در سطح شعبه‌ها داشته باشد. روشن است که این نمونه‌گیری در این سطح کاری پر هزینه، وقت‌گیر و احتمالاً توأم با خطای زیاد خواهد بود. در چنین وضعیتی سرپرستی بانک

تصمیم به اخذ نمونه از طریق تصادفی به شیوه خوشه ای می‌گیرد. در این روش ابتدا خوشه‌ها انتخاب می‌شوند منظور از خوشه دسته یا گروهی از شعبه‌ها هستند به عنوان نمونه می‌توان شعبه‌های واقع در یک خوشه را شعبه‌های واقع در یک منطقه شهرداری لحاظ کرد. اگر فرض کنیم شهر تهران ۲۲ منطقه شهرداری دارد پس سرپرستی بانک برای نمونه گیری ۲۲ خوشه دارد هر خوشه نیز به نوبه خود تعدادی شعبه را در بر دارد. ابتدا خوشه‌ها به طور تصادفی انتخاب می‌شوند و سپس از خوشه‌ها تعدادی شعبه نمونه گیری می‌شوند مثلاً فرض کنید از ۲۲ خوشه ابتدا ۸ خوشه ۹، ۳، ۱۹، ۱۱، ۷، ۱۴، ۱، ۲۱ انتخاب شوند و سپس از درون هر خوشه تعدادی شعبه به عنوان نمونه جهت نمونه گیری برمی‌گزینند.

نکته : این روش در جامعه همگون کاربرد موفقیت آمیزی دارد ولی در عمل اگر جامعه ناهمگون باشد می‌توان با ترکیبی از روش‌های طبقه بندی و خوشه‌ای نمونه گیری را به سر انجام رساند.

مثال ۴-۶-۳: در یک شهر با جمعیتی حدود ۸۰۰۰ نفر چطور می‌توان ۲۱۰۰ نمونه از مردم آنجا را جهت برآورد متوسط در آمد نمونه گیری کرد.

حل : به دلیل ناهمگونی در میزان درآمد شهروندان ابتدا می‌توان جامعه را به ۳ طبقه مرفه، متوسط و فقیر طبقه بندی کرد. و سپس در هر طبقه به روش خوشه‌ای عمل نمود مثلاً در طبقه بندی مرفه می‌توان خوشه کارخانه داران، تجار بزرگ و ... را مشخص و در هر خوشه نیز به روش تصادفی سیستماتیک نمونه‌ها را تعیین کرد.

فصل پنجم

آزمایش مدل‌های شبیه‌سازی و نحوه احراز اعتبار آنها

فصل پنجم

آزمایش مدل‌های شبیه‌سازی و نحوه احراز اعتبار آن‌ها

۱-۵ مقدمه

هنگامی که شبیه‌سازی به‌عنوان وسیله‌ای مناسب برای بررسی و تجزیه و تحلیل رفتار سیستم جهت طراحی، بهبود عملکرد یا جمع‌آوری اطلاعات تعیین می‌شود، تلاش‌های بعدی برای ایجاد مدل آغاز می‌گردد. (قدم‌های یک مدلسازی شبیه‌سازی در فصل اول کتاب ذکر شده است). نتیجه این تلاش‌ها منجر به ایجاد مدل شبیه‌سازی در قالب، یک کد یا برنامه کامپیوتری است. باید توجه داشته باشید که یک شبیه‌ساز خوب همیشه و در همه مراحل ایجاد مدل، بایستی از اعتبار فعالیت‌های خود تا آنجای که ممکن است اطمینان حاصل کند، آن موقع که ایجاد مدل به سرانجام رسید شاید مهمترین و مشکل‌ترین چالش تحلیلگر سیستم یا شبیه‌ساز آغاز شود. این چالش عبارتست از اجرای مدل و تعیین اعتبار مدل ساخته شده.

آزمایش مدل و اعتبار سنجی مدل ناظر بر دو مرحله از شبیه‌سازی سیستم است. **آزمایش مدل** یعنی میزان انطباق برداشت شبیه‌ساز از سیستم که شامل اعتبار فرضیات، قواعد، روابط، زیرسیستم‌ها، مقادیر عددی، ساده‌سازی‌ها، ویژگی‌ها و ... با کد یا برنامه نوشته شده کامپیوتری با یک درجه اطمینان خوب و قابل قبولی که انعکاس دهنده ذهنیت شبیه‌ساز است.

اما در مورد احراز اعتبار، هدف، تعیین میزان انطباق مدل با سیستم واقعی است. به هر حال ادعا گردیده که مدل ساخته شده یک مدل شبیه‌سازی شده از سیستم واقعی است لذا، باید این توان در شبیه‌ساز باشد تا نشان دهد انطباق قابل قبولی از نظر رفتاری بین مدل کامپیوتری و سیستم واقعی وجود دارد.

در هر بخش چنانکه انطباق قابل قبولی رخ ندهد، شبیه‌ساز باید برای حصول این نیاز اساسی به صورت تجدید شونده برداشت ذهنی، مدل کامپیوتری و احراز اعتبار را کنترل نماید. اهمیت این

موضوع با توجه به اینکه کاربران مدل‌های شبیه‌سازی می‌خواهند با استناد به مدل به جای تجربه واقعی که مستلزم هزینه و زمان و انرژی است از مدل کسب اطلاعات کنند یا اینکه در حوزه مدیریتی خود تصمیم بگیرند؛ روشن است.

۲-۵ آزمایش مدل

در مرحله‌ی آزمایش مدل می‌توان به چندین توصیه توجه کرد تا احیاناً خطاها در این مرحله تا حد قابل قبولی، کاهش پیدا کنند بنابراین موارد زیر توصیه شده است:

(الف) تا آنجا که مقدور است اطلاعات بیشتری را از شاخص‌های رفتاری سیستم را توسط برنامه کامپیوتری از سیستم چاپ کنید (بسیاری از زبان‌های شبیه‌سازی آمارهای زیادی را به‌صورت استاندارد در خروجی خود می‌آورند)

(ب) هر چند شاید همه خروجی‌های نرم‌افزار مواردی نباشند که مورد توجه شما باشند ولی می‌توانید از آن‌ها استفاده کنید؛ به‌عنوان نمونه متوسط زمان انتظار در صف را در سیستم توسط مدل حساب کنید و آن را همچنین از تئوری صف به صورت نظری محاسبه و آن‌ها را مقایسه کنید، اگر اعتبار شاخصی (مانند متوسط زمان انتظار در صف) محرز شود احتمالاً شاخص‌های دیگر نیز درست برآورد می‌شوند چرا که همگی آن‌ها بر هم تاثیر گذارند ولی اگر غیر از این باشد وجود خطا در بقیه شاخص‌ها نیز افزایش می‌یابد. توصیه می‌شود برنامه کامپیوتری نوشته شده توسط افراد متفاوت مورد بازبینی قرار گیرند و برداشت شبیه‌ساز را با منطق برنامه تطبیق دهند. فلوچارت برنامه را رسم کنید و تحلیل حساسیت را روی داده‌ها اجرا کنید یعنی به طور مرتب مقادیر پارامترهای ورودی را تغییر دهید تا پایداری و عکس‌العمل برنامه در برابر تغییرات ایجاد شده را ملاحظه نمایید.

مستند سازی برنامه کامپیوتری نیز می‌تواند در درک بهتر سیستم و برنامه کامپیوتری مفید باشد.

۵-۳ احراز اعتبار مدل

این مرحله بعد از آزمایش موفق مدل قابل طرح است. در این مرحله مطمئن هستیم که ذهنیت ما از سیستم با برنامه کامپیوتری یا مدل ایجادى تطبیق قابل قبولی دارد و الان قصد داریم بدانیم این ذهنیت از مساله به واسطه مدل ایجادى چقدر با سیستم واقعی منطبق است. توجه کنید شاید مدل ذهنیت ما را به درستی به تصویر بکشد در حالی که ذهنیت ما انطباقی با سیستم واقعی نداشته باشد. (به تفاوت این دو موضوع توجه کنید. مدل تصویر ذهن ما از سیستم است؛ اگر این تصویر درست باشد چه قدر تصویر ما از سیستم که در قالب مدل خود نمایی کرده است بر واقعیت انطباق دارد؟)

یکی از راه‌های احراز اعتبار استفاده از تحلیل حساسیت در مورد داده‌های مدل است. سنجش و توجه به مقادیر خروجی سیستم بر اساس تغییرات ایجادى در ورودی‌ها می‌تواند نشان دهنده انعطاف مدل با وضعیت‌های جدید باشد. مثلاً فرض کنید در یک سیستم فروش سوخت خودروها، اگر تعداد تلمبه‌ها را افزایش دهیم باید شاهد کاهش زمان انتظار در صف‌ها باشیم یا اگر نرخ ورود خودروها را تغییر دهیم باید شاهد تاثیر آن در زمان‌های اشتغال کارگران و تلمبه‌ها باشیم. انجام این نوع تغییرات و دریافت خروجی‌های متناسب می‌تواند دلیلی بر اعتبار مدل باشد و عدم انعکاس مناسب در خروجی‌ها می‌تواند دلیلی بر وجود اشکالی در مدل باشد. اگر سابقه‌ای از ورودی‌ها و خروجی‌ها از سیستم در دست باشد. (بعضی از سیستم‌ها، سیستم ثبتي دارند مانند آژانس‌های مسافرتی، سیستم‌های قضایی، سیستم‌های مجلات علمی، سیستم درمانی و ...). بهتر است ورودی‌ها و خروجی‌های تجربه شده را از طریق مدل نیز تجربه کنید یعنی همان ورودی‌های موجود در بایگانی را به مدل بدهید و خروجی حاصل از آن را با خروجی واقعی رخ داده مقایسه کنید. نزدیک بودن نتایج مدل به نتایج واقعی می‌تواند خوش بینی را در ارتباط با اعتبار مدل بیشتر کند و دور بودن نتایج سبب افزایش بد بینی خواهد شد.

موضوع مهم دیگر در تعیین اعتبار مدل، اطمینان از صحت و اعتبار مربوط به داده است که باید هنگام جمع آوری آن‌ها به قدر کافی دقت شود. به یاد داشته باشید که اشکال زدایی از برنامه‌های شبیه‌سازی و کاهش خطا در اعتبار مدل‌ها کار ساده‌ای نیست. به عنوان نمونه اگر دست کم یکی از موارد جمع آوری نمونه‌ها، تعیین توزیع آن‌ها و تعیین پارامترهای آن‌ها از خطا برخوردار باشند با اینکه مدل کامپیوتری از آزمایش قابل اطمینانی برخوردار است اما از اعتبار لازم برخوردار نخواهد بود بنابراین در فرض‌های مربوط به داده‌ها باید به قدر کافی توجه کرد.

پاسخ به سوالات زیر در این خصوص مفید خواهد بود :

۱- آیا در ارتباط با یک پدیده تصادفی یا زیر جامعه‌ای در سیستم، نمونه‌ها از روش مناسبی انتخاب شده‌اند؟ آیا زمان‌های جمع آوری نمونه‌ها مناسب بوده است؟ آیا نمونه‌ها انعکاس دهنده‌ی رفتار صفت مزبور از جامعه هستند؟ آیا حجم نمونه کافی بوده است؟

۲- آیا توزیع نمونه‌ها درست برآورد شده است؟

۳- آیا پارامترهای توزیع به درستی تخمین زده شده‌اند؟

توجه کنید که شاید گامی درست برداشته شده باشد ولی گام قبل از آن از دقت لازم برخوردار نباشد مثلاً طبق روش، تعداد و زمان نمونه گیری صحیح باشد ولی برآورد نوع توزیع، خطا داشته باشد یا برای توزیع اشتباهی برآورد پارامترها درست انجام گرفته باشد یا شاید گام‌های ۱ و ۲ به درستی برداشته شده باشند ولی پارامترها به اشتباه محاسبه شده باشند مثلاً ممکن است در مثال فروش بنزین مدت سوخت گیری خودروها نرمال $\mu = 1/2$ و $\sigma = 0/85$ باشد در حالی که برآورد با توزیع نرمال با $\mu = 2/7$ و $\sigma = 1/3$ باشد. یک مرحله نهایی از اعتبار مدل در شرایط زیر قابل طرح است :

فرض کنید داده‌های مدل با داده‌های واقعی انطباق خوبی دارد و همچنین عملکرد مدل با عملکرد واقعی سیستم هماهنگ و همخوان است آیا می‌توان از این مدل برای پیش بینی آینده سیستم استفاده کرد؟ یعنی اگر تغییراتی که در سیستم واقعی قرار است رخ دهد روی مدل اجرا کنیم و خروجی‌های نظیر را بگیریم آیا خروجی‌های حاصل با خروجی‌های واقعی نیز منطبق خواهد بود؟

آیا مدل با شرایط فوق الذکر توانایی و تحمل اجرای طرح‌های مختلف و ارایه نتایج و خروجی‌های معتبر را دارد؟ به عبارت دیگر اگر چندین طرح در دست مطالعه و هدف انتخاب یک طرح بر اساس خروجی‌های آن‌ها باشد مدل ایجادى ما می‌تواند هر یک از طرح‌ها را به خود بپذیرد؛ آن‌ها را اجرا و نتایج معین و معتبری ایجاد کند که بر اساس آن‌ها بتوانیم طرح مورد نظر را شناسایی کنیم و در عمل آن را اجرایی نماییم؟

این کار در مورد سیستم‌های ثبتي قابلیت اجرا دارد اگر، مدل توانایی پیشگویی گذشته را به حال داشته باشد (یعنی داده‌های ثبت شده قدیمی را می‌گیرد و به درستی خروجی‌های تجربه

شده واقعی به روز را تولید می‌کند). در این صورت می‌تواند برای تبدیل حال به آینده مورد استفاده قرار گیرد.

اما اگر سیستم، سیستم ثبتي نباشد باید دوره‌ای زمانی را تحمل کنیم تا از اعتبار مدل مطلع شویم برای این کار داده‌های فعلی را به مدل بدهید و خروجی‌های متناظر را بگیرید و اکنون صبر کنید تا ببینید سیستم واقعی چه خروجی‌هایی را رقم خواهد زد. اگر پیش‌بینی مدل مناسب باشد موفقیت خوبی به‌دست آمده است در غیر این صورت باید به رفع خطاهای موجود پرداخت.

هر چند این کار ممکن است هزینه و زمان را به ما تحمیل کند ولی ارزش به‌دست آوردن یک مدل معتبر را برای پیش‌بینی‌های آینده دارد. می‌توان در بحث تغییرات ورودی از:

۱- تغییر در پارامترها مانند پارامتر توزیع ورود، پارامتر توزیع‌های سرویس دهی یا پارامتر توزیع کار کرد.

۲- تغییر در نوع توزیع‌ها مانند توزیع ورودی، توزیع سرویس دهی

۳- تغییر در اولویت‌های سرویس، تغییر در نظم صف‌ها، تغییرات در قوانین سیستم

۴- یک تغییر عمده و کلی که شامل تغییر طرح یا آرایه‌ی یک طرح جدید برای سیستم می‌باشد؛ استفاده کرد.

البته تغییر کلی بند ۴ اعتبار سنجی برای مدل موجود کاری پیچیده خواهد بود. این تغییر شاید به هنگام مقایسه‌ی دو طرح برای یک سیستم و مقایسه‌ی خروجی‌های آن مناسب باشد.

۴-۵ بررسی اعتبار مدل

چنانکه سیستم از نوع ثبتي و اطلاعات در دوره‌های متفاوت در دست باشد از طریق آزمون‌های فرض قابل بررسی است.

توجه کنید که اجرای یک بار مدل، تنها برای یک دوره زمانی اطلاعات ثبت شده، نمی‌تواند از اعتباری برای نتیجه‌گیری برخوردار باشد؛ اما چنانکه L دوره اطلاعات واقعی مربوط به سیستم در دست باشد، L دسته اطلاعات واقعی شامل ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم در

دست خواهد بود. با دادن ورودی‌های هر دوره به مدل و اخذ خروجی‌های مدل و محاسبه میانگین اختلاف خروجی‌های مربوط به هر دوره، اختلاف جواب واقعی و جواب حاصل از مدل و واریانس این اختلافات را می‌توان با یک آزمون فرض پیدا کرد. اگر تعداد ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم را به ترتیب k ، m و n دوره از اطلاعات مربوط به آن‌ها را داشته باشیم؛ برای احراز اعتبار مربوط به خروجی k ام فرض کنید Z_{sj} مقدار تجربه شده از خروجی k ام در دوره j و Y_{sj} مقدار برآورد مدل از آن در همان دوره باشد جدول زیر را با n دوره بازسازی تشکیل می‌دهیم.

جدول ۱-۵ احراز اعتبار برای یک خروجی بر اساس اطلاعات گذشته ثبت شده

| دوره
j | خروجی k ام
سیستم
Z_{sj} | خروجی k ام
مدل
Y_{sj} | برای j تفاوت در
دوره k ام خروجی
Δ_j | مربع انحراف از میانگین
$(\Delta_j - \bar{\Delta})^2$ |
|--|-----------------------------------|---------------------------------|--|---|
| ۱ | Z_{s1} | Y_{s1} | $\Delta_1 = Z_{s1} - Y_{s1}$ | $(\Delta_1 - \bar{\Delta})^2$ |
| ۲ | Z_{s2} | Y_{s2} | $\Delta_2 = Z_{s2} - Y_{s2}$ | $(\Delta_2 - \bar{\Delta})^2$ |
| ۳ | Z_{s3} | Y_{s3} | $\Delta_3 = Z_{s3} - Y_{s3}$ | $(\Delta_3 - \bar{\Delta})^2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| n | Z_{sn} | Y_{sn} | $\Delta_n = Z_{sn} - Y_{sn}$ | $(\Delta_n - \bar{\Delta})^2$ |
| $\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \Delta_j$ | | | | $S_{\Delta}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\Delta_j - \bar{\Delta})^2$ |

بعد از تشکیل جدول فوق، آماره t به صورت $t = \frac{\bar{\Delta} - \mu_{\Delta}}{S_{\Delta} / \sqrt{n}}$ بر اساس اینکه Δ_j (جمله‌های تصادفی بوده از توزیع نرمال با میانگین μ_{Δ} و واریانس σ_{Δ}^2 تبعیت می‌کنند؛ بنا می‌شود.

آزمون فرض زیر را با تعریف زیر بنا می‌کنیم.

$$H_0: \mu_{\Delta} = 0 \quad H_1: \mu_{\Delta} \neq 0$$

با یک آزمون دو طرفه در سطح اطمینان $(1-\alpha)\%$ مقدار $t_{\alpha/2, n-1}$ را از جدول مربوط به توزیع t را به دست می‌آوریم.

اگر $|t| > t_{\alpha/2, n-1}$ فرض H_0 رد می‌شود این بدان معنی خواهد بود که مدل در برآورد خروجی S از اعتبار کافی برخوردار نیست اما چنانکه $|t| < t_{\alpha/2, n-1}$ دلیلی کافی برای رد فرض صفر H_0 نداشته باشیم یعنی در سطح اطمینان $(1-\alpha)\%$ اعتبار مدل را به طور موقت برای خروجی S ام می‌پذیریم.

مثال ۵-۳-۱: فرض کنید در یک بررسی از جایگاه معاینه‌ی فنی خودروها یک افسر فنی راهنمایی و رانندگی با توزیع نرمال با میانگین $\mu = 2/3$ دقیقه و انحراف معیار $\sigma = 1/1$ خودروهای رسیده به جایگاه را مورد بازرسی قرار می‌دهد. معلوم شده که مدت‌های بین دو ورود خودرو به جایگاه توزیع نمایی منفی یا توزیع تعداد ورودی‌ها پواسون با $\lambda = 12$ خودرو در ساعت است. سیستم دارای ۳ متغیر ورودی $D_1 = 1$ ، تعداد سرویس دهنده (یک افسر فنی) و $D_2 = 2/3$ میانگین مدت بازدید فنی و $D_3 = 1$ ، تعداد صف تشکیل شده و ۲ متغیر سیستم

توزیع پواسون با آهنگ ۱۲ خودرو در ساعت

x_2 = مدت بازدید فنی

می‌باشد.

فرض می‌کنیم طبق قواعد تولید اعداد تصادفی، نمونه‌های تصادفی $x_1, x_2, x_3, \dots$ برای مدت‌های بین دو ورود $x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots$ برای مدت‌های بازدید فنی خودروها تولید می‌شوند. هدف مساله، برآورد سه هدف اصلی

$$Y_1 = \text{درصد اشتغال افسر فنی (سرویس دهنده)}$$

$$Y_2 = \text{میانگین مدت انتظار خودروها برای دریافت سرویس}$$

$$Y_3 = \text{ماکزیمم طول صف ایجاد شده}$$

و چهار هدف فرعی

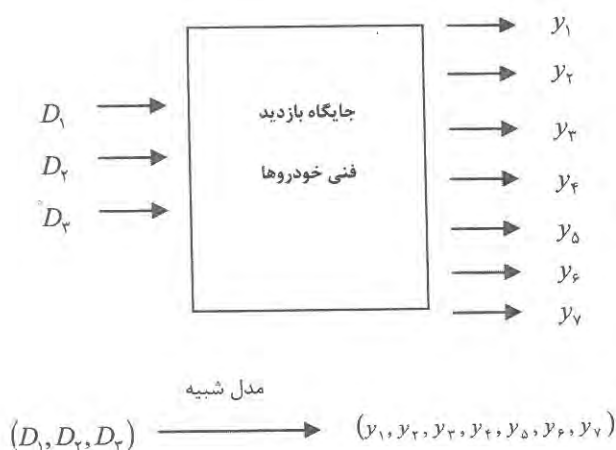
$$Y_4 = \text{آهنگ مشاهده شده ورود خودروها}$$

$$Y_5 = \text{میانگین مدت سرویس (بازدید فنی)}$$

$$Y_6 = \text{انحراف معیار نمونه برای بازدید فنی}$$

$$Y_7 = \text{میانگین طول صف خودروهاست}$$

از نظر مدل‌سازی سیستم دارای ۳ ورودی و ۷ خروجی است.



شکل ۵-۱

برای تعیین اعتبار مدل در خروجی‌ها باید از نمونه‌هایی که از سیستم واقعی برای تقریب خروجی‌های مدل اخذ کرده‌ایم استفاده کنیم. مثلاً باید از روی نمونه‌ها مقدار Z_p, Z_r, Z_1 به ترتیب مقادیر درصد اشتغال افسر فنی، میانگین مدت انتظار خودروها و ماکزیمم طول صف ایجاد شده را به دست آوریم. به عنوان نمونه فرض کنید نمونه‌های گرفته شده از سیستم واقعی نشان دهند که $Z_p = 13/4$ است. انتظار داریم که خروجی مدل برای این هدف، Y_p به $Z_p = 13/4$ نزدیک باشد.

نکته مهم این است که نباید انتظار داشته باشید اعداد تصادفی تولید شده برای متغیرهای تصادفی و سیستم مساله که با X_p, X_1 تولید می‌شوند؛ بر نمونه‌های گرفته شده منطبق باشند بلکه انتظار می‌رود این اعداد تصادفی بر الگوی احتمالی نمونه‌ها تطبیق داشته باشد (تطابق توزیع‌های اعداد تصادفی تولید شده و نمونه‌های گرفته شده نه تطابق نمونه‌ها و اعداد تصادفی).

برای احراز اعتبار مدل در این شاخص (شاخص متوسط انتظار خودروها برای دریافت سرویس) نزدیکی این دو مقدار را بررسی می‌کنیم؛ یعنی انتظار داریم مقادیر تولید شده برای Y_p از طریق شبیه‌سازی با مقدار $Z_p = 13/4$ دقیقه هماهنگ باشد.

در این مرحله سوال اعتبار سنجی ما دقیقاً روی این شاخص است یعنی آیا هماهنگی بین Y_p و Z_p وجود دارد یا خیر؟

برای پاسخ به این سوال با رعایت مسایل و شرایط تولید اعداد تصادفی، مدل را چندین دفعه اجرا و خروجی‌ها را محاسبه می‌کنیم.

(برای رعایت استقلال آماری کافی است از رشته اعداد تصادفی مجزا از همان توزیع استفاده کرد).

جدول زیر نتیجه ۸ تکرار یا ۸ دوباره سازی را برای این سیستم نشان می‌دهد.

جدول ۲-۵

| تکرار | میانگین طول صف | انحراف معیار نمونه | میانگین مدت سرویس | آهنگ مشاهده شده ورود خودروها | ماکزیمم طول صف | میانگین مدت انتظار | درصد اشتغال |
|--------------|----------------|--------------------|-------------------|------------------------------|----------------|--------------------|-------------|
| | Y_p | Y_e | Y_d | Y_f | Y_r | Y_1 | Y_1 |
| ۱ | ۴ | ۰/۹ | ۴/۱ | ۱۵ | ۸ | ۱۲/۵ | ٪۹۳ |
| ۲ | ۶ | ۱/۲ | ۳/۸ | ۱۷ | ۱۰ | ۱۳/۱ | ٪۹۱ |
| ۳ | ۹ | ۰/۸ | ۴/۹ | ۱۲ | ۱۴ | ۱۱/۲ | ٪۹۴ |
| ۴ | ۶ | ۰/۸۴ | ۲/۱ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۱/۷ | ٪۹۶ |
| ۵ | ۳ | ۰/۹۵ | ۱/۸ | ۱۶ | ۷ | ۱۲ | ٪۹۴ |
| ۶ | ۸ | ۱/۳ | ۱/۹۵ | ۱۲ | ۱۵ | ۱۲/۱ | ٪۹۳ |
| ۷ | ۶ | ۱/۷ | ۲/۴ | ۱۷ | ۱۴ | ۱۲/۴ | ٪۹۶ |
| ۸ | ۷ | ۱/۲ | ۳/۵ | ۱۱ | ۱۳ | ۱۳/۲ | ٪۹۵ |
| میانگین | ۶/۱۲ | ۱/۱۱ | ۲/۹۴ | ۱۳/۸۷ | ۱۱/۶۲ | ۱۲/۲۷۵ | ٪۹۴ |
| انحراف معیار | ۱/۹۵ | ۰/۳۰ | ۰/۹۷ | ۲/۶۴ | ۲/۹۷ | | ٪۱/۶۹ |

اکنون با استفاده از آزمون فرض، فرض آماری زیر را می‌آزماییم.

$13/4 =$ میانگین زمان انتظار خودروها برای دریافت سرویس H_0 فرض صفر

$13/4 \neq$ میانگین زمان انتظار خودروها برای دریافت سرویس H_1 فرض مخالف

ابتدا آماره t را حساب می‌کنیم.

$$t = \frac{\bar{Y}_r - \mu_r}{S / \sqrt{n}} = \frac{12/275 - 13/4}{0/67 / \sqrt{8}} = -\frac{1/125}{0/236} = 4/76$$

از طرفی

$$t_{\alpha/2, (n-1)} = t_{0/025, 7} = 0/085$$

چون $|t| > t_{\alpha/2, \nu}$ پس فرض H_0 را با سطح اطمینان ۹۵٪ رد می‌کنیم. بنابراین مدل در این وضعیت میانگین انتظار را برای دریافت سرویس را تایید نمی‌کند لذا به طور موقت اعتبار مدل را برای این شاخص نمی‌پذیریم.

مثال ۵-۴-۱: فرض کنید در شبیه‌سازی یک شرکت تولید قطعات الکترونیکی هدف احراز اعتبار برای خروجی میزان تولید است. ۷ دوره ثباتی همچنین ۷ دوره بازسازی شده مدل برای این خروجی طبق جدول زیر به ثبت رسیده است. در سطح اطمینان ۹۵٪ ($\alpha = 5\%$) بررسی کنید که از نظر سطح تولید بین پیش‌بینی مدل و خروجی واقعی ثبت شده ناهمبستگی وجود دارد یا خیر؟ اگر جواب مثبت است برای رفع آن راه حل پیشنهاد دهید.

جدول ۵-۳

| دوره | تولید ثبتی
سیستم Z_{ij} | تولید در مدل
y_{ij} | تفاوت مشاهده شده
Δ_j | مربع انحراف از میانگین
$(\Delta_j - \bar{\Delta})^2$ |
|--|------------------------------|--------------------------|--------------------------------|--|
| ۱ | ۸۲۹۳۲۵ | ۸۱۹۹۴۳ | ۹۳۸۲ | ۴۳۷۶۲۰۰۸/۸۶ |
| ۲ | ۸۲۸۲۳۵ | ۸۲۰۰۱۱ | ۸۲۲۴ | ۲۹۷۸۱۹۷۰/۴۹ |
| ۳ | ۸۲۹۵۴۵ | ۸۳۱۰۵۹ | -۱۵۱۴ | ۱۸۳۲۴۵۱۲/۳۵ |
| ۴ | ۸۳۱۵۷۵ | ۸۲۹۵۱۶ | ۲۰۵۹ | ۵۰۰۸۵۹/۱۰۵۸ |
| ۵ | ۸۱۸۷۹۳ | ۸۲۱۱۲۶ | -۲۳۳۳ | ۲۶۰۰۷۰۸۲/۸۸ |
| ۶ | ۸۱۵۸۷۱ | ۸۱۵۹۰۴ | -۳۳ | ۷۸۳۸۳۹۸/۴۸۲ |
| ۷ | ۸۴۱۵۲۵ | ۸۳۷۹۴۳ | ۳۵۸۲ | ۶۶۴۶۹۱/۲۶۱۸ |
| $\bar{\Delta} = 2766/714$
$\sum 19/367$ | | | | $S_{\Delta}^2 = 2/62766 \times 10^{-4}$
$S_{\Delta} = 16210.54/0.4$ |

آزمون فرض زیر را بنا می‌کنیم:

بین میانگین تولید واقعی و تولید پیش‌بینی شده مدل تفاوتی وجود ندارد.

$$H_0: \mu_{\Delta} = 0$$

بین میانگین تولید واقعی و تولید پیش‌بینی شده مدل تفاوت وجود دارد.

$$H_1: \mu_{\Delta} \neq 0$$

آماره t را می‌سازیم.

$$t = \frac{\bar{\Delta} - \mu_{\Delta}}{s_{\Delta} / \sqrt{n}} = 0.00045$$

از طرفی $t_{0.025, 6} = 2/45$

چون $|t| < t_{0.025, 6}$ لذا دلیلی بر رد H_0 وجود ندارد یعنی از نظر میزان تولید هیچ ناهمگونی بین عملکرد سیستم و پیش‌بینی مدل موجود نیست. در صورت رد H_0 مدل‌ساز مجبور بود به دنبال یافتن دلیل یا دلایلی برای ناهمگونی پیش‌آمده باشد.

۵-۴-۱ روش تورینگ

این روش ساده یک روش غیر آماری و مبتنی بر دانش و تجربه افراد آگاه به رفتار سیستم است. که نخستین بار توسط تورینگ ریاضی دان انگلیسی مطرح شد. طبق این شیوه بایستی گزارش‌های واقعی از عملکرد سیستم را با گزارش‌های اخذ شده از مدل به طور تصادفی مخلوط و به مدیر یا مسئول آگاه از رفتار سیستم تحویل داده از وی خواسته شود که گزارش‌های واقعی را از گزارش‌های ساختگی تشخیص دهد. اگر شخص مزبور قادر به این شناسایی نباشد می‌توان خوش بین بود که نتایج حاصل از مدل به قدری به واقعیت نزدیک است که فرد آگاهی نتوانسته آن را تشخیص دهد اما چنانکه گزارش‌های ساختگی شناسایی شوند با طرح سوالاتی نظیر اینکه از کجا متوجه شده‌اید که این گزارش ساختگی است به نقاط ضعف پاسخ‌های مدل پی برده می‌شود.

۵-۵ تجزیه و تحلیل نتایج

مدل‌های شبیه‌سازی برای تجزیه و تحلیل سیستم‌هایی به کار گرفته می‌شوند که برخی از پدیده‌های رخدادی درون سیستم، در عملکرد تصادفی هستند. همچنین ملاحظه گردید که

برای شبیه‌سازی رفتاری اعمال و پیشامدهای سیستمی، از اعداد تصادفی استفاده می‌گردد. دوباره سازی‌های مدل را ناگزیر بودیم تا بتوانیم احراز اعتبار مدل را قضاوت کنیم.

هر دوباره سازی به دلیل تصادفی بودن پیشامدها، خروجی‌های متفاوتی تولید خواهد کرد به عنوان نمونه اگر هدف مدل برآورد درصد اشتغال افسر فنی در سیستم بازدید فنی خودروها باشد نباید توقع داشت که هر اجرای متفاوت فقط یک عدد به عنوان درصد اشتغال به دست آورد. (به مقادیر خروجی‌ها در مثال‌های قبلی نظیر تعداد تولید، میانگین طول صف‌ها و ... توجه کنید).

منظور از تجزیه و تحلیل نتایج یا خروجی‌ها، تجزیه و تحلیل خروجی‌های تولید شده توسط مدل می‌باشد. برای اینکه امکان استفاده از روش‌های متداول آماری جهت بهره برداری امکان پذیر باشد باید قادر به ایجاد یا تعریف متغیرهای تصادفی مستقل از خروجی‌های مدل باشیم ولی معمولاً به دلیل خود همبستگی‌های موجود در خروجی‌های مدل این امکان وجود ندارد. برای روشن تر شدن مطلب فرض کنید در بررسی یک کارگاه تولیدی علاقه‌مند به برآورد میزان موجودی انبار باشیم. اگر $(i = 1, \dots, n)$ پاسخ مدل برای میزان موجودی انبار در دوره i ام باشد؛ نمی‌توان $y_1, y_2, \dots, y_n$ را یک نمونه تصادفی تلقی کرد؛ زیرا y_{i+1} به y_i وابسته است (موجودی هر ماه به موجودی دوره قبلی خود وابسته است). بنابراین رشته از اعداد تولید شده توسط مدل به دلیل خود همبستگی فاقد خاصیت استقلال آماری هستند پس نمی‌توانند نمونه‌های تصادفی باشند.

اکنون باید روشن باشد که چرا از یک بار اجرای مدل، تجزیه و تحلیل آماری امکان پذیر نیست و دوباره سازی‌ها به روش متداول ما را به یک نمونه تصادفی نمی‌رساند. (اگر تنها یک اجرا قابل انجام باشد مجبوریم از برآورد نقطه‌ای استفاده کنیم) در ادامه باید تلاش شود تا وضعیت به گونه‌ای تغییر یابد تا امکان استفاده از روش‌های آماری امکان پذیر شود.

یک نکته مهم دیگر در بحث تجزیه و تحلیل آماری خروجی‌های شبیه‌سازی، توجه به شرایط اولیه و همچنین پایداری خروجی‌های مدل است. مدل ساخته شده برای اینکه امکان اجرا یابد، باید؛ به متغیرهای داخلی مقادیری تخصیص داده شود. دادن مقادیر اولیه یا همان مقدار گیری اولیه متغیرهای مدل، شرایط اولیه‌ی را برای مدل ایجاد می‌کند که تاثیری زیادی روی مقادیر خروجی مدل ایجاد می‌نماید.

مثلاً در شبیه‌سازی جایگاه بازدید فنی در ابتدای مساله فرض خالی بودن صف و بیکار بودن افسر فنی و میانگین سرویس ثابت، شرایط اولیه را برای مساله ایجاد کرده‌اند. به عبارتی، مدل با شرایط اولیه، سیستم تماماً خالی، آغاز به کار می‌کند.

تاثیر شرایط اولیه مخصوصاً برای سیستم‌هایی که تنها در ابتدای شروع فعالیت‌شان خالی هستند؛ بسیار زیاد است مثلاً سیستم بیمارستان، نیروگاه تولید برق و ... بدیهی است در اجرای مدل این سیستم‌ها خالی فرض کردن سیستم، نتایج حاصل را بسیار متأثر خواهد کرد لذا برای جلوگیری از این تاثیرات اولیه نامطلوب که باعث ناپایداری رفتاری یعنی ناپایداری در خروجی‌های مدل می‌شود سه پیشنهاد برای شرایط اولیه داده شده است. توجه به آن‌ها می‌تواند تا حدودی به بهبود واقعی بودن خروجی‌ها کمک کند.

۱- از مدل برای حصول مقادیر اولیه‌ی متغیرها استفاده کنید یعنی مدل را اجرا نمایید و در انتهای مدل مقادیر متغیرها را اخذ و دوباره مدل را برای حصول اهداف با این مقادیر به عنوان مقادیر متغیرهای اولیه اجرا کنید.

۲- مدت شبیه‌سازی را آن قدر طولانی بگیرید تا اثرات شرایط اولیه در طول زمان کم اثر یا محو شوند.

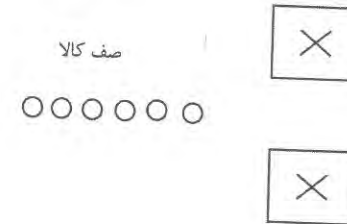
۳- مقادیر تخصیص داده شده به متغیرها برای شروع از اهل فن و آشنا به سیستم گرفته شود. مثلاً در شبیه‌سازی باجه بانک از تحویل‌داری که سال‌ها کار تحویل‌داری کرده است بپرسیم که به طور معمول چند نفر در صف به انتظار می‌ایستند. این عدد را به عنوان مقدار اولیه در شرایط اولیه اجرا مدل اعمال کنید.

امید می‌رود با توجه به این مطالب خروجی‌های مدل در شرایط پایدار استخراج شود.

برای درک بهتر از وضعیت تصادفی بودن خروجی‌ها و همچنین نوع سولاتی که در این خصوص می‌تواند طرح شود؛ به مثال ساده زیر توجه کنید.

مثال ۵-۵-۱: فرض کنید ۲ نفر مسئول کنترل کیفی تولیدات یک کارخانه تولیدی هستند. برای اینکه تمامی کالاها مورد بازرینی کیفی قرار گیرند همه تولیدات در یک صف با نظم FIFO قرار می‌گیرند و مسئول اول با توزیع نرمال با میانگین $\mu_1 = 2/2$ و $\sigma_1 = 0/9$ مسئول دوم با توزیع نرمال با میانگین $\mu_2 = 3/1$ و $\sigma_2 = 1/3$ کالاهای تولیدی را مورد بازدید قرار می‌دهند.

مسئول ۱



مسئول ۲

شکل ۲-۵

نحوه‌ی سرویس دهی به این شکل است که هر مسئول به محض اتمام بررسی یک کالا بلافاصله یک کالا را از صف انتخاب و آن را بازرسی کیفی می‌کند. هیچ یک بر دیگری اولویت ندارد. سیستم را به مدت ۲ ساعت شبیه‌سازی کرده‌اند. شروع سیستم به صورت هردو بیکار و صف خالی بوده است. هدف برآورد درصد اشتغال مسئولان کنترل کیفی و متوسط مدت به سر بردن در سیستم توسط یک کالا می‌باشد. مدل را ۵ بار دوباره سازی و نتایج حاصل را برای این دو هدف را در جدول زیر آورده‌ایم:

جدول ۴-۵

| شماره اجرا (k) | برآورد درصد اشتغال
مسئول ۱ ($\hat{\rho}_{1k}$) | برآورد درصد اشتغال
مسئول ۲ ($\hat{\rho}_{2k}$) | برآورد متوسط مدت به سر
بری کالا در سیستم ($\bar{w}_k$) |
|--------------------|---|---|---|
| ۱ | ۰/۸۰۵ | ۰/۷۸۶ | ۳/۷۱ |
| ۲ | ۰/۸۴۵ | ۰/۸۴۱ | ۴/۱۸ |
| ۳ | ۰/۷۲۷ | ۰/۸۱۱ | ۳/۹۰ |
| ۴ | ۰/۸۱۰ | ۰/۷۹۲ | ۴/۳۵ |
| ۵ | ۰/۷۹۰ | ۰/۸۰۰ | ۳/۸۷ |

همان‌طور که قبلاً هم گفته شد خروجی‌های $\hat{\rho}_{1k}$ و $\hat{\rho}_{2k}$ به ترتیب درصد اشتغال مسئول کنترل کیفی اول و دوم در تکرار k ام و همچنین $\bar{w}_k$ متوسط مدت به سر بری کالا در سیستم در تکرار k ام اجرای مقادیر برابر ندارند. این رشته اعداد، تصادفی بوده و روش‌های آماری برای تجزیه و تحلیل آنها کافی است. ۲ سوال با ارزش می‌تواند در زمینه تجزیه و تحلیل خروجی‌ها مفید باشد:

سوال اول: فاصله اطمینان $(1-\alpha)\%$ برای هر یک از درصد‌های اشتغال کدام است؟ برای w چه‌طور؟

سوال دوم: آیا می‌تواند برای $\hat{\rho}_{1k}$ و $\hat{\rho}_{2k}$ یک کران پایین تعیین کرد مثلاً می‌توان گفت که $\hat{\rho}_1 \geq 80\%$ و $\hat{\rho}_2 \geq 75\%$. آیا این مطلب برای $\bar{w}$ نیز قابل محاسبه است؟

مثال فوق منجر به تولید خروجی‌هایی شد که تشکیل یک نمونه تصادفی می‌دهند و لذا روش‌های معمولی آماری برای پاسخگویی به سوالات فوق است. مثال زیر نشان می‌دهد چگونه دوباره سازی اجرای مدل شبیه‌سازی یک نمونه تصادفی به‌دست نمی‌دهد. ولی سپس نشان می‌دهیم که چگونه می‌توانیم آن را به گونه‌ای به بهره برداری برسانیم که تشکیل یک نمونه تصادفی جهت استفاده از روش‌های آماری باشد.

مثال ۵-۵-۲: سیستم انباری را در نظر بگیرید که لوازم با توزیع معینی به آن وارد و حسب نیاز کارخانه برای تولید کالا این لوازم از انبار خارج می‌شوند. هدف محاسبه‌ی میانگین وزنی مدت ماندگاری لوازم در انبار است. (لوازم در انبار بر حسب نظم *FIFO* به کارخانه ارسال می‌شوند). سیستم را به مدت $ST = 6000$ دقیقه شبیه‌سازی می‌کنیم. از آنجا که ST عدد بزرگی است لذا وضعیت پایداری در سیستم حاکم خواهد بود.

تصمیم گرفته شده است که موجودی انبار به بازه‌هایی به طول ۱۰۰۰ دقیقه‌ای گروه‌بندی شوند؛ یعنی مدل در بازه‌های زمانی $[0, 1000]$, $[1000, 2000]$, ..., $[5000, 6000]$ شبیه‌سازی می‌شوند. اگر سه بار دوباره سازی داشته باشیم و y_{ij} نشان دهنده میانگین وزنی تعداد لوازم در انبار در فاصله زمانی t_j در اجرای i ام باشد؛ جدول زیر حاصل شده است:

جدول ۵-۵ دوباره‌سازی

| j | دوره زمانی | y_{1j} | y_{2j} | y_{3j} |
|-----|----------------|---------------------|-------------------|---------------------|
| ۱ | $[0, 1000]$ | ۵۷۲/۱ | ۴۹۱/۴ | ۸۳۵/۳ |
| ۲ | $[1000, 2000]$ | ۲۶۹/۴ | ۷۴۰/۸ | ۹۴۱/۵ |
| ۳ | $[2000, 3000]$ | ۱۹۸/۵ | ۷۵۶/۶ | ۴۱۱/۷ |
| ۴ | $[3000, 4000]$ | ۷۲۵/۳ | ۴۸۹/۲ | ۱۹۶/۴ |
| ۵ | $[4000, 5000]$ | ۴۳۰/۲ | ۷۱۹/۷ | ۶۱۷/۵ |
| ۶ | $[5000, 6000]$ | ۵۹۰/۱ | ۸۴۰/۴ | ۷۸۱/۱ |
| ۷ | $[0, 6000]$ | $\bar{y}_1 = 462/2$ | $\bar{y}_2 = 673$ | $\bar{y}_3 = 630/5$ |

اعداد تولید شده در هر اجرا مانند $572/1$, $269/4$, $198/5$, $725/3$, $430/2$, $590/1$, y_{ij} رشته اعداد تصادفی نیستند زیرا تعداد کالای موجود در انتهای بازه اول برابر با تعداد کالای موجود در ابتدای بازه زمانی دوم است. به عبارت دیگر y_{16} و y_{15} و y_{14} و y_{13} و y_{12} و y_{11} خود-همبستگی دارند. و این مانع از طرز تلقی ما از این خواهد بود که آنها را رشته اعداد تصادفی بنگاریم. این خودهمبستگی باعث زائل شدن خاصیت استقلال آماری شده است.

ولی $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3$ نمونه‌های تصادفی هستند که می‌توان آزمون‌های آماری را روی آن‌ها به کار بسته؛ نتایج مفیدی را استخراج کرد. موضوع بسیار مهم که باید بدان توجه شود نوع شبیه‌سازی است که روی تجزیه و تحلیل نتایج اثر مستقیم داشته؛ به طور کلی تجزیه و تحلیل متفاوتی می‌طلبد.

منظور از نوع شبیه‌سازی، شبیه‌سازی مقطعی و شبیه‌سازی پایداری است. گاهی اوقات لازم است شبیه‌سازی تا به دست آمدن وضعیت خاصی اجرا و یا در یک محدوده‌ی زمانی خاصی مدلسازی شود. به عنوان نمونه فرض کنید هدف برآورد میانگین زمان تا وقوع اولین خرابی در سیستم ماشین آلات ریسندگی در یک کارخانه یا هدف از بررسی یک بانک، شبیه‌سازی ۲ ساعت شلوغی بین ساعت ۱۱ تا ۱۳ باشد. یعنی فقط ۲ ساعت خاص کارکرد بانک مورد نظر باشد. به هر حال شبیه سازی مقطعی نوعی شبیه‌سازی است که یک شرط اختتام برای آن گذاشته می‌شود. در این نوع شبیه‌سازی باید به شرایط اولیه دقت زیادی کرد. تا تاثیرات آن را بر خروجی کم شود. در این زمینه یافته‌های زیادی وجود ندارد. نوع دوم شبیه‌سازی، شبیه‌سازی وضعیت پایداری است که معمولاً برای سیستم‌هایی کاربرد دارد که فعالیت‌شان توقف بردار نیست. همچنانکه قبلاً نیز اشاره شد در سیستم‌هایی مانند سیستم‌های امنیتی، آتش نشانی، خدمات کامپیوتری و *IT*، نیروگاه‌ها، امور نظامی و... این نوع شبیه‌سازی‌ها برای مطالعه مناسب هستند.

۵-۶ شاخص‌های عملکرد سیستم‌ها در شبیه‌سازی

به طور کلی پارامترهای θ, φ را به ترتیب شاخص‌های عملکردی مستقل از زمان t و وابسته به t در نظر می‌گیریم.

خروجی شبیه‌سازی شده برای پارامتر θ به صورت $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ و برای پارامتر φ به صورت $\{y(t) | 0 \leq t \leq T\}$ است.

θ معرف میانگین معمولی و φ معرف میانگین وزن دار است. بسته به مساله و سیستم θ می‌تواند میانگین زمانی معطلی مشتری تا دریافت سرویس، میزان تقاضای مشتریان در یک مدت معین، نسبت روزهایی که به دلیل خرابی ماشین قادر به ارائه سرویس نبودیم و برای φ می‌توان درصد زمانی که طول صف از مقدار معین k تجاوز می‌کند، طول صف تا زمان t ,

تعداد سفارش‌های عقب افتاده تا زمان t ، تعداد سفارش‌های پاسخ داده شده تا زمان t و ... را قید کرد.

یک هدف مهم در شبیه‌سازی برآورد نقطه‌ای و برآورد فاصله‌ای برای θ و φ است.

۵-۶-۱ برآوردهای نقطه‌ای و فاصله‌ای برای شاخص‌های عملکردی در شبیه‌سازی مقطعی

فرض کنید برای پارامتر θ در فاصله زمانی $[0, T]$ خروجی‌های $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ توسط مدل تولید شده باشد. n ممکن است عددی ثابت یا حتی متغیری تصادفی باشد. هدف برآورد.

$$\theta = E\left(\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}\right)$$

است. همان طور که قبلاً اشاره شد جهت تولید نمونه‌های تصادفی و هم توزیع $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_r$ از روش دوباره سازی استفاده می‌کنیم.

بنابراین اگر $\hat{\theta}_r$ میانگین خروجی‌های دوباره سازی r ام باشد؛ یعنی:

$$\hat{\theta}_r = \sum_{i=1}^{n_r} \frac{y_{ri}}{n_r}, \quad r = 1, \dots, R$$

که در آن R تعداد دفعات تکرار اجرای مدل است آن‌گاه نمونه‌ی تصادفی به‌دست آمده قابلیت استفاده از روش‌های معمولی آمار را برای برآورد فاصله اطمینان و انجام آزمون فرض خواهد داشت.

در این وضعیت برآورد کلی از θ عبارت است از $\hat{\theta}$ که از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{r=1}^R \hat{\theta}_r}{R} \quad (1-5)$$

و واریانس $\hat{\theta}$ در برابر R اجراء عبارتست از :

$$\sigma^2(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{r=1}^R (\hat{\theta}_r - \hat{\theta})^2}{R(R-1)} \quad (2-5)$$

و فاصله اطمینان $(1-\alpha)\%$ عبارتست از :

$$\hat{\theta} - t_{\alpha/2, (R-1)} \sigma(\hat{\theta}) \leq \theta \leq \hat{\theta} + t_{\alpha/2, (R-1)} \sigma(\hat{\theta})$$

$\sigma(\hat{\theta}) = \sqrt{\sigma^2(\hat{\theta})}$ را خطای معیار پارامتر $\hat{\theta}$ گویند و مقدار آن نشان دهند دقت $\hat{\theta}$ در برآورد پارامتر θ است.

با توجه به رابطه (۵-۲) ملاحظه می‌کنید که بین دقت برآورد $(\sigma(\hat{\theta}))$ و تعداد دوباره سازی (R) رابطه عکس وجود دارد یعنی هرچه تعداد تکرار یا دوباره سازی بیشتر باشد $\sigma(\hat{\theta})$ کوچک و به سمت صفر میل خواهد کرد.

چنانکه بحث پارامتر φ پارامتر وابسته به زبان با خروجی‌های $\{Y(t) | 0 \leq t \leq T\}$ باشد؛ روابط مشابهی زیر برای آن قابل بیان است:

$$\hat{\varphi}_r = \frac{1}{T} \int_0^T y_r(t) dt \quad r = 1, \dots, R$$

$$\hat{\varphi} = \frac{\sum_{r=1}^R \hat{\varphi}_r}{R}$$

$$\sigma^2(\hat{\varphi}) = \frac{\sum_{r=1}^R (\hat{\varphi}_r - \hat{\varphi})^2}{R(R-1)}$$

یعنی $\hat{\varphi}$ یک برآورد گر ناریب نقطه‌ای برای φ است که طبق تعریف

$$\varphi = E \left(\frac{\int_0^T y_r(t) dt}{T} \right)$$

که $E(\cdot)$ امید ریاضی است.

فاصله‌ی اطمینان ارایه شده برای $\hat{\theta}$ نیز متشابهاً برای φ با $F = R - 1$ درجه آزادی متغیر است.

مثال ۵-۶-۱: فاصله اطمینان ۹۵٪ را برای درصد اشتغال دو کنترل کننده و متوسط به سر بری کالا را در سیستم مثال قبل بنویسید.

$$\hat{\rho}_1 = \frac{0/805 + 0/845 + 0/727 + 0/810 + 0/790}{5} = \frac{3/98}{5} = 0/796$$

کنترل کننده ۱

$$\hat{\rho}_2 = \frac{0/786 + 0/841 + 0/811 + 0/792 + 0/800}{5} = \frac{4/03}{5} = 0/806$$

کنترل کننده ۲

$$\sigma^2(\hat{\rho}_1) = \frac{(0/805 + 0/796)^2 + (0/845 + 0/796)^2 + (0/810 - 0/796)^2 + (0/790 - 0/796)^2}{5 \times 4} = \frac{0/000081 + 0/0024 + 0/00019 + 0/000036}{20} = \frac{0/0027}{20} = 0/000135 \Rightarrow \sigma(\hat{\rho}_1) = 0/0116$$

$$\sigma^2(\hat{\rho}_2) = \frac{(0/786 + 0/806)^2 + (0/841 - 0/806)^2 + (0/811 - 0/806)^2 + (0/792 - 0/806)^2 + (0/800 - 0/806)^2}{20} = \frac{0/0004 + 0/0012 + 0/00019 + 0/000036 + 0/000025}{20} = \frac{0/00185}{20} = 0/0000925 \Rightarrow \sigma(\hat{\rho}_2) = 0/0096$$

از جدول توزیع داریم $t_{0/25,4} = 2/78$ بنابراین

فاصله اطمینان ۹۵٪ برای کنترل کننده‌های ۱ و ۲ به ترتیب عبارتست از:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_1 \pm t_{0/25,4} \sigma(\hat{\rho}_1) &= 0/796 \pm 0/278 \times 0/0116 \\ &= 0/796 \pm 0/00322 \\ 0/792 &\leq \rho_1 \leq 0/799 \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_2 \pm t_{0/25,4} \times \sigma(\hat{\rho}_2) \\ &= 0/806 \pm 0/278 \times 0/0096 \\ &= 0/806 \pm 0/00266 \\ 0/803 &\leq \rho_2 \leq 0/808 \end{aligned}$$

برای بدست آوردن فاصله اطمینان ۹۵٪ برای w داریم:

$$\begin{aligned} \hat{w} &= \frac{3/71 + 4/18 + 3/90 + 4/35 + 3/87}{5} = \frac{20/01}{5} = 4/002 \\ \sigma^2(\hat{w}) &= \frac{(3/71 - 4/002)^2 + (4/18 - 4/002)^2 + (3/90 - 4/002)^2}{20} \\ &\quad + \frac{(4/35 - 4/002)^2 + (3/87 - 4/002)^2}{20} = \\ &= \frac{0/085 - 0/0316 + 0/0104 + 0/0121 + 0/0174}{20} \\ &= \frac{0/2654}{20} = 0/01327 \Rightarrow \sigma(\hat{w}) = 0/0115 \end{aligned}$$

فاصله اطمینان ۹۵٪ برای w عبارتست از:

$$\hat{w} \pm t_{0/25,4} \sigma(\hat{w}) = 4/002 \pm 0/278 \times 0/0115 = 4/002 \pm 0/00320$$

لذا فاصله اطمینان ۹۵٪ برای w : $3/97 \leq w \leq 4/034$

تمرین: برای اینکه اثر مدت شبیه سازی T و همچنین تعداد دوباره سازی‌ها را بر فاصله اطمینان ببینند مثال مربوط به کنترل کننده‌های کیفی را در تغییر توانمان افزایش تعداد دوباره سازی‌ها و زمان‌های اجرا را اجرا کنید.

راهنمایی: می‌توانید زمان‌های اجرا را برای $T = 2, 4, 8, 12$ و دوباره سازی‌ها را $R = 2, 6, 10$ انجام دهید و نتیجه را تفسیر کنید.

مثال ۵-۶-۲: کنترل کننده‌های ۱ و ۲ در مثال قبل مدعی هستند که در صدهای اشتغال آن‌ها حداقل ۹۰٪ است. از طریق انجام آزمون فرض، ادعای آنان را بررسی کنید.

حل: برای بررسی این ادعا تصمیم به آزمون فرض صفر

$$H_0: \rho_1 \geq 90\% = \rho_0$$

و در مقابل آن

$$H_1: \rho_1 < 90\%$$

می‌گیریم این ادعا را در سطح اطمینان ۹۵٪ یا به عبارت دیگر $\alpha = 5\%$ و حجم نمونه‌ی $R = 5$ بررسی می‌کنیم.

میانگین نمونه و انحراف معیار به ترتیب عبارتست از:

$$\hat{\rho}_1 = 0.796 \quad \sigma(\hat{\rho}_1) = \frac{S^z}{n} \Rightarrow S^z = n\sigma^z(\hat{\rho}_1)$$

$$S^z = 5 \times 0.116 = 0.58 \Rightarrow S = 0.240$$

و چون مقدار بحرانی با آزمون یکطرفه $-t_{0.05,4} = -2.13$ با فرض $T = 2$ ساعت و $R = 5$ ، آماره t را به صورت زیر حساب می‌کنیم.

$$t = \frac{\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_0}{S/\sqrt{R}} = \frac{0.796 - 0.90}{0.240/\sqrt{5}}$$

$$= \frac{-0.104}{0.240/\sqrt{2/236}} = \frac{-0.104}{0.107} = -0.971$$

چون $t = -0.971 \notin t_{-0.05,4} = -2.13$ لذا فرض H_0 رد نمی‌شود.

۷-۵ تجزیه و تحلیل خروجی‌های شبیه‌سازی در حالت پایا

همان طور که قبلاً اشاره شد؛ نحوه‌ی تجزیه و تحلیل خروجی‌های مدل‌های شبیه‌سازی در حالت پایا متفاوت از حالت مقطعی است. اگر $y_1, y_2, \dots$ خروجی‌های حاصل از اجرای یک مدل شبیه سازی در حالت پایا برای یک ویژگی سیستم باشد؛ این دنباله یک سری زمانی خود همبسته ایجاد می‌کند که در صورت وجود حد زیر، مقدار θ برآورد مقدار کمی ویژگی مزبور خواهد بود:

$$\theta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

به دلیل بررسی و حالت پایا، مقدار θ مستقل از شرایط اولیه شروع مدل می‌باشد.

در وضعیت پایداری، شبیه‌ساز ناگزیر است به وسیله n خروجی‌های مدل یا مدت شبیه‌سازی T اجرای مدل را قطع کند. قبلاً اشاره شد که چگونه از سری خروجی‌های همبسته چگونه به یک رشته از خروجی‌ها یا نمونه‌های تصادفی می‌توان دست یافت. این کار مستلزم دوباره سازی مدل است. در دوباره سازی‌ها الزاماً n و T یکسان نیستند. به عنوان نمونه شبیه‌سازی تا ۵۰۰۰ مشتری، زمان T را معلوم خواهد کرد و شبیه‌سازی به مدت $T = 48000$ واحد زمانی تعیین کننده n (تعداد خروجی‌ها) خواهد بود.

برای کاهش ارببی مربوط به شرایط اولیه در مدل‌های پایدار روش‌های زیر پیشنهاد شده است:

۱- گردآوری مکفی از داده‌ها و استفاده از نظر کارشناسان خبره به گونه‌ای که شبیه‌ساز مجبور نباشد سیستم را با وضعیت خالی شروع کند. به عنوان نمونه در مثال از افسر فنی می‌توان پرسید که معمولاً چند خودرو در صف برای بازدید فنی به انتظار می‌ایستند یا در مثال کارخانه از کنترل کننده‌های کیفیت می‌توان راجع به تعداد محصولات در صف سوال کرد.

شیوه کار عبارتست از ایجاد ۱۵ گروه ۱، ۲، ...، ۱۵ و دوباره سازی ده مرتبه برای هر دوره زمانی است. به عبارت دیگر مثلاً گروه اول که مدت اجرایی (۰، ۱۰۰۰) را در بر می‌گیرد ده مرتبه شبیه‌سازی می‌شود سپس گروه دوم (۱۰۰۰، ۲۰۰۰) ده مرتبه شبیه‌سازی و نهایتاً گروه پانزدهم در بازه زمانی (۱۴۰۰۰، ۱۵۰۰۰) ده مرتبه اجرا می‌گردد.

میانگین هر گروه به عنوان نمونه تصادفی آن دوره محاسبه می‌گردد اگر $\bar{Y}$ نشان دهنده شماره گروه باشد؛ تعریف می‌کنیم.

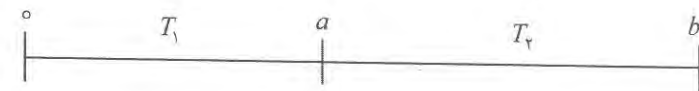
$$\bar{Y}_j = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} Y_{rj} \quad j=1, \dots, 15$$

جدول زیر حاصل اجرای مدل سیستم یک صف یک سرویس دهنده با شروع با شرایط اولیه خالی است.

جدول ۵-۶ میانگین گروه‌ها برای سیستم یک صف یک سرویس دهنده با شروع خالی

| گروه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
|------|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|-------|
| ۱ | ۳/۸۰ | ۵/۸۰ | ۶/۴۰ | ۶/۵۶ | ۵/۰۵ | ۱/۴۲ | ۲/۱۰ | ۴/۲۴ | ۴/۷۴ | ۲/۷۰ |
| ۲ | ۲/۵۲ | ۵/۳۰ | ۶/۸۷ | ۲/۲۱ | ۲/۹۰ | ۱۲/۲۰ | ۳/۵۱ | ۶/۴۲ | ۱۰/۳۱ | ۶/۲۲ |
| ۳ | ۵/۶۱ | ۲۰/۱۳ | ۶/۶۹ | ۹/۵۹ | ۵/۶۱ | ۱۱/۶۳ | ۱۷/۵۵ | ۸/۴۳ | ۷/۳۶ | ۱/۶۶ |
| ۴ | ۲/۹۶ | ۲۱/۶۱ | ۱۷/۲۵ | ۹/۹۶ | ۱/۷۷ | ۷/۵۲ | ۲۸/۳۴ | ۵/۷۱ | ۱۱/۴۶ | ۲/۱۹ |
| ۵ | ۵/۰۹ | ۱۶/۵۸ | ۸/۵۳ | ۶/۷۵ | ۴/۸۵ | ۹/۲۱ | ۱۸/۱۲ | ۹/۷۳ | ۱۰/۱۳ | ۱۲/۷۹ |
| ۶ | ۲/۲۶ | ۲۰/۹۴ | ۸/۱۵ | ۱۴/۵۸ | ۴/۱۸ | ۱۰/۰۶ | ۲۴/۷۰ | ۳/۱۹ | ۱/۵۳ | ۲/۲۶ |
| ۷ | ۴/۵۰ | ۲۵/۴۹ | ۲۱/۹۲ | ۵/۹۱ | ۶/۷۳ | ۳/۹۷ | ۱۳/۱۵ | ۷/۳۳ | ۱۶/۳۰ | ۱۰/۵۴ |
| ۸ | ۳/۲۶ | ۱۵/۲۸ | ۱۸/۴۵ | ۱۳/۷۷ | ۴/۳۰ | ۱۰/۸۹ | ۲۵/۸۸ | ۵/۴۶ | ۱۱/۵۲ | ۲۲/۶۹ |
| ۹ | ۲/۲۸ | ۲۹/۴۹ | ۱۷/۱۹ | ۱۴/۸۵ | ۵/۷۱ | ۱/۴۸ | ۳/۵۹ | ۲/۳۹ | ۶/۶۰ | ۱۰/۵۴ |
| ۱۰ | ۵/۱۶ | ۲۶/۴۰ | ۱۷/۷۳ | ۳/۸۸ | ۴/۹۹ | ۱۱/۹۱ | ۱۸/۴۳ | ۱/۷۱ | ۱/۱۹ | ۲۳/۳۳ |
| ۱۱ | ۵/۶۶ | ۷/۰۰ | ۶/۱۴ | ۱۳/۲۵ | ۶/۰۹ | ۶/۳۰ | ۲۰/۰۰ | ۶/۳۳ | ۱۱/۳۶ | ۲۰/۰۷ |
| ۱۲ | ۱/۷۶ | ۲۸/۰۶ | ۹/۵۹ | ۱۱/۲۴ | ۵/۰۲ | ۴/۲۰ | ۲۹/۴۷ | ۷/۱۱ | ۶/۲۲ | ۲۴/۷۷ |
| ۱۳ | ۶/۸۸ | ۱۶/۲۷ | ۱۵/۸۴ | ۱۷/۰۳ | ۶/۷۹ | ۱۲/۴۶ | ۲۰/۵۴ | ۸/۲۷ | ۹/۵۸ | ۲۵/۳۱ |
| ۱۴ | ۴/۰۳ | ۱۸/۳۵ | ۶/۲۱ | ۱۰/۸۷ | ۴/۹۴ | ۱۱/۷۶ | ۲۹/۴۰ | ۴/۰۴ | ۹/۰۹ | ۱/۳۰ |
| ۱۵ | ۴/۳۳ | ۱۷/۱۱ | ۱۳/۶۷ | ۱۷/۳۳ | ۱/۳۳ | ۱۳/۲۰ | ۲۵/۱۹ | ۲/۸۸ | ۶/۸۶ | ۱۳/۹۸ |

۲- ابتدا مدل را برای به‌دست آوردن تعاریف متغیرهای مدل اجرا کنید و پس از آن دوره دوم زمانی را برای اجرای اصلی با شروع از مقادیر به‌دست آمده از اجرای اول برای محاسبه و برآورد اهداف مدل استفاده نمایید. به عبارت دیگر مدل را به مدت T_1 واحد زمانی اجرا و مقادیر متغیرها را در انتهای دوره T_1 ثبت کنید. سپس مدل را به مدت T_2 واحد زمانی اجرا و اهداف را محاسبه نمایید در حالی که مقادیر شروع مدل در انتهای زمان T_1 جایگذاری شده است.



شکل ۵-۳

T_1 : اخذ مقادیر متغیرهای لازم مدل و تحویل آن به مدل اساسی در لحظه a

T_2 : اجرای مدل اساسی با اخذ مقادیر اولیه در لحظه a از مدل و اجرای تا لحظه b با ارایه خروجی‌های مدل

انتخاب مقدار T_1 مهم است اما اگر اطمینان حاصل کنید خروجی‌ها به پایداری رسیده‌اند کافی به نظر می‌رسد.

۳- T را آن قدر زیاد بگیرید که اثرات ناشی از خالی فرض کردن سیستم از بین برود. یک راه مفید استفاده از دوباره سازی ها و حذف چندین خروجی اولیه و نمونه های تصادفی و بررسی تعادل خروجی‌هاست. برای اینکه این مطلب را نشان دهیم یک مثال کامل در ادامه ارایه می‌کنیم.

این مثال مربوط به سیستم ساده یک صف یک سرویس دهنده و هدف محاسبه طول صف در حالت پایداری است.

مدت شبیه سازی را ۱۵۰۰۰ دقیقه اختیار کرده‌ایم ولی برای اینکه اثرات هر دوره زمانی معلوم شود آن را در بازه های زمانی به طول ۱۰۰۰ به اندازه ۱۵ مرتبه به اجرا رسانیده‌ام

مثلاً در گروه اول دوباره سازی اول عدد $\hat{Y}_{11} = 3/80$ را می‌بینیم یعنی در نخستین اجرای مدل به مدت ۱۰۰۰ واحد زمانی متوسط طول صف $3/80$ بوده است به همین ترتیب دوباره سازی همین مدل در همین بازه زمانی میانگین $5/80$ شده است.

جدول ۵-۷ میانگین گروه‌ها و میانگین‌های تجمعی به ازای ۱۰ بار دوباره سازی مدل

| مدت شبیه‌سازی | گروه | میانگین | بدون حذف | با یک حذف | با دو حذف |
|---------------|------|---------|----------|-----------|-----------|
| ۱۰۰۰ | ۱ | ۴/۲۸ | ۴/۲۸ | | |
| ۲۰۰۰ | ۲ | ۵/۸۵ | ۵/۰۶ | ۵/۸۵ | |
| ۳۰۰۰ | ۳ | ۹/۴۳ | ۶/۵۲ | ۷/۶۴ | ۹/۴۳ |
| ۴۰۰۰ | ۴ | ۱۰/۶۸ | ۷/۵۶ | ۸/۶۵ | ۱۰/۰۵ |
| ۵۰۰۰ | ۵ | ۱۰/۱۸ | ۸/۰۸ | ۹/۰۳ | ۱۰/۰۹ |
| ۶۰۰۰ | ۶ | ۹/۰۸ | ۹/۹۸ | ۹/۰۴ | ۹/۸۴ |
| ۷۰۰۰ | ۷ | ۱۱/۵۸ | ۸/۷۳ | ۱۰/۳۳ | ۱۰/۱۹ |
| ۸۰۰۰ | ۸ | ۱۳/۱۵ | ۹/۲۸ | ۹/۹۹ | ۱۰/۶۸ |
| ۹۰۰۰ | ۹ | ۹/۴۱ | ۹/۲۹ | ۹/۹۲ | ۱۰/۵۰ |
| ۱۰۰۰۰ | ۱۰ | ۱۱/۴۷ | ۹/۵۱ | ۱۰/۰۹ | ۱۰/۶۲ |
| ۱۱۰۰۰ | ۱۱ | ۱۰/۲۲ | ۹/۵۸ | ۱۰/۱۱ | ۱۰/۵۸ |
| ۱۲۰۰۰ | ۱۲ | ۱۲/۷۴ | ۹/۸۴ | ۱۰/۳۴ | ۱۰/۷۹ |
| ۱۳۰۰۰ | ۱۳ | ۱۳/۹۰ | ۱۰/۱۵ | ۱۰/۶۴ | ۱۱/۰۸ |
| ۱۴۰۰۰ | ۱۴ | ۱۰/۰۰ | ۱۰/۱۴ | ۱۰/۵۹ | ۱۰/۹۹ |
| ۱۵۰۰۰ | ۱۵ | ۱۱/۵۹ | ۱۰/۲۴ | ۱۰/۶۶ | ۱۱/۰۳ |

عدد $\hat{Y}_1 = 4/28$ میانگین ده اجرای متفاوت برای گروه اول با مدت شبیه‌سازی ۱۰۰۰ دقیقه‌ای است یعنی

$$\frac{3/80 + 5/80 + 6/40 + 6/56 + 5/05 + 1/42 + 2/10 + 4/24 + 4/74 + 2/70}{10} = 4/28$$

اولین نمونه تصادفی ۱۵ تایی، همین میانگین گروه‌هایی است که از خروجی‌های همبسته بدست آوردیم:

۹/۴۱-۱۳/۱۵-۱۱/۵۸-۹/۰۸-۱۰/۱۸-۱۰/۶۸-۹/۴۳-۵/۸۵-۴/۲۸-۱۱/۵۹-۱۰/۰۰-۱۳/۹۰-۱۱/۴۷-۱۰/۲۲-۱۲/۷۴

میانگین تجمعی، بدون حذف (یعنی همان ۱۵ مورد فوق) یعنی با حذف یک دوره اولیه ۱۰۰۰ دقیقه از مدل و با دو حذف یعنی حذف‌های زمان‌های شبیه‌سازی ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ دقیقه ای در جدول فوق آمده است.

شکل ۵-۴ نحوه تغییرات نمونه‌های تصادفی یا همان میانگین‌های دوره‌ها را نشان می‌دهد.

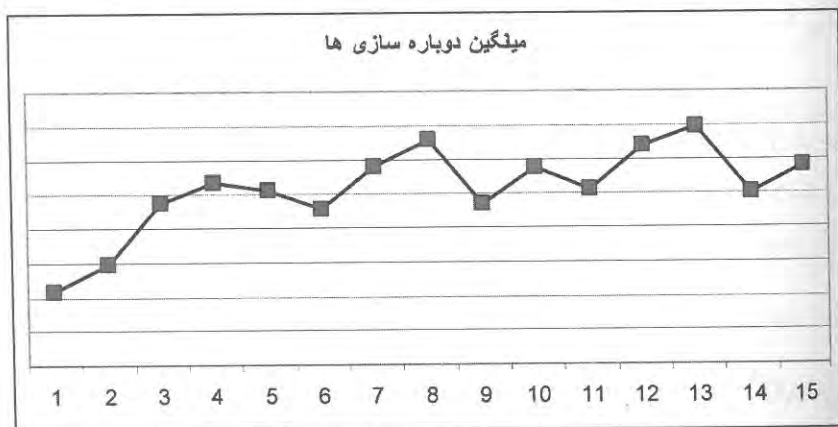
شکل ۵-۵ منحنی‌های نمونه‌های تصادفی که میانگین تجمعی بدون حذف، با یک حذف و با دو حذف را نشان می‌دهد این واقعیت را آشکار می‌سازد که همگرایی به یک نقطه مشخص که آن را θ می‌نامیم؛ وجود دارد.

برای برآورد θ می‌نویسیم:

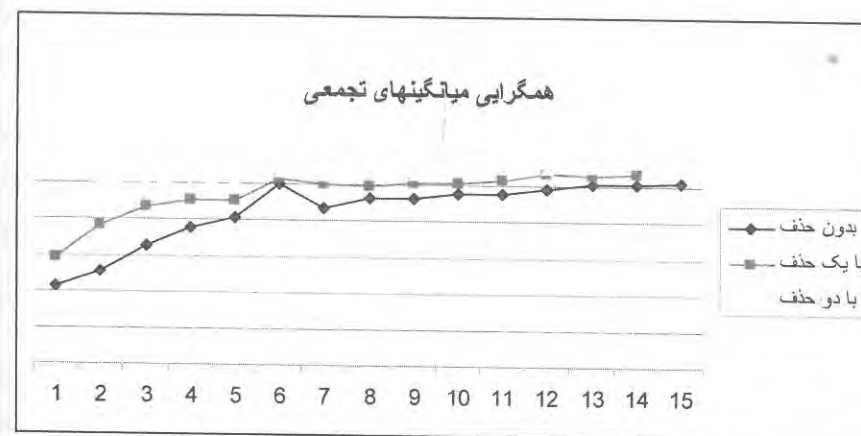
$$\bar{Y}(n, d) = \frac{1}{n-d} \sum_{j=d+1}^n \bar{Y}_j$$

که در آن d تعداد مشاهده‌های حذف شده است (در مثال قبلی $d = 1/2$ بوده است) و n تعداد مشاهده‌های دو مثال فوق:

$$\bar{Y}(15, 0) = 10/24 \quad \bar{Y}(15, 1) = 10/66 \quad \bar{Y}(15, 2) = 11/03$$



شکل ۵-۴ میانگین حاصل از دوباره سازی مدل (بدون حذف)



شکل ۵-۵ همگرایی میانگین‌های تجمعی

این‌ها برآوردهایی از θ هستند، همچنانکه می‌بینید حذف بیشتر مشاهده‌ها سبب افزایش برآورد کننده شده است.

از شکل (۵-۵) نتیجه می‌شود که به ازای $n = 5, \dots, 11$ و $d = 0, 1, 2$ ، مقادیر $\bar{Y}(n, d)$ روند افزایش به خود گرفته است که این نشانه‌ای از وجود ارببی قابل توجه در شرایط اولیه است اما حذف دو نمونه سبب حذف قسمت بیشتری از ارببی شده است. اینکه چند مشاهده باید برای از بین بردن ارببی حذف شود (مقدار d) هنوز کاملاً مشخص نیست ولی همگرایی بیشتر در میانگین‌های تجمعی علامت خوبی است و ضمناً باید توجه داشت که در صورت همبستگی بیشتر بین ویژگی‌های مدل، بایستی برای از بین بردن آن‌ها، مدت شبیه‌سازی را طولانی‌تر انتخاب کرد.

یک فاصله اطمینان $(1-\alpha)\%$ برای پارامتر θ با توزیع احتمال t با $f = R-1$ درجه آزادی به صورت زیر داده می‌شود:

$$\bar{Y} - \frac{t_{\alpha/2, R-1} \cdot s}{\sqrt{R}} \leq \theta \leq \bar{Y} + \frac{t_{\alpha/2, R-1} \cdot s}{\sqrt{R}}$$

اعتبار این رابطه به تقریباً صفر بودن ارببی $\bar{Y}$ است ضمناً خطای معیار میانگین $\bar{Y}$ در این وضعیت $\frac{s}{\sqrt{R}}$ می‌باشد.

$$S^2 = \frac{\sum (\bar{y}_r - \bar{y})^2}{R-1}$$

در حالت پایداری، جدول زیر الگوی کارکردی برای به‌دست آوردن نمونه‌های تصادفی است.

جدول ۵-۸ نحوه جمع بندی اطلاعات و خروجی‌های اجرای مدل شبیه‌سازی

| دوباره سازی‌ها | گروه‌ها | | | | | | میانگین دوباره سازی‌ها |
|----------------|-------------|-------------|-----|-------------|-----------------|-----|------------------------|
| | ۱ | ۲ | ... | d | d+1 | ... | n |
| ۱ | $y_{1,1}$ | $y_{1,2}$ | ... | $y_{1,d}$ | $y_{1,d+1}$ | ... | $y_{1,n}$ |
| ۲ | $y_{2,1}$ | $y_{2,2}$ | ... | $y_{2,d}$ | $y_{2,d+1}$ | ... | $y_{2,n}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| R | $y_{R,1}$ | $y_{R,2}$ | ... | $y_{R,d}$ | $y_{R,d+1}$ | ... | $y_{R,n}$ |
| | $\bar{y}_1$ | $\bar{y}_2$ | ... | $\bar{y}_d$ | $\bar{y}_{d+1}$ | ... | $\bar{y}_n$ |

با این جمع بندی $\bar{y}_{1,n}, \dots, \bar{y}_{R,n}$ یک نمونه تصادفی هم توزیع مستقل است و میانگین آن یعنی $\theta_{n,d}$ مجهول می‌باشد ولی

$$\theta_{n,d} = E[\bar{Y}_{n,d}]$$

که در آن $E[0]$ امید ریاضی را نشان می‌دهد.

چنانکه d, n بزرگ باشند. $\bar{Y}(n, d)$ برآورد کننده تقریباً نا ارب از $\theta = \theta_{n,d}$ خواهد بود.

مثال ۵-۷-۱: برای سیستم یک صف یک سرویس دهنده یک فاصله اطمینان $\alpha = 0.05$ تشکیل دهید.

حل: بر اساس الگوی جمع بندی اطلاعات داریم.

ستون $\bar{y}_1(15,0)$ میانگین خروجی‌های مدل در اجرای اول در ۱۵ گروه است.

$$\bar{y}_1(15,0) = 4.01$$

جدول ۵-۹

| | $Y(15,0)$ | $Y(15,1)$ | $Y(15,2)$ |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|
| ۱ | ۴/۰۱ | ۴/۰۲ | ۴/۱۴ |
| ۲ | ۱۸/۲۵ | ۱۹/۱۴ | ۲۰/۲۱ |
| ۳ | ۱۲/۰۴ | ۱۲/۴۴ | ۱۲/۸۷ |
| ۴ | ۱۰/۳۹ | ۱۰/۶۶ | ۱۱/۳۱ |
| ۵ | ۴/۶۲ | ۴/۵۹ | ۴/۷۲ |
| ۶ | ۸/۵۵ | ۹/۰۶ | ۸/۸۱ |
| ۷ | ۱۸/۶۶ | ۱۹/۸۵ | ۲۱/۱ |
| ۸ | ۵/۵۵ | ۵/۶۵ | ۵/۵۹ |
| ۹ | ۸/۲۸ | ۸/۵۳ | ۸/۴ |
| ۱۰ | ۱۲/۰۲ | ۱۲/۶۹ | ۱۳/۱۹ |
| avr | ۱۰/۲۳۷ | ۱۰/۶۶۳ | ۱۱/۰۳۴ |
| S^2 | ۲۶/۷۳۰۹۳ | ۳۰/۷۵۴۱۳ | ۳۵/۸۳۷۰۹ |
| S | ۵/۱۷۰۱۹۷ | ۵/۵۴۵۶۴۱ | ۵/۹۸۶۴۰۹ |
| $S / \sqrt{10}$ | ۱/۶۳۶۱۳۸ | ۱/۷۵۴۹۵ | ۱/۸۹۴۴۳۳ |

اجرای دوم دارای میانگین ۱۸/۲۵ و نهایتاً اجرای دهم مدل دارای میانگین ۱۲/۰۲ است. میانگین این میانگین‌ها یعنی میانگین این ده دوره اجرایی برابر ۱۰/۲۳۷ و واریانس آن‌ها $S^2 = ۲۶/۷۳$ و انحراف از معیار آن‌ها برابر ۵/۱۷ است. خطای معیار میانگین برای این ده دوره اجرای بدون حذف برابر ۱/۶۳۶ می‌باشد.

برای نمونه به این محاسبات دقت کنید:

$$\frac{۳/۸۰ + ۲/۵۲ + ۵/۶۱ + ۲/۹۶ + ۵/۰۹ + ۲/۲۶ + ۴/۵۰ + ۳/۲۶}{۱۵} + \frac{۲/۲۸ + ۵/۱۶ + ۵/۶۶ + ۱/۷۶ + ۶/۸۸ + ۴/۰۳ + ۴/۳۳}{۱۵} = ۴/۰۱$$

$$\frac{۵/۸۰ + ۵/۳۰ + ۲۰/۱۳ + ۲۱/۶۱ + ۱۶/۵۸ + ۲۰/۹۴ + ۲۵/۴۹ + ۱۵/۲۸}{۱۵} + \frac{۲۹/۴۹ + ۲۶/۴۰ + ۷ + ۲۸/۰۶ + ۱۶/۲۷ + ۱۸/۳۵ + ۱۷/۱۱}{۱۵} = ۱۸/۲۵$$

ستون مربوط به $Y(15,1)$ و $Y(15,2)$ دارای عملیات مشابه است با این تفاوت که اولین و دومین مشاهده از مشاهدات حذف شده‌می‌باشد؛ مثلاً:

$$\frac{۲/۵۲ + ۵/۶۱ + ۲/۹۶ + ۵/۰۵ + ۲/۲۶ + ۴/۵۰ + ۳/۲۶}{۱۴} + \frac{۲/۲۸ + ۵/۱۶ + ۵/۶۶ + ۱/۷۶ + ۶/۸۸ + ۴/۰۳ + ۴/۳۳}{۱۴} = ۴/۰۲$$

اکنون فاصله اطمینان با $\alpha = ۰/۰۵$ برای طول صف عبارتست از:

$$۱۱/۰۳۴ - ۲/۲۶ \times ۱/۸۹۴ \leq \theta \leq ۱۱/۰۳۴ + ۲/۲۶ \times ۱/۸۹۴$$

$$۱۱/۰۳۴ - ۴/۲۸۰ \leq \theta \leq ۱۱/۰۳۴ + ۴/۲۸۰$$

$$۶/۷۵ \leq \theta \leq ۱۵/۳۱$$

در مورد اعتبار بازه فوق با توجه به اینکه هیچ گونه بررسی در مورد فرض ناریب بودن برآورد کننده‌ی نقطه‌ای صورت نگرفته است (این ایراد روش است) باید با احتیاط برخورد کرد.

۵-۸ استفاده از شبیه‌سازی برای مقایسه دو طرح مختلف از یک سیستم

یکی از کاربردهای مهم شبیه‌سازی مقایسه چندین طرح از یک سیستم است. معمولاً برای نحوه‌ی کارکرد یا راه اندازی بخشی یا چیدمان ابزار آلات، روش‌های متفاوتی وجود دارد که برای انتخاب یکی از آنها نیازمند مقایسه آنها هستیم. از آنجای که عملاً نمی‌توانیم همه طرح‌ها را اجرا و نتایج حاصل از آن‌ها را مشاهده کنیم شبیه سازی ابزار بسیار مناسبی برای مقایسه و سنجش معیارهای عملکردی از آنهاست. به عنوان مثال فرض کنید برای تولید یک نوع کالای خاص چندین روش تولید وجود دارد که کارگروه‌های فنی آن‌ها را به سرمایه گذار پیشنهاد می‌کنند و سرمایه گذار در انتخاب طرحی که برای اجرا باید آن را عملیاتی کند؛ دچار تردید می‌شود از این رو او قصد شبیه‌سازی طرح‌ها و مقایسه ملاک‌های عملکردی را پیدا می‌کند.

به عنوان مثال‌های دیگر می‌توان گفت که: از بین دو روش انبار داری کدام یک باید عملیاتی شود؟ از بیان روش‌های سفارش کالا کدام یک را باید در عمل به کار بگیریم؟ کدام نحوه‌ی

چیدمان ماشین آلات تولیدی متوسط زمان ماندگاری کالای تولیدی را در محیط تولید کمتر می‌کند؟

در این بخش قصد داریم تا یک شکل ساده مقایسه دو طرح را از یک سیستم واحد مورد بررسی قرار دهیم.

۵-۸-۱- مقایسه دو طرح از یک سیستم

برای مقایسه دو طرح از یک سیستم از ۲ روش آماری استفاده می‌شود که عبارتند از:

۱- روش ثبتي به روش نمونه‌گیری مستقل

۲- روش مبتني بر روش نمونه‌گیری همبسته (روش اعداد تصادفی مشترک)

در مقایسه دو طرح از یک سیستم واحد، معمولاً به دنبال یافتن دامنه تغییرات میانگین تفاوت‌های معیارهای عملکردی هستیم. به عبارت دیگر اگر θ_1 و θ_2 به ترتیب معیار عملکردی طرح اول دوم باشد؛ هدف یافتن دامنه تغییرات $\theta_1 - \theta_2$ خواهد بود.

تجربه نشان داده است که اگر روش اعداد تصادفی مشترک به درستی به کار گرفته شود واریانس $\theta_1 - \theta_2$ کاهش می‌یابد و برآوردهای این روش نسبت به روش مبتنی بر نمونه‌گیری مستقل دقیق‌تر است.

مثال ۵-۸-۱: نیروی هوایی برای داوطلبان ورود به دوره خلبانی بعد از انجام آزمون‌های علمی، از پذیرفته شدگان آزمون آزمایش پزشکی نیز به عمل می‌آورد. این آزمایش‌ها توسط ۳ پزشک معتمد در درمانگاه پایگاه انجام می‌گیرد که عبارتند از:

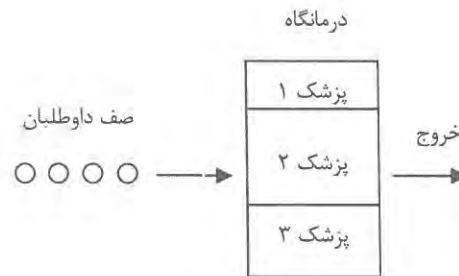
۱- تایید سلامتی قلبی با اخذ نوار قلب (فرم ۱)

۲- آزمایش قند خون و فشار خون داوطلب (فرم ۲)

۳- اخذ نوار مغزی (فرم ۳)

اطلاعات اخذ شده در فرم‌های مربوطه درج می‌شود. دو طرح برای انجام آزمایش‌ها مطرح است.

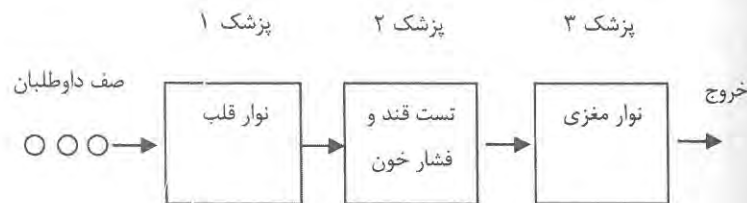
در طرح اول، پزشکان به صورت موازی فعالیت دارند و هر سه فرم توسط یک پزشک تکمیل می‌شود.



شکل ۵-۶ طرح اول برای انجام آزمایش‌ها

داوطلبان با تشکیل یک صف، به محض حصول وقت برای انجام آزمایش به پزشک بیکار مراجعه و هر سه فرم توسط او تکمیل می‌شود و سپس داوطلب از درمانگاه (سیستم) خارج می‌گردد.

در طرح دوم قرار است پزشکان به صورت سری آزمایش‌های پزشکی را آن هم هر کدام یک آزمایش را انجام دهند. پزشک اول انجام نوار قلب و تکمیل فرم اول سپس پزشک دوم انجام آزمایش تست قند و فشار خون و تکمیل فرم دوم و بالاخره پزشک سوم انجام نوار مغزی و تکمیل فرم سوم.



شکل ۵-۷ طرح دوم برای انجام آزمایش‌ها

توزیع ورود داوطلب پواسون و آهنگ ۹ نفر در ساعت و انجام معاینات و آزمایش‌های پزشکی نرمال با میانگین‌های ۶، ۳، ۸ دقیقه و با انحراف معیار ۰/۷، ۰/۳ و ۰/۵ است. هدف از بررسی موضوع مقایسه دو طرح بر اساس میانگین‌های مدت انجام آزمایش‌های پزشکی می‌باشد. به

عبارت دیگر می‌خواهیم بدانیم به طور میانگین در کدام طرح داوطلب مدت کمتری در درمانگاه برای تکمیل آزمایش‌های خود صرف می‌کند.

در مقایسه دو سیستم، شبیه‌ساز باید دو موضوع را در طرح آزمایش خود داشته باشد:

الف) مدت اجرای هر مدل T_i

ب) تعداد دوباره سازی‌ها R_i ($i = 1, 2$)

اگر θ_i میانگین معیار عملکرد مدل i در r امین دوباره سازی باشد؛ آن را با y_{ri} نشان می‌دهیم.

به عنوان نمونه اگر مدل دوم را در اجرای سوم (بازسازی سوم) آزمایش کنیم و میانگین معیار عملکرد آن را به دست آوریم. (θ_2) آن را با y_{32} نشان می‌دهیم.

جدول زیر ارتباط و نمادهای دو طرح را با هم نشان می‌دهد:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{R_i} \sum_{r=1}^{R_i} y_{ri}, \quad i = 1, 2$$

جدول ۵-۱۰ خلاصه خروجی‌های مربوط به مقایسه دو سیستم

| مدل | دوباره سازی | | | | میانگین نمونه | واریانس نمونه |
|-----|-------------|-----------|------|-------------|---------------|---------------|
| | ۱ | ۲ | | R_i | | |
| ۱ | $y_{1,1}$ | $y_{2,1}$ | ... | $y_{R_1,1}$ | $\bar{y}_1$ | S_1^2 |
| ۲ | $y_{1,2}$ | $y_{2,2}$ | ... | $y_{R_2,2}$ | $\bar{y}_2$ | S_2^2 |

در این جدول $\bar{y}_i$ میانگین R_i بار خروجی مدل i ام است و S_i^2 واریانس خروجی‌هاست. با فرض ناریبی برآورد کننده‌ها می‌نویسیم:

$$\theta_1 = E(y_{r1}), \quad r = 1, \dots, R_1$$

$$\theta_2 = E(y_{r2}), \quad r = 1, \dots, R_2$$

در این مرحله اقدام به یافتن فاصله‌ی اطمینان برای $\theta_1 - \theta_2$ خواهیم بود. با یافتن این فاصله اطمینان می‌توانیم به دو سوال مهم در مقایسه دو طرح از سیستم واحد جواب دهیم:

سوال اول: اختلاف میانگین برای معیارهای عملکردی چه قدر است؟

سوال دوم: آیا دو طرح مطرح شده اختلاف اساسی دارند به گونه‌ای که انتخاب طرح برتر بسیار مهم به نظر می‌رسد؟

فاصله اطمینان دو طرف با $(1-\alpha)\%$ برای $\theta_1 - \theta_2$ به صورت زیر داده می‌شود:

$$(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \pm t_{\alpha/2, n} \cdot e(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \quad (3-5)$$

در این رابطه $e(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)$ خطای معیار برآورد کننده است که بر اساس نوع فرضی که درباره طرح و نمونه گیری می‌شود؛ تعیین می‌گردد.

در ادامه به انواع روش‌ها و فرضیات در این مورد خواهیم پرداخت اما بعد از تعیین فاصله‌ی اطمینان سه حالت برای پاسخ به دو سوال قبلی تشخیص داده می‌شود:

۱- در صورتی که فاصله اطمینان مربوط به $\theta_1 - \theta_2$ زیر مجموعه R^- باشد یعنی تماماً در سمت چپ صفر قرار گیرد دلیل کافی خواهیم داشت که ادعا کنیم $\theta_1 - \theta_2 < 0$ یا $\theta_1 < \theta_2$ یعنی میانگین انجام معاینات در طرح اول کمتر از میانگین انجام معاینات در طرح دوم است.

۲- در صورتی که فاصله‌ی اطمینان تعیین شده برای $\theta_1 - \theta_2$ زیر مجموعه R^+ باشد؛ یعنی این بازه تماماً در سمت راست صفر قرار گیرد دلیل کافی داریم که ادعا کنیم $\theta_1 - \theta_2 > 0$ یا $\theta_1 > \theta_2$ به عبارت دیگر میانگین مدت معاینات در طرح اول بیشتر از میانگین معاینات در طرح دوم است؛ یعنی داوطلبان زمان بیشتری را به طور میانگین برای انجام معاینات در طرح اول از دست می‌دهند تا طرح دوم.

۳- اگر بازه اطمینان تعیین شده برای $\theta_1 - \theta_2$ شامل صفر باشد در این صورت با اطمینان نمی‌توان راجع به $\theta_1 > \theta_2$ یا $\theta_1 < \theta_2$ رای داد. پیشنهاد می‌شود داده‌های بیشتر جمع آوری گردد و تعداد دوباره سازی‌ها بیشتر شود تا وضعیت ۱ یا ۲ اتفاق بیفتد یعنی فاصله اطمینان به قدری کوچک شود که بازه مربوط زیر مجموعه ای از R^+ یا R^- گردد.

سه روش زیر بر اساس نوع مفروضات در تعیین فاصله‌ی اطمینان مربوط به $\theta_1 - \theta_2$ کاربرد دارد: یادآوری می‌کنیم که بر اساس طرح پیشنهادی برای خروجی‌های شبیه‌سازی y_{ri} ($r=1, \dots, R_i, i=1, 2$) متغیرهای تصادفی مستقل هم توزیع هستند که میانگین θ_i و واریانس σ_i^2 دارند.

روش اول: نمونه‌گیری مستقل به شرط تساوی واریانس‌ها

روش دوم: نمونه‌گیری مستقل به شرط عدم تساوی واریانس‌ها

روش سوم: نمونه‌گیری همبسته یا روش اعداد تصادفی مشترک

این روش‌ها را به اختصار توضیح می‌دهیم.

روش اول: نمونه‌گیری مستقل به شرط تساوی واریانس‌ها

اگر بپذیریم که $\sigma_1^2 \approx \sigma_2^2$ (اگر اطمینان ندارید از آزمون F استفاده کنید تا مطمئن شوید) در این صورت برآورد کننده‌ی نقطه‌ای میانگین تفاوت عملکرد عبارتست از:

$$\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2 = \bar{y}_1 - \bar{y}_2$$

که در آن

$$\bar{y}_i = \frac{1}{R_i} \sum_{r=1}^{R_i} y_{ri}, \quad i=1, 2$$

و واریانس نمونه i عبارتست از:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{R_i - 1} \sum_{r=1}^{R_i} (y_{ri} - \bar{y}_i)^2$$

S_i^2 برای σ_i^2 برآورد کننده ناریب است و اگر قرارداد کنیم $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ و S^2 را برآورد کننده σ^2 باشد؛ داریم:

$$S^2 = \frac{(R_1 - 1)S_1^2 + (R_2 - 1)S_2^2}{R_1 + R_2 - 2}$$

و $v = R_1 + R_2 - 2$ درجه آزادی است و خطای معیار عبارتست از:

$$e(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) = S \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

و فاصله‌ی اطمینان بر اساس آزمون t با رابطه (۳-۵) داده می‌شود.

تذکر مهم: شبیه‌سازها گاهی R_1 را با R_2 برابر می‌گیرند در این صورت حتی اگر واریانس‌ها یکسان نباشند می‌توان از روابط گفته شده در روش اول استفاده کرد اما توجه داشته باشید که با این اطلاع که واریانس‌ها برابر نیستند و $R_1 \neq R_2$ فاصله اطمینان تعیین شده توسط (۳-۵) معتبر نخواهد بود.

روش دوم: نمونه‌گیری مستقل به شرط عدم تساوی واریانس‌ها

اگر تساوی واریانس‌ها فرض نشده باشد یا انجام آزمون F برابری واریانس‌ها را تایید نکند در این صورت (۳-۵) فاصله اطمینان $(1 - \alpha)\%$ برای $\theta_1 - \theta_2$ است به شرطی که

$$e(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) = \sqrt{\frac{S_1^2}{R_1} + \frac{S_2^2}{R_2}} \quad \text{خطای برآورد کننده}$$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{R_1} + \frac{S_2^2}{R_2} \right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{S_1^2}{R_1} \right)^2}{(R_1 + 1)} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{R_2} \right)^2}{(R_2 + 1)} \right]} - 2 \quad \text{درجه آزادی}$$

روش سوم: نمونه‌گیری همبسته یا اعداد تصادفی مشترک

ابتدا یادآوری می‌کنیم که شیوه درست استفاده از این روش، مبتنی بر نتایج یا روابط پیشنهادی این روش است به عبارت دیگر برای اینکه نتایج حاصل از این روش قابل اعتماد باشند باید روش اعداد تصادفی مشترک به درستی به کار گرفته شوند. منظور از اعداد تصادفی مشترک یعنی اینکه در استفاده از اعداد تصادفی باید همگام سازی کامل انجام شود مثلاً اگر مدت انجام آزمایش نوار قلب برای نفر چهاردهم در طرح اول ۴/۹ توسط مولد اعداد تصادفی ایجاد شده

است باید برای نفر چهاردهم شبیه‌سازی شده در طرح دوم نیز برای انجام آزمایش نوار قلب همین عدد استفاده شود به عنوان نمونه در سیستم‌های صنعتی این روش تاکید دارد که در هر دو طرح بازکاری، لحظات ورود به سیستم، مدت سرویس مشتریان یکسان است.

پس از این مقدمه کوتاه در روش نمونه‌گیری همبسته با توجه به توضیحات فوق بدیهی است که $R_1 = R_r = R$ ولی y_{r1} و y_{rr} که از دوباره سازی طرح‌ها در نوبت r ام بدست آمده‌اند مستقل نیستند بلکه همبستگی مثبت دارند. مثلاً در دوباره سازی اول برای اجرای طرح‌های اول و دوم از اعداد تصادفی یکسانی استفاده می‌کنیم. به این ترتیب y_{11} و y_{1r} همبستگی خواهند داشت. هدف روش این است که با ایجاد همبستگی نسبت بین y_{r1} و y_{rr} در r امین دوباره سازی واریانس برآورده کننده نقطه ای $\bar{y}_1 - \bar{y}_r$ را کاهش دهد یعنی دقت برآورد کننده را بالا می‌برد.

$$\text{var}(\bar{y}_1 - \bar{y}_r) = \text{Var}(\bar{y}_1) + \text{Var}(\bar{y}_r) - 2\text{cov}(\bar{y}_1, \bar{y}_r)$$

$$= \frac{\sigma_1^2}{R} + \frac{\sigma_r^2}{R} - \frac{2\rho_{1r}\sigma_1\sigma_r}{R}$$

که در آن ρ_{1r} ضریب همبستگی بین $\bar{y}_1$ و $\bar{y}_r$ است و داریم:

$$\rho_{1r} = \frac{\text{cov}(\bar{y}_{r1}, \bar{y}_{rr})}{\sigma_1\sigma_r}$$

برای اینکه (۳-۵) یک فاصله‌ی اطمینان $(1-\alpha)\%$ برای $\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_r$ در این روش باشد؛ اختیار می‌کنیم:

$$D_r = y_{r1} - y_{rr}$$

$$\bar{D} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R D_r$$

$$S_D^2 = \frac{1}{R-1} \sum_{r=1}^R (D_r - \bar{D})^2$$

و $v = R-1$ درجه آزادی است و $e(\bar{y}_1 - \bar{y}_r) = \frac{S_D}{\sqrt{R}}$ برای درک موضوع، مجدداً مثال درمانگاه نیروی هوایی را در نظر بگیرید. مدل‌ها ۱۲ بار دوباره سازی شده‌اند. میانگین به سر بری داوطلب در هر طرح در جدول زیر آمده است.

جدول ۵-۱۱

| | Tarh1 | Tarh2 | Tarh2 | Tarh2 | d1,m2 | d1,m3 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| iteration | | Met1 | Met2 | Met3 | | |
| ۱ | ۱۵/۶۱ | ۲۵/۶۲ | ۲۷/۱۳ | ۲۳/۱۷ | -۱۱/۵۲ | -۷/۵۶ |
| ۲ | ۲۸/۳۲ | ۲۴/۹ | ۲۴/۱۲ | ۳۲/۱ | ۴/۲ | -۳/۷۸ |
| ۳ | ۱۷/۵۷ | ۱۶/۴۳ | ۲۱/۱۶ | ۲۵/۱۹ | -۳/۵۹ | -۷/۶۲ |
| ۴ | ۲۴/۹۳ | ۲۰/۱۱ | ۱۸/۱ | ۱۶/۱۸ | ۶/۸۳ | ۸/۷۵ |
| ۵ | ۲۱/۱۴ | ۹۴۲۸ | ۲۹/۱۱ | ۲۴/۱۲ | -۷/۹۷ | -۲/۹۸ |
| ۶ | ۲۰/۵۲ | ۱۷/۹۸ | ۲۵/۲۱ | ۲۸/۲ | -۴/۶۹ | -۷/۶۸ |
| ۷ | ۱۹/۵۷ | ۱۴/۹ | ۱۹/۷۳ | ۴۳/۰۱ | -۰/۱۶ | -۲۳/۴۴ |
| ۸ | ۱۹/۳۴ | ۲۷/۳۶ | ۱۸/۴۱ | ۱۹/۴ | -۰/۹۳ | -۰/۰۶ |
| ۹ | ۱۴/۹۱ | ۲۱/۴۲ | ۱۹/۷۳ | ۲۵/۶ | -۴/۸۲ | -۱۰/۶۹ |
| ۱۰ | ۱۷/۸۵ | ۲۶/۲۱ | ۲۹/۴۵ | ۳۸/۱۴ | -۱۱/۶ | -۲۰/۲۹ |
| ۱۱ | ۱۶/۷۴ | ۱۹/۵۱ | ۲۱/۱ | ۲۰/۱۷ | -۴/۳۶ | -۳/۴۳ |
| ۱۲ | ۱۹/۱۴ | ۲۴/۱۴ | ۱۸/۱۷ | ۱۶/۲۱ | -۰/۹۷ | ۲/۹۳ |
| average | ۱۹/۶۳۶۶۷ | ۲۲/۲۹۳۳۳ | ۲۲/۶۱۸۳۳ | ۲۵/۹۵۷۵ | -۲/۹۸۱۶۷ | -۶/۳۲۰۸۳ |
| var | ۱۴/۶۵۵۳۲ | ۲۰/۶۷۱۱۵ | ۱۷/۹۲۴۵۸ | ۶۹/۱۷۵۷۱ | ۳۳/۳۹۵۸ | ۸۰/۹۳۱۲۴ |

ابتدا فرض می‌کنیم که واریانس‌ها برابر نیست و هدف بر آورد اختلاف میانگین بین طرح اول و دوم است. اعداد واقع در دو ستون tarh1 و tarh2 به ترتیب میانگین مدت انجام معاینات در طرح اول و دوم می‌باشد.

$$S_1^2 = ۱۹/۶۴, \quad S_r^2 = ۲۲/۲۹ \quad \text{لذا}$$

$$v = \frac{(1/۶۴ + 1/۸۶)^2}{0/۲۱ + 0/۲۷} - 2 \approx ۲۴ \quad \text{و درجه آزادی}$$

بنابراین فاصله‌ی اطمینان ۹۵٪ برای $\bar{y}_1 - \bar{y}_{1,m1} = ۱۹/۶۴ - ۲۲/۳ = -۲/۶۵$ عبارتست از:

$$-2/65 \pm 2/06 \times 1/87 = -2/65 \pm 3/85 = (-6/5, 1/2) \\ -6/5 < \theta_1 - \theta_2 < 1/2$$

این بازه شامل صفر است لذا نتیجه منطقی این می‌باشد که این دو طرح تفاوتی از حیث مدت متوسط زمان معاینات پزشکی ندارند.

در ستون met2 و tarh2 طرح دوم اعداد تصادفی بدون همگام سازی با طرح اول شبیه سازی شده است.

لذا برای برآورد فاصله‌ی اطمینان برای برآورد نقطه‌ایی

$$\bar{D}_{1,m2} = 19/64 - 21/62 = -2/98$$

داریم

$$S_{\bar{D}_{1,m2}}^2 = 17/93$$

$$v = 12 - 1 = 11, e(\bar{y}_1, \bar{y}_{1,m2}) = \frac{4/24}{\sqrt{12}} = 1/23$$

و داریم

$$-2/98 \pm 1/23 \times 2/20 = -2/98 \pm 2/71 = (-5/69, -0/27)$$

چون این بازه تماماً در سمت چپ عدد صفر است بنابراین

$$-5/692 < \theta_1 - \theta_2 < 0 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2$$

یعنی متوسط مدت زمان معاینات در روش اول کمتر از متوسط این مدت زمان در روش دوم است.

اما اعداد واقع در tarh2 و met3 میانگین مدت‌های معاینات با روش تولید اعداد تصادفی مشترک با همگام سازی است و داریم:

$$\bar{D} = 19/64 - 25/96 = -6/32$$

برآورد نقطه‌ایی

$$S_{\bar{D}_{1,m2}}^2 = 69/18$$

و

$$v = 12 - 1 = 11, e(\bar{y}_1, \bar{y}_{1,m2}) = \frac{8/32}{3/46} = 2/40$$

لذا فاصله‌ی اطمینان ۹۵٪ برای $\theta_1 - \theta_2$ عبارتست از:

$$-6/32 \pm 2/20 \times 2/40 = -6/32 \pm 5/28 = (-11/6, -1/04)$$

یعنی

$$-11/6 < \theta_1 - \theta_2 < -1/04$$

و چون این بازه کلاً در سمت چپ عدد صفر قرار دارد لذا $\theta_1 - \theta_2 < 0$ و $\theta_1 < \theta_2$ یعنی مدل اول به مدل دوم از حیث متوسط زمان خدمت دهی ترجیح داده می‌شود.

فصل ششم

راهنمای کار با آرنا از ابتدا تا انتها

فصل ششم

راهنمای کار با آرنا از ابتدا تا انتها

از آرنا می‌توان برای انجام شبیه‌سازی دستی و همچنین تکرارهای چندگانه و مدل‌های اصلاح شده با ورودی دو زمانه بهره گرفت. در این فصل شما را با نحوه‌ی شروع به کار آرنا، جستجوی مدل‌های موجود و اجرای آنها، و سپس ساختن شان از ابتدا، آشنا می‌کنیم. سپس در یک مطالعه موردی فقط با استفاده از این بلوک‌های پایه‌ای ساخته شده، این سوال مهم بررسی می‌شود که آیا بهتر است در پردازش زنجیره‌ای تخصص داشته باشیم یا اینکه پردازش موازی را تعمیم دهیم و تاثیر تغییرپذیری بر روی چنین تصمیم‌گیری چیست؟ همچنین می‌خواهیم رابط کاربری آرنا را بررسی کنیم تا در مورد روش‌های مختلف برای اجرای شبیه‌سازی و نشان دادن برخی از ترسیم‌ها و ابزارهای گرافیکی به شما کمک نماییم.

بخش ۱-۶ شروع به کار آرنا بر روی کامپیوترتان را به شما آموزش می‌دهد، در بخش ۲-۶ با نحوه باز کردن یکی از مدل‌های موجود و مشاهده جزئیات آن، آشنا می‌شوید. در بخش ۳-۶ با برخی دیگر از جزئیات مدل، مرور جعبه محاوره‌ای^۱ و انیمیشن^۲، اجرای مدل و نتایج آن آشنا خواهید شد؛ در بخش ۴-۶ شما چنین مدلی را از ابتدا می‌سازید. بخش ۵-۶ شامل مطالعه‌ی موردی که در بالا ذکر شد، می‌باشد. در بخش ۶-۶ به‌طور خلاصه بسیاری از بخش‌ها و توانایی‌های آرنا را مرور می‌کنیم که شامل آنچه در منوها و نوارهای ابزار^۳ در دسترس است و قابلیت رسم و چاپ می‌باشد. یک سیستم راهنمای گسترده و عمیق با تمام مستندات دقیق فنی در آرنا وجود دارد که موضوع بخش ۷-۶ است. گزینه‌های فراوانی برای اجرا و کنترل شبیه‌سازی‌ها وجود دارند که در بخش ۸-۶ مورد بحث قرار می‌گیرند.

1- Dialog boxes

2- Animation

3- Toolbars

با پایان این فصل دید خوبی در مورد اینکه آرنا چگونه کار می‌کند و ایده‌هایی از کارهایی که می‌توانید با آن انجام دهید؛ خواهید داشت. شما توانایی کار با آرنا را برای ساختن مدل‌های ساده و شاید پیاده‌سازی برخی از مدل‌های نه چندان ساده با جستجو در منوها و پنجره‌ها به کمک راهنما و سیستم‌های مستند سازی^۱ پیدا خواهید کرد. ممکن است بتوانید فقط با مطالعه این بخش توانایی‌های دیگری هم به‌دست آورید اما بهتر است که آرنا را بر روی کامپیوتر خود نیز اجرا کنید. اطلاعات بیشتری در مورد ساختن مدل‌های دلخواه به‌وسیله آرنا در فصل بعد مورد بحث قرار خواهد گرفت.

۱-۶ راه اندازی

آرنا یک نرم افزار سازگار با سیستم عامل ویندوز مایکروسافت است؛ بنابراین به نظر می‌رسد محیط آن برای شما آشنا خواهد بود و تمام ویژگی‌ها و عملگرهای معمول در آن وجود دارد. به‌علاوه این نرم‌افزار به طور کامل با سایر نرم‌افزارهای ویندوز مانند پردازشگر Word، Spreadsheets و بسته‌های CAD، سازگار می‌باشد؛ بنابراین می‌توانید به آسانی بین آن‌ها ارتباط برقرار کنید.

در هر حال فرض می‌کنیم در حال حاضر شما با اصول اولیه کار با ویندوز مانند موارد زیر آشنا هستید:

- دیسک‌ها، فولدرها، فایل‌ها و مسیرها.
- استفاده از ماوس و صفحه کلید از جمله کلیک کردن، دوبار کلیک کردن^۲ و کلیک راست^۳.
- عملیات بر روی پنجره‌ها مانند حرکت دادن، تغییر اندازه، به حداکثر رساندن، به حداقل رساندن و بستن.
- دسترسی به موارد از منوها. ما از مفهومی مانند $M > C > S > T$ به معنای باز کردن منوی M، انتخاب C از آن، سپس انتخاب S از زیر منوی آن منو (در صورت وجود)، سپس انتخاب صفحه جدول بندی شده نشاندار T (در صورت وجود) استفاده می‌کنیم.

1- Documentation systems

2- Double-clicking

3- Right-clicking

● استفاده از کلیدهای Control، Alt و Shift. به صورت "Ctrl" هر کلیدی^۱ به این معنی که کلید Ctrl را پایین نگه داشته و هر کلید دیگری را فشار دهیم (همچنین برای Alt+ هر کلیدی و Shift+ هر کلیدی نیز اعمال می شود). اگر "هر کلیدی" از کلیدهای صفحه کلید باشد، نسبت به حروف بزرگ و کوچک حساس نیست. "هر کلیدی" می تواند یک کلیک ماوس نیز باشد. به طور مثال Ctrl+ کلیک، برای گسترش یک انتخاب به آیتم های اضافی دیگر.

● Cut (یا انتخاب فرمان Cut از منو یا ترکیب کلید میانبر Ctrl+X)، Copy (یا انتخاب فرمان Copy از منو یا Ctrl+C) و Paste (یا دستور Paste یا Ctrl+V) در متن یا سایر آیتم ها.

● تکمیل جعبه ابزار با وارد کردن و ویرایش متن نوشته ها، فشردن دکمه ها، انتخاب و پاکسازی (یعنی unchecking)، بررسی باکس ها (check boxes)، کلیک کردن بر روی دقیقاً یکی از لیست دکمه های اختیاری (که دکمه های رادیویی نیز نامیده می شوند) و انتخاب آیتم ها از لیست pull-down، باکس ها.

اگر هر یک از موارد فوق برای شما نا آشنا هستند بهتر است قبل از ادامه بحث در مورد ویندوز آموزش ببینید.

اکنون به کامپیوتر خود که در حال حاضر آرنا در آن نصب شده و دستورالعمل هایش نیز همراه آن است؛ مراجعه کنید. بر روی آیکون آرنا یا میانبر^۱ آن دوبار کلیک نمایید (یا آرنا را فقط با کلیک بر دکمه Start و سپس از مسیر Programs > Rockwell Software > Arena 13.5 و سرانجام کلیک روی آیکون Arena 13.5 اجرا کنید). پس از چند ثانیه پنجره آرنا باز خواهد شد. اگر نسخه ی آکادمیک آرنا یا نسخه ارزیابی^۲ آن را اجرا کرده باشید، پیام این اثر را مشاهده خواهید کرد که باید آن را بخوانید و سپس روی OK کلیک کنید (یا فقط کلید Enter را در صفحه کلید خود فشار دهید؛ دکمه OK به طور پیش فرض انتخاب شده است).

در بالای سمت چپ پنجره آرنا منوهای File، View، Tools و Help (به علاوه منوهای مختلف دیگر که هنگامی که یک فایل مدل خالی به طور خودکار هنگام شروع به کار آرنا باز شود، ایجاد می شوند) وجود دارند. همچنین می توانید یک نوار ابزار با دکمه های مختلف را ببینید که تنها تعداد کمی از آن ها در دسترس هستند مگر اینکه یک فایل مدل را باز کنید.

1- Shortcut

2- Evaluation version

ایجاد یک فایل مدل خالی جدید. این معادل است با فرمان منوی File > New و یا عملگر صفحه کلید Ctrl+N.

نمایش یک کادر محاوره ای^۱ برای باز کردن یک مدل که قبلاً ذخیره شده است؛ به طور معادل File > Open یا Ctrl+O. شما شاید نیاز به حرکت در سایر فولدرها یا دیسک ها برای پیدا کردن آنچه می خواهید، داشته باشید.

الگو یا قالب ضمیمه^۲ (الگوها یا قالب ها، که چندین نوع از آن وجود دارد؛ شامل عناصر مدل سازی می باشند). یا به طور معادل File > Template Panel > Attach. فایل های قالب (با نام فایل extension.tpo) در فولدر Template هستند؛ که آن هم به نوبه خود در پوشه Arena 13.5 قرار دارد. همچنین می توانید روی Project Bar در سمت چپ (شکل ۱-۶ را ببینید) راست کلیک کنید و سپس Template Panel > Attach از pop-up ظاهر می شود.

الگو یا قالب جدا شده^۳ (هنگامی که دیگر به عناصر مدل سازی در Panel فعال نیازی ندارید) یا بطور معادل File > Template Panel > Detach و یا راست کلیک روی Panel فعال (که می خواهید جدا شود) در سمت چپ نوار ابزار، سپس Template Panel > Detach در pop-up.

متن راهنما برای ارایه کمک در منوها و نوار ابزارها. بر روی علامت سوال اضافه شده به فلش ماوس خود کلیک کرده و سپس بر روی دکمه Toolbar یا منو فرمان برای دریافت کمک کلیک کنید. بستن پنجره راهنما اشاره گر ماوس را به فلش بر می گرداند.

Tooltips منبع دیگری از راهنمایی سریع و کوتاه را روی دکمه های Toolbar ارایه می کند. اگر ماوس خود را برای یک یا دو ثانیه روی یک دکمه بی حرکت نگه دارید، یک باکس کوچک با نام دکمه نشان داده می شود. اگر می خواهید در مورد آن دکمه بیشتر بدانید، می توانید از تنها برای توصیف یا نگاه کردن به آن (اکنون که شما حداقل نام آن را می دانید) در سیستم راهنمای آرنا استفاده کنید. مطالب بیشتری در این مورد در بخش ۶-۷ آمده است. اگر از

1- Dialog box

2- Template attach

3- Template Detach

شکل ۱-۶ پنجره آرنا برای سیستم پردازش ساده مدل ۱-۶

۶-۲-۲ برهم کنش اساسی و قطعات پنجره آرنا

همان‌طور که در شکل ۶-۱ نشان داده شده، پنجره آرنا که با این مدل باز شده، به چندین قسمت تقسیم گردیده است.

در سمت راست صفحه نمایش، پنجره مدل^۱ دیده می‌شود که در واقع در داخل پنجره آرنا قرار دارد. اگر مدل‌های مختلف آرنا را هم زمان باز کنید؛ درست همانند پردازشگر Word یا نرم‌افزارهای Spreadsheets، یک پنجره معین جداگانه برای هر یک از آن‌ها خواهید داشت که همه‌ی شان در داخل پنجره آرنا قرار دارند. تغییر وضعیت بین پنجره مدل‌ها فقط با کلیک بر روی آن‌ها (اگر می‌خواهید یکی از آن‌ها را مشاهده کنید)، و یا استفاده از منوی پنجره آرنا و انتخاب یکی از آن‌ها از لیست کلی، انجام می‌شود. اگر شما تعداد زیادی مدل باز شده دارید؛ می‌توانید از طریق Ctrl+Tab در میان شان بچرخید و یا اینکه شاید بخواهید برخی از آن‌ها را بوسیله دکمه = به حداقل اندازه برسانید. همچنین منوی پنجره آرنا دارای فرمان‌هایی برای مرتب کردن دلخواه مدل‌های باز شده یا به حداقل اندازه رساندن (مینیمم سایز) آیکن‌های آن‌ها می‌باشد. از طریق  (یا File > New یا Ctrl+N) یک پنجره مدل (خالی) جدید بسازید. پنجره مدل فعال فوق را از طریق  (یا File > Save یا Ctrl+S) یا

انباشته شدن Tooltips در هر نوبت خسته شده‌اید می‌توانید آنها را از طریق View > Toolbars > Toolbars خاموش و گزینه نمایش Tooltips را پاک (لغو انتخاب) کنید.

وقتی کار با آرنا را به پایان رسانده‌اید و می‌خواهید از آن خارج شوید روی علامت **X** در سمت راست بالای پنجره آرنا کلیک کنید یا از **File > Exit**، یا **Alt+F4**، استفاده نمایید و یا در نوار پنجره آرنا در بالا کلیک راست و گزینه **Close** را از **pop-up** انتخاب کنید.

۶-۲ جستجو و بررسی پنجره‌های آرنا

در این بخش می‌خواهیم یکی از مدل‌های موجود را باز کنیم. با نگاه کردن به پنجره آرنا می‌توانید با بسیاری از چیزهای آن و نیز برخی از اصطلاحات پایه‌ای آرنا آشنا شوید.

۶-۲-۱ باز کردن یک مدل

مدل‌های از پیش آماده را می‌توانید از طریق **File > Open** (یا فقط کلیک روی ) پیدا کنید. نام فایل در جعبه پیمایش^۱ ظاهر می‌شود. همچنین شما می‌توانید به پوشه‌ها و یا درایوهای دیگر نیز حرکت نمایید. فایل با نام **Model 06-01.doe** را پیدا کنید. فایل با نام **extension.doe** به عنوان پیش فرض فایل‌های آرنا می‌باشد. پس از نصب نرم افزار و مشاهده پوشه **Arena 13.5** بر روی نام این فایل (بر جسته شده است) و سپس روی دکمه **Open** کلیک کنید (یا فقط دوبار روی نام فایل کلیک کنید).

شما باید پنجره آرنای را که چیزی شبیه به شکل ۶-۱ است، مشاهده کنید (ممکن است نوار ابزار و دکمه‌های متفاوتی را بر روی کامپیوتر خود و یا برخی از موارد را در مکان‌های دیگری ببینید). ما این مدل را ۶-۱ می‌نامیم.

File > Save As، ذخیره و پنجره مدل از پیش ذخیره شده را از طریق  (یا File > Open یا Ctrl+O) باز کنید. تغییر اندازه و موقعیت یک پنجره مدل دقیقاً مانند هر نرم‌افزار سیستم عامل مایکروسافت ویندوز انجام می‌گیرد.

گزینه‌های آشنای Cut، Copy و Paste در درون آرنا و نیز برنامه‌های کاربردی دیگر کار می‌کنند. برای مثال، ممکن است چندین پنجره مدل آرنا را باز کرده باشید و بخواهید بعضی از فعالیت‌ها را از یکی در دیگری کپی کنید. کافی است فقط فعالیت‌ها را با ماوس انتخاب کرده (Ctrl+ کلیک بر روی فعالیت)، آن را از تخته رسم^۱ کپی کنید (Ctrl+C) یا  یا (Edit > Copy) و به پنجره‌های دیگر انتقال دهید، و در آنجا Paste کنید (Ctrl+V یا ). پس از انتخاب عملگر Paste، اشاره‌گر ماوس به علامت ضربدر تغییر می‌کند. ممکن است شما آرنا را به‌طور همزمان با یک Spreadsheet باز کنید که در آن تعداد زیادی عدد تایپ شده است و بخواهید آن‌ها را به آرنا منتقل کنید. اعداد را از Spreadsheet کپی کرده؛ به آرنا بروید (یا از طریق Taskbar ویندوز یا با استفاده از Alt+Tab در بین برنامه‌های کاربردی باز شده گردش کنید). موقعیت اشاره‌گر ماوس را در جعبه محاوره‌ای آرنا و در مکان مورد نظرتان قرار داده و در آنجا Paste کنید. اگر شما در حال نوشتن یک گزارش در پردازشگر Word هستید و می‌خواهید یک تصویر^۲ از صفحه آرنا را در آن قرار دهید؛ به آرنا و جایی که می‌خواهید از آن عکس بگیرید، رفته؛ کلید Prnt Scrn (Print Screen) را فشار دهید، سپس به سند خود در پردازشگر Word باز گردید و تصویر را در جایی که می‌خواهید Paste کنید؛ اگر فقط پنجره فعال را می‌خواهید (مانند یک جعبه محاوره‌ای)، دکمه‌های Alt+Prnt Scrn را به جای آن فشار دهید و سپس در سند خود در پردازشگر Word آن را Paste نمایید.

پنجره نمایش مدل به دو بخش تقسیم می‌شود: فلوجارت‌ها و صفحه‌های گسترده^۳. بهتر است هر دو بخش را هم زمان در پنجره مدل داشته باشیم. اما شما می‌توانید فقط یکی از این بخش‌ها را برای مشاهده انتخاب کنید و به این ترتیب تمام بخش‌های دیگر پنجره مدل را از طریق فرمان منوی View > Split Screen یا کلیک بر روی  کنار بگذارید. در این حالت، برای مشاهده‌ی یک یا سایر بخش‌ها، تنها کافی است بر روی هر یک از ماژول‌های فلوجارت () یا صفحه گسترده ()، در نوار پروژه سمت چپ صفحه نمایش، یک مرتبه

1- Clipboard
2- Snapshot
3- Spreadsheet

کلیک نمایید. بخش فلوجارت‌ها شامل گرافیک‌های مدل، فلوجارت فرآیندها، انیمیشن و سایر عناصر ترسیمی است. بخش صفحه گسترده می‌تواند داده‌های مدل مانند زمان‌ها و سایر پارامترها را نشان دهد و به شما اجازه می‌دهد آن‌ها را وارد و یا ویرایش کنید (در شکل ۶-۱ جزئیات کادری با نام "Create - Basic Process" نشان داده شده است). بسیاری از پارامترهای مدل را می‌توان در هر دو بخش فلوجارت‌ها یا صفحه گسترده نشان داد یا آن‌ها را ویرایش کرد. اما نمایش صفحه گسترده به شما امکان دسترسی به بسیاری از پارامترها به‌صورت یکجا و تنظیم گروه‌های فشرده‌ی پارامترهای مشابه قابل ویرایش را بویژه در مدل‌های بزرگ می‌دهد. خط افقی که بخش فلوجارت‌ها و صفحه گسترده را از هم جدا می‌کند (اگر هر دو بخش قابل مشاهده باشند) می‌تواند برای تغییر نسبت اختصاص داده شده به این دو نمایش به بالا یا پایین کشیده شود.

سمت چپ پنجره آرنا در شکل ۶-۱ نوار پروژه^۱ قرار دارد. این بخش شامل پانل‌های حاوی اشیایی است که با آن‌ها کار خواهید کرد. در هر زمان تنها یکی از این پانل‌ها نمایش داده می‌شود. در حال حاضر نوار پروژه، پانل فرآیند اساسی (Basic Process) را نشان می‌دهد که شامل بلوک‌های ساختمانی اساسی است که ماژول^۲ نامیده می‌شوند و در طیف گسترده‌ای از مدل‌های شبیه‌سازی به کار گرفته می‌شوند.

در زیر پانل Basic Process، پانل دیگری با نام "Reports" وجود دارد که شامل یک نقشه راه از نتایج شبیه‌سازی پس از اجرای آن است. با کلیک بر روی آن می‌توانید گزینه‌های موجود در این پانل را مشاهده کنید. اگر می‌خواهید بار دیگر پانل Basic Process ببینید بر روی آن کلیک کنید.

پانل Navigate که اجازه می‌دهد نمایش‌های مختلف یک مدل را مشاهده کنید، شامل زیر مدل‌های مختلف موجود در یک مدل سلسله‌مراتبی^۳ می‌باشد (مدل ۶-۱ زیر مدل ندارد بنابراین تنها نمایش در پانل Navigate، گزینه Top-Level است؛ هر چند اگر بر روی علامت + سمت چپ آن کلیک کنید؛ یک درخت که دارای سه ورودی است برای این مدل باز خواهد شد، که در مورد آن در زیر بخش ۶-۲-۳ بحث می‌کنیم). اگر بر روی دکمه کوچکی که در سمت راست پانل Navigate وجود دارد (دکمه )، کلیک کنید در پایین پانل

1- Project bar
2- Module
3- Hierarchical

Navigate، یک پنجره کوچک گشوده می‌شود. درون این پنجره یک کادر آبی رنگ وجود دارد که نشان دهنده مکان و مقدار زوم فعلی پنجره مدل است. کلیک کردن در هر نقطه از پنجره جدیدی که باز شده است مکان نمایش فعلی را به آن نقطه تغییر می‌دهد. می‌توانید کادر آبی رنگ را به سایر مناطق پنجره بکشانید، یا اندازه آن را تغییر دهید (اشاره‌گر را روی یک گوشه کادر آبی رنگ برده، در حالی که کلیک راست را نگه داشته‌اید اندازه کادر را تغییر دهید) تا ارتفاع^۱ زوم تغییر کند.

نوار پروژه معمولاً در سمت چپ پنجره آرنا قرار می‌گیرد اما می‌توان آن را حذف کرد و یا در هر جایی از صفحه نمایش قرار داد. اگر مایل بودید می‌توانید نوار پروژه را به لبه سمت راست پنجره مدل انتقال دهید. معمولاً نیاز دارید که هنگام کار روی یک مدل، نوار پروژه قابل مشاهده باشد اما اگر مایل نیستید فضای زیادی فقط نشان دهنده این بخش باشد، می‌توانید بر روی دکمه کوچک **X** در سمت راست بالای نوار پروژه کلیک کنید یا در مسیر **View > Project Bar** علامت کنار گزینه **Project Bar** را بردارید (با یک مرتبه کلیک کردن) تا این بخش نمایش داده نشود. برای نمایش دوباره نوار پروژه در همین مسیر گزینه **Project Bar** را علامت‌دار کنید.

پانل‌های دیگر نیز وجود دارند که به همراه آرنا باز می‌شوند. این پانل‌ها عبارتند از: **Advanced Process** (با بلوک‌های ساختمانی جزئی‌تر و متفاوت برای ایجاد جزییات بیشتر در مدل‌سازی)، **Advanced Transfer** (شامل گزینه‌های بسیاری برای حرکت نهادها در مدل) و **Blocks** و **Elements** (که با هم به شما امکان دسترسی کامل به زبان شبیه‌سازی **SIMAN** که اساس کار آرنا است را می‌دهند؛ **Shannon, Pegden** و **Sadowski** ۱۹۹۵ را ببینید). در هر حال بیشتر این پانل‌ها حاوی ساختارهایی برای کاربردهای خاص، مانند مدل سازی مراکز تماس^۲ و خطوط بسته بندی با سرعت بالا^۳ هستند. همانطور که قبلاً ذکر شد؛ برای آن که در مدل‌سازی بتوانید به عناصر موجود در یک پانل دسترسی داشته باشید باید پانل را از یکی از مسیرهای **File > Template Panel > Attach** یا با استفاده از دکمه **Template Attach** (تلا) و یا با راست کلیک در یکی از پانل‌های فعلی موجود در نوار پروژه و انتخاب **Template Panel > Attach** در **pop-up** به مدل خود ضمیمه کنید. فایل‌های پانل دارای نامی به صورت **extension.tpo** هستند و بطور معمول در فولدر **Template** در

1- Altitude

2- Contact centers

3- High-speed packaging lines

پوشه **Arena 13.5** قرار دارند. اگر می‌خواهید آرنا پانل‌های خاصی را به هر مدل جدیدی که شروع می‌کنید ضمیمه نماید، به **Tools > Options > Settings** رفته، نام فایل پانل را در **Auto Attach Panels Box** تایپ کنید.

بسیاری از دکمه‌های پنجره آرنا در **Status Bar** قرار دارند، که وابسته به وضعیت فعلی، نمایش دهنده‌ی انواع مختلفی از اطلاعات در مورد وضعیت شبیه‌سازی می‌باشند. در حال حاضر تنها چیزی که نشان داده می‌شود مختصات (x, y) موقعیت اشاره‌گر ماوس در فضا است (بخش ۲-۶ را ببینید). هنگامی که شبیه‌سازی اجرا می‌شود، **Status Bar** نمایش داده خواهد شد. برای مثال، ساعت شبیه‌سازی^۱، تعداد تکرارهای اجرا شده^۲ و تعداد تکرارهایی که باید اجرا شود^۳. شما می‌توانید علامت کنار گزینه **Status Bar** را از طریق مسیر **View > Status Bar** بردارید (با یک مرتبه کلیک کردن) تا این بخش نمایش داده نشود.

۲-۶ چرخاندن، زوم کردن، نمایش دادن و هم صف کردن در نمایش فلوجارت

نمایش خاص فلوجارتی پنجره مدل که در شکل ۲-۶ مشاهده می‌کنید تنها یکی از حالت‌های فراوان ممکن برای نمایش یک مدل در فضای بزرگی است که مدل‌ها در آن ترسیم می‌شوند. مرکز این فضا (x, y) با مختصات $(0,0)$ است و امکان گسترش آن به اندازه‌ی هزاران واحد در هر چهار جهت وجود دارد. این واحدها تنها موقعیت‌ها هستند و هیچ معنی فیزیکی خاصی ندارند. برای به حداکثر رساندن اندازه پنجره مدل در پنجره نرم‌افزار، روی علامت  که در گوشه سمت راست بالای پنجره آرنا قابل مشاهده است، کلیک کنید. به همین ترتیب برای به حداکثر رساندن اندازه‌ی خود پنجره‌ی آرنا برای استفاده از تمام صفحه نمایش، بر روی علامت  کلیک کنید.

برای مشاهده‌ی قسمت‌های مختلف فلوجارت‌ها و سایر اجزای مدل، می‌توانید اشاره‌گر را بر روی لبه‌های پایینی و یا لبه‌های سمت راست پنجره مدل قرار داده و استفاده از **scroll bars** ماوس در فضای اطراف حرکت کنید. همین کار را می‌توانید با استفاده از کلیدهای فلش موجود در این لبه‌ها نیز انجام دهید (امتحان کنید؛ برای هدایت از طریق صفحه کلید، ابتدا باید یک پنجره مدل را با کلیک بر روی آن فعال کنید). شما همچنین می‌توانید برای دیدن بخش‌های مختلف مدل از ارتفاع‌های متفاوت، **Zoom In** (با دکمه  یا کلید **+** یا با استفاده از مسیر

1- Simulation clock value

2- Replication number being executed

3- Number of replications to be run

View > Zoom In) و یا Zoom Out (با دکمه  یا کلید - یا View > Zoom Out). برای بزرگ‌نمایی خودکار و مشاهده تمام اجزای مدل در بیشترین مقدار ممکن بزرگ‌نمایی، روی کلید  کلیک کنید (یا از مسیر View > Views > All View > Views * استفاده کنید). اگر می‌خواهید به نمایش قبلی برگردید روی کلید  کلیک نمایید (یا View > Previous). اگر در یک ارتفاع نسبتاً بالا هستید و متوجه شدید ناحیه‌ای که مورد نظرتان نیست در حال نزدیک‌تر شدن است (بزرگ‌نمایی بر روی ناحیه مورد نظرتان قرار ندارد)، گزینه‌ی Region را از مسیر View > Views > Region انتخاب کنید (یا کلید "R" را فشار دهید) تا شکل اشاره‌گر ماوس به علامت بعلاوه تغییر کند (شبه علامت هدف‌گیری). سپس در یکی از گوشه‌های منطقه مستطیل شکلی که می‌خواهید آن را با بزرگ‌نمایی بیشتر مشاهده کنید کلیک کنید، منطقه مورد نظرتان را مشخص کرده و بار دیگر در گوشه مقابل کلیک کنید. در این صورت منطقه مستطیل شکل مشخص شده در بیشترین مقدار ممکن بزرگ‌نمایی، نمایش داده می‌شود (به همین ترتیب می‌توانید ناحیه مشخص شده را در کمترین مقدار ممکن بزرگ‌نمایی نیز مشاهده کنید). یک راه دیگر برای حرکت کردن در قسمت‌های مختلف مدل و بزرگ‌نمایی استفاده از پانل Navigate در نوار ابزار است.

اگر نمایش دلخواه خود از مدل‌تان را دارید (و می‌خواهید بتوانید فوراً به آن بازگردید)، می‌توانید آن را به عنوان یک Named View ذخیره کنید و یک کلید خاص را به آن اختصاص دهید. ابتدا مقدار بزرگ‌نمایی و نوع نمایشی از مدل خود که می‌خواهید ذخیره کنید را مشخص نمایید، سپس گزینه‌ی Named Views را از مسیر View > Named Views انتخاب کنید (یا کلید ؟ و یا دکمه  را فشار دهید) و روی Add کلیک نمایید. شما باید به نمایش مورد نظر خود از مدل، یک نام توصیفی اختصاص دهید. همچنین می‌توانید یک کلید به‌خصوص را به‌طور اختیاری به آن اختصاص دهید. برای رفتن به نوع نمایش تعیین شده از مدل، گزینه‌ی Named Views را از مسیر View > Named Views انتخاب کنید (یا کلید ؟ و یا دکمه  را فشار دهید)، سپس روی نام توصیفی که به آن اختصاص داده‌اید کلیک نمایید و دکمه Show را فشار دهید. همچنین می‌توانید به Named Views در پانل Navigate نوار ابزار، با کلیک کردن بر روی + دست بیابید تا درخت Named Views باز شود. فقط بر روی یکی از ورودی‌ها کلیک کنید تا به آن نوع از نمایش بروید. با این حال روش دیگر (و احتمالاً سریع‌ترین روش) برای رسیدن به Named View، فشار دادن کلید خاص اختصاص داده شده به آن نوع نمایش می‌باشد. شما باید این کلیدها را به خاطر داشته باشید و یا همان‌طور که در بخش ۶-۳-۳ شرح داده خواهد شد، با یک متن آن‌ها را در مدل خود

مستندسازی کنید. کلیدهای اختصاص داده شده برای Named Views، یکی از معهود مکان‌هایی در آرنا هستند که در آن کاراکترها نسبت به حروف کوچک و بزرگ حساس‌اند (به عنوان مثال، "a" با "A" متفاوت است). Named Views، می‌تواند در هر زمانی قابل دسترسی باشد؛ حتی در حالی که شبیه‌سازی در حال اجرا است. ما سه Named Views برای مدل ۱-۶ قرار داده‌ایم که عبارتند از: کل مدل (کلید اختصاصی a)، منطق مدل (کلید اختصاصی l) و نمودارهای مدل (کلید اختصاصی p). سعی کنید آن‌ها را فعال نمایید.

مدل‌های جدید آرنا، با یک "مبدأ" خاص و با بزرگ‌نمایی مشخص، از سمت جنوب شرقی موقعیت (0,0) فضای پنجره‌ی مدل، آغاز می‌شوند. می‌توانید با فشار دادن کلید Home از صفحه کلید (یا View > Views > Home) به این مبدأ و بزرگ‌نمایی مشخص بازگردید. برای دیدن بزرگ‌ترین منطقه ممکن از فضای پنجره‌ی مدل (از حداکثر ارتفاع)، گزینه‌ی Max را از مسیر View > Views > Max انتخاب کنید.

برای بدست آوردن موقعیت تجسمی مورد نظر خود، می‌توانید یک شبکه‌ی ایجاد شده از نقطه‌های کوچک را با انتخاب گزینه‌ی Grid از مسیر View > Grid (یا با کلیک بر روی ) در پس‌زمینه‌ی مدل فعال نمایید. علاوه بر این اگر می‌خواهید آیتم‌هایی که به تازگی قرار داده شده‌اند را نیز برای تکان دادن این شبکه می‌خواهید، View > Snap را انتخاب نمایید (یا روی  کلیک کنید). هر دو عمل دارای کلیدهای برگشت‌پذیر هستند؛ به این مفهوم که برای بازگرداندن وضعیت به حالت اولیه فقط کافی است همان عمل را دوباره تکرار کنید. برای تکان دادن آیتم‌های موجود به شبکه، ابتدا آن‌ها را انتخاب کرده (این عمل را می‌توانید با استفاده از Ctrl+ کلیک کردن برای گسترش انتخاب آیتم‌ها، یا کشیدن یک مستطیل در دو طرف آن‌ها، انجام دهید) و سپس برای تنظیم موقعیت آن‌ها برای هم راستا شدن با نقاط شبکه از مسیر Arrange > Snap Object to Grid استفاده کنید. برای سفارشی کردن^۱ فاصله‌ی بین نقاط شبکه، View > Grid & Snap Settings را انتخاب کنید. واحدها مقادیر (x,y)، در واحد مقیاس فضا هستند. شما همچنین می‌توانید با فشار دادن دکمه  و یا انتخاب View > Rulers خط‌کش‌هایی با واحدهای موجود در مقیاس فضای آرنا را در لبه‌های بالایی و سمت چپ قرار دهید.

شما شاید بخواهید اشیاء را در نمایش فلوجارت به صورت افقی یا عمودی و با توجه به لبه‌ها یا مراکز خودشان، بطور دقیق هم راستا کنید. گزینه‌های متعددی برای انجام این کار وجود دارد.

یک گزینه ایجاد راهنماهای عمودی و افقی در نمایش فلوچارت است. مطمئن شوید که خطکش‌ها نمایش داده شده‌اند. سپس روی دکمه Guides (⌘) کلیک و یا گزینه Guides را از مسیر View > Guides انتخاب کنید و سپس از خطکش افقی در بالا، به سمت پایین حرکت کنید یا از خط کش عمودی در سمت چپ، به راست حرکت کنید تا یک خط تیره راهنمای آبی رنگ قرار داده شود (شما می‌توانید چند تا از هر کدام داشته باشید). سپس روی دکمه Glue to Guides (⌘) کلیک کنید یا View > Glue to Guides را انتخاب کنید، و سپس اشیاء را به سمت راهنماها حرکت دهید تا اینکه چراغ‌های مربعی وابسته به موقعیت قرمز رنگ^۱ برای لبه یا موقعیت مرکز بالا روند. هنگامیکه اشیاء به یک راهنما چسبانده شدند، می‌توانید راهنما را حرکت دهید، و تمام اشیاء چسبیده شده به آن با هم حرکت خواهند کرد و با تنظیم‌شان برای راهنما قرار می‌گیرند. گزینه دیگر انتخاب اشیائی که می‌خواهید هم راستا کنید و سپس استفاده از منوی آرنا می‌باشد؛ انتخاب Align را برای به خط کردن اشیاء انتخاب شده از لبه‌های Top, Bottom, Left یا Right؛ انتخاب Distribute برای فضای آنها به صورت افقی یا عمودی با فاصله مشخص شده در Settings > Arrange > Flowchart Alignment به صف کردن ماژول‌های فلوچارت (بخش ۶-۲-۴ را در ادامه ببینید) در مجموعه‌ای اشیاء انتخاب شده کنونی.

۶-۲-۴ ماژول‌ها

بلوک‌های ساختمانی پایه‌ای، برای ساختن مدل‌های آرنا، ماژول‌ها نامیده می‌شوند. این‌ها فلوچارت‌ها و داده‌های اهداف هستند که فرآیند شبیه‌سازی شده را تعریف می‌کنند و از پانل‌های موجود در Project Bar انتخاب می‌شوند. ماژول‌ها با دو ویژگی اساسی وجود دارند: فلوچارت و داده.

ماژول‌های فلوچارت فرآیندهای پویا^۲ را در مدل تشریح می‌کنند. شما می‌توانید این ماژول‌ها را به عنوان گره‌ها یا مکان‌های بین جریان نهادها در مدل در نظر بگیرید یا اینکه آن‌ها را برای ورود و یا خروج نهادها از مدل تعریف کنید. برای قرار دادن یکی از ماژول‌های فلوچارتی خاص در مدل، آن را از Project Bar به بخش فلوچارت پنجره مدل بکشید (می‌توانید آن را به اطراف بکشید سپس در مکان مورد نظر قرار دهید). ماژول‌های فلوچارت به طور معمول با برخی روش‌ها به یکدیگر متصل می‌شوند. انواع ماژول‌های فلوچارتی که در پانل Basic Process در

1- Red positional square lights

2- Dynamic processes

دسترس هستند عبارتند از: Separate, Batch, Decide, Process, Dispose, Create, Assign و Record. پانل‌های دیگری نیز در Project Bar وجود دارند که شامل انواع اضافی دیگری از ماژول‌های فلوچارت هستند. هر یک از ماژول‌های موجود در پانل Basic Process یک شکل مشخص دارند که شبیه به فلوچارت‌های کلاسیک (Schriber ۱۹۶۹ را ببینید) هستند. اما در پانل‌های دیگر (مانند پانل Advanced Process)، انواع بیشتری از ماژول‌های فلوچارت وجود دارند که دارای شکل‌های ساده‌ای هستند و همه آن‌ها با مستطیل‌های ساده نشان داده شده‌اند. در بعضی از پانل‌ها (مانند پانل Advanced Transfer) از مستطیل‌های رنگی برای تشخیص انواع گوناگون ماژول‌های فلوچارت و در برخی دیگر (مانند پانل‌های اختصاص داده شده برای مراکز تماس و بسته‌بندی)، از شکل‌های گرافیکی برای نمایش آن‌ها استفاده شده است. یک روش برای ویرایش ماژول فلوچارت این است که روی آن دوبار کلیک کنید. در این صورت پنجره‌ی برای آن ماژول باز می‌شود که می‌توانید در آن اطلاعات مختلفی را وارد نمایید. روش دیگر برای ویرایش ماژول‌های فلوچارت انتخاب ماژول از Project Bar (به عنوان مثال روی ماژول‌های Create یا Process کلیک کنید) و یا در بخش فلوچارت‌های پنجره مدل، با یک مرتبه کلیک بر روی آن است. در این صورت برای هر ماژول فلوچارت از آن نوع، یک سطر در نمایش صفحه گسترده خواهید داشت (اگر قابل رویت باشد)، که می‌توانید ورودی‌های مورد نظر خود را در آن ویرایش کنید. این روش یک چشم اندازه فشرده از همه‌ی ماژول‌های فلوچارت یکسانی که در مدل تان دارید را به شما می‌دهد (به عنوان مثال اگر در مدل خود ۳ ماژول Create داشته باشید با یک بار کلیک بر روی این ماژول اطلاعات فشرده‌ی هر سه ماژول را در نمایش صفحه گسترده مشاهده خواهید کرد). این روش در مدل‌های بزرگی که ممکن است در آن‌ها ماژول‌های یکسان زیادی داشته باشید، مفید است.

ماژول‌های داده ویژگی‌های عناصر مختلف فرآیند را تعریف می‌کنند؛ مانند عنوان، منابع و صف‌ها. همچنین می‌توان به وسیله آن‌ها متغیرها و انواع دیگر مقادیر عددی و عباراتی را که مربوط به کل مدل هستند مشخص کرد. آیکون ماژول‌های داده در Project Bar کمی شبیه به صفحات گسترده هستند. ماژول‌های داده در پانل Basic Process عبارتند از: Entity, Set, Variable, Resource, Queue و Schedule (پانل‌های دیگر دارای انواع بیشتری از ماژول‌های داده هستند). این ماژول به پنجره مدل کشیده نمی‌شوند. ماژول‌های داده به عنوان پشتیبان یک مدل و برای تعریف انواع مختلفی از کمیت‌ها، عبارت‌ها و شرط‌ها به کار گرفته می‌شوند. شما نمی‌توانید روی یک ماژول داده دو بار کلیک کنید تا اطلاعات آن را ویرایش

نمایید. اما با یک مرتبه کلیک روی یکی از این ماژول‌ها در Project Bar، یک صفحه‌ی گسترده برای آن نوع ماژول در بخش صفحه گسترده پنجره مدل ظاهر می‌شود. اکنون با دوبار کلیک در پنجره‌های نمایش صفحه گسترده، می‌توانید اطلاعات آن‌ها را ویرایش کنید. همچنین در این بخش امکان افزودن سطرهای اضافی نیز وجود دارد. در حالی که به‌طور پیش فرض ویرایش ماژول‌های داده از طریق نمایش صفحه گسترده انجام می‌شود اگر روی شماره موجود در ستون سمت چپ نمایش صفحه گسترده ماژول داده دو بار کلیک کنید (یا در آن‌جا کلیک راست کرده؛ سپس گزینه Edit via Dialog را انتخاب نمایید) می‌توانید در حالت کادر محاوره‌ای نیز اطلاعات را ویرایش کنید. بر خلاف ماژول‌های فلوچارت، در یک مدل نمی‌توانید از یک نوع ماژول داده، بیشتر از یکی داشته باشید؛ با این حال، می‌توان سطرهای زیادی را در صفحه گسترده یک ماژول داده داشت، که هر کدام به‌طور معمول نشان دهنده‌ی یک هدف جداگانه از آن نوع هستند (برای مثال اگر مدل شما دارای سه صف مختلف باشد؛ تنها یک ماژول داده‌ی صف^۱ در مدل دارید اما در صفحه گسترده آن سه سطر وجود خواهد داشت. در واقع برای هر صف یک سطر در نمایش صفحه گسترده ماژول داده‌ی Queue دارید).

ماژول‌های فلوچارت و داده در یک مدل با نام‌هایی که برای اشیاء تعریف می‌شود با یکدیگر در ارتباط هستند (مانند صف، منابع، انواع نهادها و متغیرها). آرنا نام‌هایی که شما به این نوع از اشیاء می‌دهید را در لیست‌های داخلی نگه می‌دارد و سپس این نام‌ها را در لیست‌های drop-down و در مکان‌های مناسب در ماژول‌های فلوچارت و داده به شما ارائه می‌کند. این ویژگی به شما کمک می‌کند به یاد داشته باشید که به اشیاء چه نامی داده‌اید (و شما را از غلط‌های املائی اجتناب ناپذیر و یا حداقل از خطاهای هنگام تایپ کردن محافظت می‌کند تا مدل‌تان بدون خطا اجرا شود).

۵-۲-۶ مستندات داخلی مدل

اگر اشاره‌گر ماوس خود را روی نماد یک ماژول یا سایر اشیاء نگه‌دارید، Data Tip را مشاهده خواهید کرد. Data Tip دارای دو بخش است؛ توصیف پیش فرض^۲ و توصیف تعریف شده توسط کاربر^۳. توصیف پیش فرض برخی از اطلاعات کلی در مورد شی یا ماژول، از جمله نام و

1- Queue data module

2- Default description

3- User-defined description

نوع آن را شرح می‌دهد. بخش تعریف شده توسط کاربر دقیقاً همان چیزهایی را که در فیلد Object Properties Description وارد شده است نمایش می‌دهد. شما می‌توانید با کلیک راست روی یک شی و انتخاب Properties، در این فیلد یک متن توضیحی وارد کنید. این اطلاعات توصیفی را می‌توان از طریق View > Data Tips نمایش داد. به‌طور پیش فرض، هر دو این‌ها (توصیف پیش فرض و تعریف شده توسط کاربر) فعال هستند، اما توصیف پیش فرض یا تعریف شده توسط کاربر را می‌توان از مسیر View > Data Tips غیر فعال نمود.

علاوه بر توضیح‌های مربوط به ماژول‌ها، می‌توانید یک Project Description (توضیح در مورد پروژه) را که توضیحاتی در مورد عملیات کلی که مدل انجام می‌دهد، فراهم می‌کند نیز به مدل اضافه کنید. اینجا مکان مناسبی برای مستند سازی آنچه که مدل انجام می‌دهد می‌باشد و علت ساختن آن، ارایه فرض‌هایی که در ساختن مدل داشته‌اید و اطلاعات مشابه در این باره می‌باشد. موارد گفته شده از طریق Run > Setup > Project Parameters وارد می‌گردند (بعداً شکل ۶-۱۵ را در همین فصل ببینید).

Data Tips هنگامی که مدل بزرگ باشد اطلاعات مفیدی ارائه می‌دهد. راه دیگری نیز برای استفاده از این اطلاعات وجود دارد. مسیر Tools > Model Documentation Report یک گزارش سفارشی از خلاصه‌ی تمامی داده‌های مدل فراهم می‌سازد. این ویژگی در مورد اینکه چه اطلاعاتی منظور شده گزینه‌هایی را فراهم کرده؛ سپس یک گزارش HTML تولید می‌کند.

۶-۳-۳ چرخیدن از طریق یک مدل موجود: مدل ۶-۱

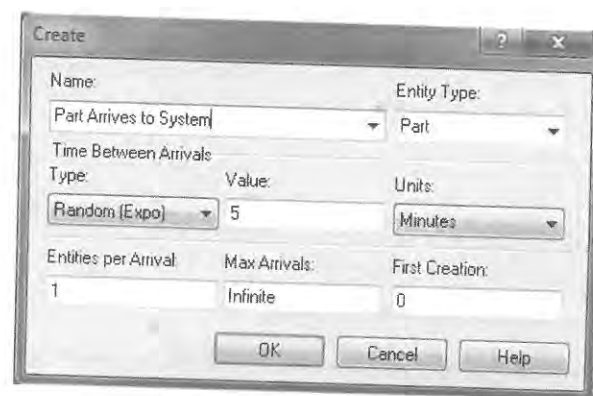
در این بخش از طریق ماژول‌های فلوچارت و داده، خواهیم دید که مدل ۶-۱ چگونه راه اندازی می‌شود. همچنین نحوه ارتباط این ماژول‌ها و نتایج حاصل از اجرای مدل را نیز مشاهده خواهیم کرد. در بخش ۶-۴ چگونگی ساختن این مدل را از ابتدا نشان می‌دهیم.

۶-۳-۱ ماژول فلوچارت Create

کار را با ماژول Create شروع می‌کنیم که در مدل ۶-۱ آن را Part Arrives to System نامیده‌ایم. این ماژول در سمت چپ نمایش فلوچارت پنجره مدل قرار دارد. توجه داشته باشید

که این ماژول نمونه‌ای از ماژول Create عادی است که آن را بر طبق نیازهای خود در این مدل خاص سفارشی کرده‌ایم.

ماژول Create گره آغازین^۱ برای ورود نهادها به مرز مدل است؛ که در اینجا قطعاتی هستند که از خارج وارد مدل می‌شوند. روی آن دوبار کلیک کنید تا یک کادر محاوره‌ای مانند شکل ۲-۶ باز شود.

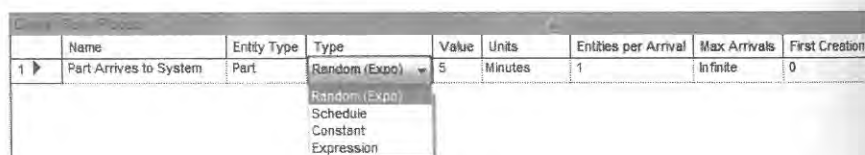


شکل ۲-۶ جعبه محاوره ای Create مدل ۱-۶

در کادر Name، عبارت Part Arrives to System را به عنوان نام این ماژول Create خاص، تایپ کرده‌ایم (به جای پذیرفتن پیش فرض Name) این نام همان چیزی است که در داخل قالب ماژول Create در نمایش فلوجارت مدل و در داده‌های توصیفی به چشم می‌خورد. ما Part (قطعه) را به عنوان Entity Type (نوع نهاد) وارد کرده‌ایم. در این مدل تنها یک Entity Type وجود دارد اما در حالت کلی نهادهای ورودی می‌توانند انواع زیادی داشته باشند. در این صورت نام‌گذاری آن‌ها به‌طور جداگانه، باعث مرتب نگه داشتن نهادها می‌شود و به شما اجازه می‌دهد آن‌ها را در راه‌های مورد نظرتان سفارشی کنید (مانند جدا کردن زمان‌ها و یا شماره‌ها در سیستم، بوسیله Entity Type).

در وسط این کادر محاوره‌ای بخشی با عنوان Time Between Arrivals (زمان بین ورودها) وجود دارد که در آن ماهیت از هم جدای ورود متوالی نهادهای، در این مدل Part، به این ماژول را مشخص می‌کنیم. در پنجره کشویی Type، گزینه‌ی Random (Expo) را انتخاب کرده‌ایم (در کادر پایین Type از فلش ▼، استفاده کنید) به این معنی که زمان‌های

بین دو ورود متوالی، به عنوان یک متغیر تصادفی و با توزیع نمایی تولید خواهند شد. به طور خاص برای این توزیع نمایی در کادر Value، عدد ۵ را تایپ و در کادر کشویی Units، واحد زمان را Minutes انتخاب کرده‌ایم تا به آرنا بگوییم منظور ما ۵ دقیقه بوده نه ۵ ثانیه یا ۵ ساعت و یا ۵ روز. در حالی که عدد تایپ شده ۵ بود؛ می‌توانستیم تایپ کنیم ۰.۵ یا ۵.۰، چون آرنا به طور کلی در مورد تشخیص اعداد صحیح و حقیقی کاملاً قوی عمل می‌کند.



شکل ۳-۶ ایجاد صفحه گسترده برای مدل ۱-۶

همانطور که در شکل ۲-۶ مشاهده می‌کنید، در بخش پایینی، تعداد Entities per Arrival (تعداد نهادها در هر ورود) را عدد ۱ انتخاب کرده‌ایم (در این قسمت به‌طور پیش فرض نیز عدد ۱ انتخاب شده است. بنابراین یک قطعه در هر زمان وارد شده و قطعات در گروه‌های چندتایی وارد مدل نمی‌شوند). همچنین در کادر Max Arrivals (حداکثر تعداد ورودها) گزینه‌ی نامحدود، Infinite، انتخاب گردیده و در کادر First Creation عدد ۰ تایپ شده است به این مفهوم که قطعه اول باید بی درنگ در زمان ۰ وارد شود (به جای آنکه پس از یک زمان اولیه که ممکن است، در زمان‌های بین ورودهای متوالی تعریف مشابه‌ای داشته باشند، وارد شود).

برای بستن این کادر Create، روی Cancel یا X در بالا سمت راست کلیک کنید. اما اگر می‌خواهید تغییرات اعمال شده ذخیره شود، به جای آن روی گزینه OK کلیک نمایید.

راه جایگزین دیگر برای ویرایش ماژول فلوجارت Create، از طریق نمایش صفحه گسترده در پنجره مدل می‌باشد. اگر روی ماژول Create در نمایش فلوجارت از پنجره مدل (یا اگر در مدل شما بیش از یک ماژول Create وجود دارد روی هر یک از این ماژول‌ها یک مرتبه کلیک کنید) یا روی شکل ماژول Create در Project Bar کلیک نمایید؛ همان‌طور که در شکل ۳-۶ می‌بینید، یک صفحه گسترده برای ماژول Create در نمایش صفحه گسترده از پنجره مدل نشان داده می‌شود. با کلیک یا دوبار کلیک در هر یک از فیلدهای این صفحه‌ی گسترده، می‌توانید ورودی را ویرایش و یا یکی از گزینه‌های موجود را انتخاب کنید. شکل ۳-۶ گزینه‌های موجود برای بخش Type که از طریق یک لیست کشویی در دسترس هستند را نشان می‌دهد

(لیست‌های کشویی برای فیلدها هر کجا که به آن‌ها نیاز باشد ارایه می‌شوند). اگر در مدل خود ماژول‌های Create متعددی دارید که هر کدام نماینده یک منبع جداگانه از نهادهای ورودی هستند؛ یک سطر جداگانه برای هر یک از آن‌ها در صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول Create وجود خواهد داشت. این روش در مدل‌های بزرگ، برای ویرایش سریع بسیاری از موارد، یا فقط برای گرفتن یک نمای کلی از تمامی ماژول‌های Create موجود به‌صورت یکجا، مناسب است. با راست کلیک در یک سطر از صفحه‌ی گسترده، می‌توانید گزینه‌هایی برای ویرایش آن ماژول از طریق کادر محاوره‌ایی، همانند شکل ۲-۶، داشته باشید. اگر روی فیلد عددی، راست کلیک کنید (در اینجا یا تقریباً در هر جای آرنا)، می‌توانید برای ساختن عبارت‌های پیچیده‌ی جبری و یا منطقی، گزینه‌ی Build Expression را انتخاب نمایید که در آن امکان استفاده از متغیرهای مختلف موجود در آرنا، توزیع‌های احتمال، توابع ریاضی و عملگرها وجود دارد (در مورد Build Expression در بخش‌های ۴-۶ و ۴-۲-۶ بحث خواهیم کرد). شما می‌توانید دامنه‌ی فیلدها را در یک صفحه گسترده با کشیدن میله عمودی جدا کننده آن‌ها به چپ و راست تغییر دهید.

۲-۳-۶ ماژول داده‌ی Entity

یکی از چیزهایی که در ماژول Create ایجاد کردیم، تعریف یک Entity Type بود که آن را Part نامیدیم. با انتخاب ماژول داده‌ی Entity از Project Bar، همانطور که در شکل ۴-۶ می‌بینید؛ صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول Entity مدل‌تان در بخش صفحه گسترده پنجره مدل نشان داده می‌شود. در این بخش می‌توانید شکل یا ظاهر انواع نهادهای ورودی به مدل خود را مشاهده و ویرایش کنید. در شکل ۴-۶، لیست کشویی برای فیلد Initial Picture نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید ما تصمیم گرفته‌ایم وقتی شبیه‌سازی اجرا می‌شود، نهادهای در این مدل Part، همانند یک توپ آبی متحرک نمایش داده شوند. چندین فیلد برای تعریف اطلاعات تصویری مربوط به نهادهای ورودی وجود دارد. اگر در آخرین کادر گزینه‌ی Report Statistics (گزارش آمارها) را علامت بزنید (که به‌طور پیش فرض علامت دار است) در پایان اجرای شبیه‌سازی، گزارش داده‌های آماری مربوط به این نوع از نهادهای (یعنی Part) به شما ارایه خواهد شد؛ از جمله متوسط و حداکثر زمان مشاهده‌ی این نوع از نهادهای در سیستم در طول اجرای شبیه‌سازی. در این مدل تنها یک Entity Type داریم اما اگر در مدل خود چند نوع نهاد داشته باشید، هر یک سطر مربوط به خودش را در صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول داده‌ی Entity خواهد داشت.

| Entity Type | Initial Picture | Holding Cost / Hour | Initial VMA Cost | Initial MVA Cost | Initial Waiting Cost | Initial Travel Cost | Initial Other Cost | Report Statistics |
|-------------|---|---------------------|------------------|------------------|----------------------|---------------------|--------------------|-------------------------------------|
| Part | Picture Blue Page
Picture Boat
Picture Box
Picture Diskette
Picture Email
Picture Envelope | 6.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | ☒ |

شکل ۴-۶ صفحه گسترده Entity برای مدل ۱-۶

۳-۳-۶ ماژول فلوچارت Process

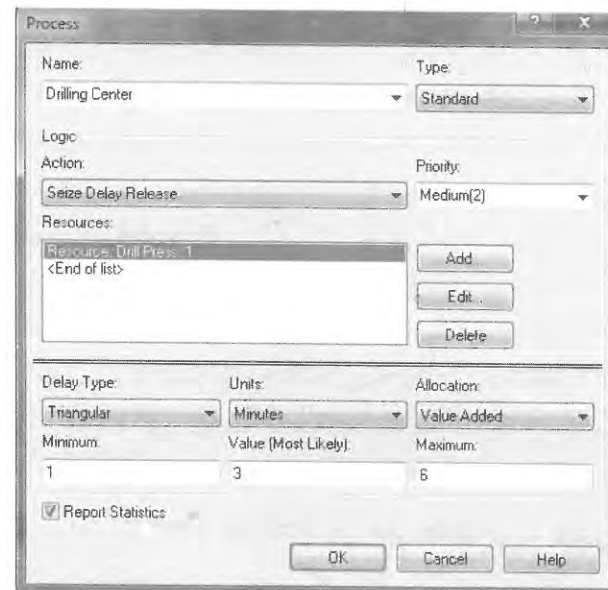
ماژول فلوچارت Process (فرآیند)، که نام آن را در مدل ۱-۶، عبارت Drilling Center انتخاب کرده‌ایم؛ نشان دهنده یک دستگاه است که در بردارنده‌ی منابع، صف و زمان تأخیر نهادهای در آن می‌باشد. روی این ماژول دوبار کلیک کنید. در این‌صورت باید کادر محاوره‌ایی همانند شکل ۵-۶ مشاهده نمایید.

پس از وارد کردن عبارت Drilling Center در کادر Name، به عنوان Type گزینه Standard را انتخاب می‌کنیم. به این معنی که منطق این عملیات، همین‌جا و در ماژول Process تعریف خواهد شد و نه در یک زیر مدل سلسله‌مراتبی. در پایین پنجره این ماژول علامت‌دار کردن کادر Report Statistics موجب می‌شود که در پایان اجرای شبیه‌سازی اطلاعات آماری از قبیل مصرف ورودی‌ها، طول صف و زمان انتظار در صف، گزارش شوند.

قسمت Logic که دارای دو کادر Action و Priority است آنچه را که برای نهادهای در این ماژول اتفاق می‌افتد، مشخص می‌کند.

در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب کرده‌ایم که نشان می‌دهد، می‌خواهیم در این ماژول وقتی نهاد (در مدل فوق Part) وارد شد منبع (Resource) را اشغال (Seize) کند (پس از انتظار مورد قبول در صف)، سپس بر طبق آنچه در بخش بعدی مشخص می‌شود تأخیر (Delay) اتفاق بیفتد و پس از آن نهاد منبع را رها کند (Release) به طوری که سایر نهادهای بتوانند آن را تصاحب کنند. گزینه‌های دیگری که در کادر کشویی Action وجود دارند، عبارتند از: Delay، به این معنی که وقتی نهاد وارد می‌شود بدون استفاده از منبع فقط دچار تأخیر می‌گردد؛ Seize Delay، به این معنی که نهاد وارد شده و منبع را اشغال می‌کند اما آن را رها نمی‌کند و فرض بر این است که منبع را در جای دیگری از مدل رها خواهد کرد؛ Delay Release، به این معنی که منبع پیش از این

اشغال شده و اکنون باید رها گردد. چندین ماژول Process می تواند برای نشان دادن طیف گسترده ای از فعالیت ها با هم یک زنجیره تشکیل دهند.



شکل ۵-۶ کادر محاوره ای Process برای مدل ۱-۶

شما می توانید اولویت های^۱ مختلفی را برای نهادها در تصاحب کردن منابع مشخص کنید. اینجا و در جاهای دیگر آرنا، اعداد پایین تر به معنی اولویت بالاتر می باشند. در این مدل در کادر Priority گزینه Medium(2) انتخاب شده است.

تعریف منابع برای تصاحب یا رها کردن آن ها در کادر Resources انجام می گیرد. برای اضافه کردن یک منبع به این لیست روی Add کلیک کنید. شما می توانید یک سطر منبع خاص را با دوبار کلیک روی همان سطر، تعریف یا ویرایش کنید یا این که آن را انتخاب نمایید و سپس روی گزینه Edit کلیک کنید تا کادر محاوره ای منابع، همانند شکل ۶-۶، گشوده شود. پس از کلیک بر روی گزینه Add، می توانید نام منبع^۲ و کمیت^۳ منبعی را که نهادها تصاحب و یا آن را رها خواهند کرد، مشخص کنید (این موضوع هنگامی که تعداد واحدهای منابع موجود را تعیین کرده اید- که در زمینه فیلد Capacity ماژول داده Resource انجام می شود و بعداً

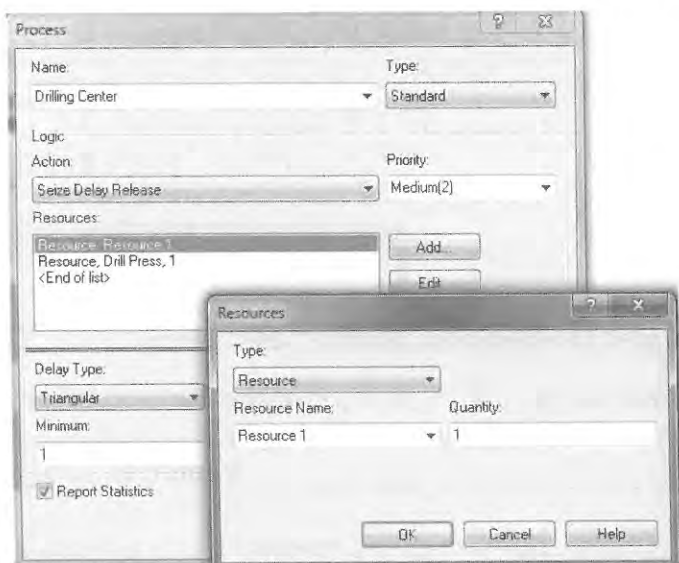
1- Priorities

2- Resource name

3- Quantity

مورد بحث قرار خواهد گرفت- وجود ندارد). لیست کردن بیش از یک منبع به این معنی است که نهادها باید مقدار مشخص شده از هر منبع را قبل از شروع فرآیند تصاحب کنند؛ مانند یک دستگاه و دو اپراتور و همچنین نهادها مقدار مشخص شده از منابع مربوطه را رها می کنند.

در پنجره ای ماژول Process در شکل ۵-۶، کادر لیست کشویی Delay Type را مشاهده می کنید. این کادر سه توزیع احتمال (نرمال، مثلثی و یکنواخت)، یک توزیع ثابت^۱ و یک Expression را ارائه می دهد. فیلد Units واحد زمان برای مدت زمان تاخیر و فیلد Allocation چگونگی محسوب کردن این تاخیر را مشخص می کند. فیلدهای سطر بعدی برای تنظیم اطلاعات مربوط به توزیع احتمال تعیین شده در کادر Delay Type می باشد. توجه داشته باشید انتخاب گزینه Expression در کادر Delay Type به شما اجازه انعطاف پذیری زیادی را در تعریف مدت زمان تاخیر می دهد؛ از جمله استفاده از تمامی توزیع های احتمالی دیگری که در آرنا موجود است؛ راست کلیک کردن در فیلد Expression به شما اجازه می دهد کادر Expression Builder را گشوده و در آنجا عبارت های مورد نظرتان را بسازید (بخش های ۴-۶ و ۱۰-۶ را ببینید).



شکل ۶-۶ کادر محاوره ای Resources برای مدل ۱-۶

کادر محاوره‌ای ماژول Process را با استفاده از دکمه Cancel ببندید. باز هم، اگر می‌خواهید تغییراتی که اعمال کرده‌اید حفظ شود، می‌توانید روی گزینه‌ی OK کلیک کنید.

| Name | Type | Action | Priority | Resource | Delay Type | Units | Allocation | Minimum | Value | Maximum | Report Statistics |
|-----------------|----------|---------------------|-----------|----------|------------|---------|-------------|---------|-------|---------|-------------------------------------|
| Drilling Center | Standard | Seize Delay Release | Medium(2) | 1 rows | Triangular | Minutes | Value Added | 1 | 5 | 6 | ☒ |

شکل ۶-۷ صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول Process برای مدل ۱-۶

شکل ۶-۷ صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول Process را نشان می‌دهد. خواهید دید اگر هر یک از ماژول‌های Process را در بخش فلوجارت مدل، یا در نوار پروژه انتخاب کنید؛ یک کادر کشویی برای تعیین نوع تاخیر نشان داده می‌شود (نوع تاخیر را در مدل ۱-۶ توزیع Triangular انتخاب کرده‌ایم). اگر در مدل خود ماژول‌های Process متعددی داشته باشید، یک سطر برای هر یک از آن‌ها در صفحه‌ی گسترده‌ی Process وجود خواهد داشت. همانند ماژول‌های Create، این روش یک راه جایگزین برای نمایش هم‌زمان و ویرایش فیلدهای مختلف این ماژول‌ها فراهم می‌کند. اگر بر روی دکمه "1 Rows" در فیلد Resources کلیک کنید، صفحه‌ی گسترده‌ی ثانویه‌ای ظاهر می‌شود (شکل ۸-۶ را ببینید) که به شما اجازه ویرایش، اضافه کردن و حذف کردن منابع را می‌دهد که معادل است با کادر محاوره‌ای Resources در شکل ۶-۶ (باید روی دکمه X در بالای سمت راست صفحه‌ی گسترده‌ی ثانویه‌ی Resources کلیک کنید تا آن را ببندید).

| Type | Resource Name | Quantity |
|----------|---------------|----------|
| Resource | Drill Press | 1 |

شکل ۸-۶ صفحه‌ی گسترده‌ی ثانویه Resources در صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول Process برای مدل ۱-۶

۴-۳-۶ ماژول داده‌ی Resource

وقتی یک منبع مانند آنچه در ماژول Process برای مدل ۱-۶ انجام شد، تعریف می‌کنید (در مدل ۱-۶، نام منبع را Drill Press گذاشتیم)، به‌طور خودکار برای آن در ماژول داده‌ی Resource یک ورودی ساخته می‌شود. با یک مرتبه کلیک بر روی این ماژول در نوار پروژه، صفحه‌ی گسترده‌ی Resource مانند شکل ۹-۶ نمایش داده می‌شود. این صفحه‌ی گسترده به شما اجازه می‌دهد ویژگی‌های هر منبع را در مدل خود تعیین کنید. مانند این‌که بر طبق

برنامه، ظرفیت این منبع ثابت^۱ است یا متغیر^۲ است (در لیست کشویی Type که در شکل ۶-۹ نشان داده شده، ظرفیت متغیر ثابت انتخاب شده است). همچنین می‌توانید موجب شوید بر طبق برخی از الگوها در منبع نقص^۳ ایجاد گردد؛ روی دکمه "0 rows" در زیر ستون Failures کلیک کنید تا یک صفحه‌ی گسترده‌ی ثانویه برای آن باز شود (الگوی کمبود^۴ در ماژول داده Failure در پانل Advanced Process تعریف می‌شود. این پانل را می‌توانید به Project Bar ضمیمه کنید).

| Name | Type | Capacity | Busy / Hour | Idle / Hour | Per Use | StateSet Name | Failures | Report Statistics |
|-------------|----------------|----------|-------------|-------------|---------|---------------|----------|-------------------------------------|
| Drill Press | Fixed Capacity | 1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | | 0 rows | ☒ |

شکل ۹-۶ صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول داده‌ی Resource برای مدل ۱-۶

۵-۳-۶ ماژول داده‌ی صف^۵

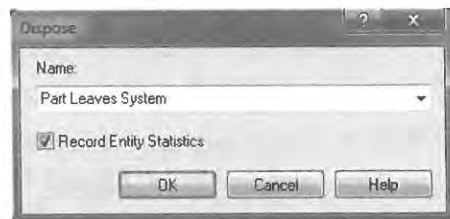
اگر منبع Drill Press هنگامی که یک نهاد به ماژول Process وارد می‌شود مشغول^۶ باشد، نهاد مورد نظر در صف قرار می‌گیرد. اگر بر روی ماژول داده Queue در نوار پروژه یک مرتبه کلیک کنید صفحه‌ی گسترده‌ی مربوط به آن را همانند شکل ۱۰-۶ مشاهده خواهید کرد. در این قسمت همان‌طور که در لیست کشویی Type در شکل ۱۰-۶ نشان داده شده (گزینه‌ی First in First Out فرض است که در این مدل نیز همین گزینه انتخاب شده است). می‌توانید ظاهر صف‌ها و نظم و ترتیبی را که برای ورود نهادها از صف به منبع در نظر دارید، کنترل کنید (در این مدل تنها یک صف با نام Drilling Center.Queue داریم). برای مثال می‌توانید صف را با توجه به برخی از ویژگی‌های نهادهایی که در آن قرار می‌گیرند رتبه‌بندی نمایید. اگر گزینه Lowest Attribute Value را انتخاب کنید، صف به ترتیب افزایش مقدار برخی از ویژگی‌ها رتبه‌بندی خواهد شد. با انتخاب این گزینه یک فیلد اضافی با عنوان Attribute Name در نمایش صفحه گسترده‌ی این صف ایجاد خواهد شد که باید ویژگی مورد استفاده را برای رتبه‌بندی، در آن فیلد مشخص کنید.

- 1- Capacity is fixed
- 2- Capacity is varies
- 3- Failures
- 4- Failure pattern
- 5- Queue data module
- 6- Busy

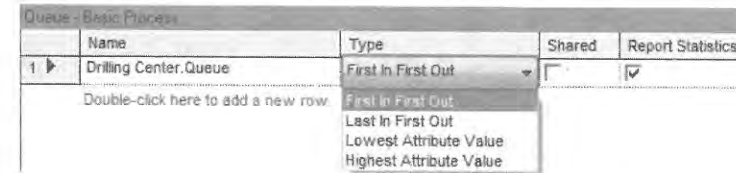
یک انیمیشن منبع^۱ است و ظاهر آن در طول شبیه‌سازی بسته به اینکه منبع Drill Press در حال درجا کار کردن^۲ و یا مشغول به کار^۳ باشد، تغییر می‌کند. این بخش از طریق ماژول Process قابل دسترس نیست؛ بلکه ما آن را از طریق دکمه Resource (🔧) در نوار ابزار Animate به مدل خود اضافه می‌کنیم. روی آیکون 🏠 دوبار کلیک کنید تا کادر محاوره‌ای تصویر جایگزین منبع^۴ را همانند شکل ۱۱-۶ ببینید. در این بخش می‌توانید تصاویر مورد نظر خود را از کتابخانه‌ها انتخاب کنید (فایل‌های با پسوند .plb که معمولاً در فولدر Arena 13.5 موجود هستند). این عمل موجب می‌شود منبع با توجه به وضعیت خود، انیمیشن‌های مختلفی داشته باشد. در مورد انیمیشن منبع در بخش ۶-۴-۸ و ۶-۳-۳، پس از آن که توانستید ایده‌هایی در مورد چگونگی انجام این کارها به‌دست آوردید، بحث خواهیم کرد.

۶-۳-۷ ماژول فلوچارت Dispose

ماژول Dispose نشان دهنده خروج نهادها از مرزهای مدل می‌باشد. روی نام آن دوبار کلیک کنید تا کادر محاوره‌ای مانند شکل ۱۲-۶ را ببینید. صفحه‌ی گسترده‌ی Dispose در شکل ۱۳-۶ نشان داده شده است. در اینجا کار زیادی برای انجام ندارید؛ بجز اینکه به ماژول یک نام توصیفی بدهید (در این مدل نام Part Leaves System انتخاب شده) و در مورد ثبت (یا عدم ثبت) آمارهای مربوط به خروج نهادها از سیستم با علامت‌دار کردن (یا حذف علامت) گزینه Record Leaves System، تصمیم بگیرید؛ برخی از این آمارها عبارتند از: میانگین و ماکزیمم زمان حضور نهادها در سیستم که از طریق این ماژول خارج می‌شوند.



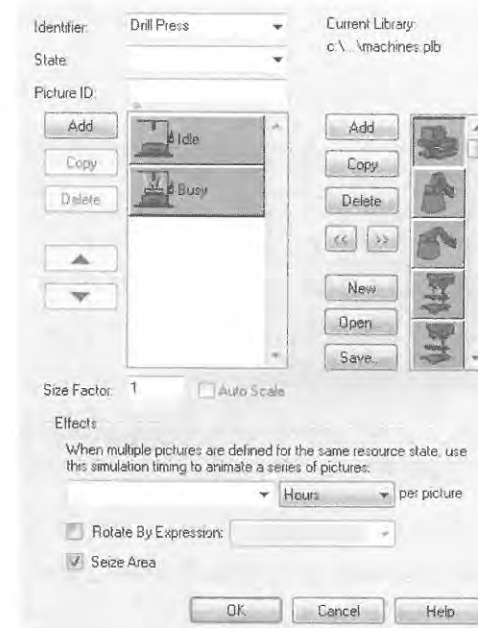
شکل ۱۲-۶ کادر محاوره‌ای ماژول Dispose برای مدل ۱-۶



شکل ۱۰-۶ صفحه‌ی گسترده‌ی ماژول داده‌ی Queue برای مدل ۱-۶

۶-۳-۶ انیمیشن منابع و صف‌ها

در هنگام بحث در مورد صف، شاید به نماد  درست در بالای ماژول Process در نمایش فلوچارت مدل، توجه کرده باشید. این جایی است که نهادها در صف به صورت انیمیشنی نمایش داده خواهند شد و ماژول Process هنگامی این نمای گرافیکی را به‌دست می‌آورد که ما آن نهادهایی که می‌خواهیم یک منبع را تصاحب کنند مشخص کنیم.



شکل ۱۱-۶ کادر محاوره‌ای Resource Picture Placement برای مدل ۱-۶

بدون شک تا کنون و در چندین مرتبه مشاهده‌ی فلوچارت مدل ۱-۶، به تصویر  در بالای سمت راست ماژول Process و بعد از موقعیت نماد صف  (توجه کرده‌اید. این

1- Resource animation

2- Idle

3 - Busy

4- Resource picture placement dialog box

| Dispose Part Function | | |
|-----------------------|--------------------|-------------------------------------|
| | Name | Record Entity Statistics |
| 1 ▶ | Part Leaves System | ☒ |

شکل ۶-۱۳ صفحه‌ی گسترده‌ی Dispose برای مدل ۶-۱

۶-۳-۸ اتصال ماژول‌های فلوچارت

ماژول‌های Create، Process و Dispose، توسط خطوطی که Connection نامیده می‌شوند، به یکدیگر متصل هستند. این عمل دنباله‌ای می‌سازد که در آن تمام قطعه‌ها از یک ماژول فلوچارت به سمت ماژول دیگر حرکت خواهند کرد. برای ایجاد این اتصال‌ها، روی گزینه‌ی Connect (🔗) کلیک کنید یا به‌طور معادل از مسیر Object > Connect استفاده کنید. این عمل، نشانگر ماوس را به cross hairs تغییر می‌دهد. روی نقطه خروج (▶) از ماژول مبدأ^۱ و در نهایت روی نقطه ورود (■) از ماژول مقصد^۲ کلیک نمایید (اگر می‌خواهید این اتصال به شکل یک رشته از قطعه خط‌ها باشد، می‌توانید کلیک‌های میان مرحله‌ای کنید). وقتی که از ارتفاع بالاتری به مدل نگاه می‌کنید (در بزرگ‌نمایی کم‌تری هستید)، ممکن است این نقاط خروج و ورود بسیار کوچک به نظر برسند؛ برای کمک به شما در کلیک کردن بر روی آن‌ها، آرنا یک کادر سبز رنگ برای نقطه خروج و همچنین یک کادر قرمز رنگ برای نقطه ورود مشخص می‌کند که می‌توانید به راحتی بر روی آن‌ها کلیک نمایید.

اگر باید تعداد زیادی ماژول را به هم متصل کنید (ممکن است در مدلی که ساخته‌اید تعداد ماژول‌ها زیاد باشد)؛ پس از هر اتصال در یک فضای خالی از قسمت فلوچارت پنجره‌ی مدل، راست کلیک کرده؛ از منوی که باز می‌شود، گزینه‌ی Repeat Last Action را انتخاب نمایید تا بتوانید عمل قبلی خود را بار دیگر تکرار کنید. همچنین اگر واقعا باید تعداد بسیار زیادی ماژول را به هم متصل نمایید، می‌توانید روی دکمه Connect دوبار کلیک کنید (یا اینکه عمل Object > Connect را دوبار انجام دهید) تا در دسر راست کلیک کردن‌های مداوم و استفاده از منو را نداشته باشید. وقتی کار اتصال ماژول‌ها را به پایان رساندید و می‌خواهید از وضعیت Connect خارج شوید، کافی است راست کلیک کنید یا کلید Escape (Esc) را فشار دهید.

1- Source module

2- Destination module

اگر گزینه‌ی Auto-Connect را از مسیر Object > Auto-Connect علامت‌دار شود؛ آرنا به طور خودکار نقطه‌ی ورود ماژولی که تازه در مدل خود قرار داده‌اید را به نقطه‌ی خروج هر ماژول خارج از اتصال، که هنگام قرار دادن ماژول جدید آن را انتخاب کرده‌اید، متصل می‌کند.

اگر گزینه‌ی Smart Connect از مسیر Object > Smart Connect علامت‌دار شود؛ خطوط متصل کننده‌ی جدید به جای آنکه در جهت‌های آزاد و به‌صورت مورب و قطری بر اساس مکان ماژول‌ها ایجاد شوند تنها در جهت‌های افقی و عمودی منظم ایجاد می‌شوند (مگر اینکه در حال ترسیم اتصال بین ماژول‌ها کلیک‌های میان مرحله‌ای انجام دهید؛ در این صورت نقاط و خطوط اتصال مورب و قطری خواهید داشت). این عمل بیشتر برای مرتب کردن خطوط اتصال بین ماژول‌ها انجام می‌گیرد و تاثیری بر عملکرد و نتایج مدل ندارد.

اگر گزینه‌ی Animate Connectors از مسیر Object > Animate Connectors علامت‌دار شود (یا به‌طور معادل بر روی Animate Connectors (🔄) کلیک نمایید)؛ آرنا در هنگام اجرای شبیه‌سازی، جابجایی نماد تصویری نهادها (در مدل ما، توپ‌های آبی رنگ) را بین خطوط متصل کننده‌ی ماژول‌ها نمایش خواهد داد. این ویژگی تنها به شما کمک می‌کند که بدانید در طول اجرای شبیه‌سازی این جابه‌جایی‌ها صورت می‌گیرند.

۶-۳-۹ نمودارهای پویا^۱

در مدل ۶-۱، دو نمودار از طریق دکمه Plot (📊) موجود در نوار ابزار Animate ایجاد شده است. هنگامی که شبیه‌سازی اجرا می‌شود این نمودارها به صورت پویا رسم می‌شوند اما پس از اجرا ناپدید می‌شوند.

روی نمودار بالایی دوبار کلیک کنید (این نمودار برای نمایش طول صف می‌باشد) تا کادر محاوره‌ی Plot که آن را در سمت چپ شکل ۶-۱۴ مشاهده می‌کنید، باز شود. در پنجره‌ی Expressions، فقط یک ورودی داریم؛ بنابراین در این نمودار تنها یک منحنی خواهیم داشت. با کلیک بر روی گزینه‌ی Add از کادر محاوره‌ی Plot، کادر محاوره‌ی دیگری با نام Plot Expression گشوده می‌شود (مانند کادر سمت راست شکل ۶-۱۴) که در کادر Expressions آن عبارت NQ(Drilling Center.Queue)، به معنی تعداد نهادها در این صف، را وارد کرده‌ایم. آرنا در طول اجرای شبیه‌سازی این تعداد را به‌طور خودکار به روز رسانی

1- Dynamic plots

می‌کند. با راست کلیک در کادر Expressions می‌توانید از قابلیت بخشی به نام Arena Expression Builder برای کمک در ساختن چنین عبارت‌هایی استفاده کنید (در مورد expression builder در بخش‌های ۴-۶ و ۷-۴ مطالب بیشتری آمده است).



شکل ۱۴-۶ کادرهای محاوره‌ای Plot و Plot Expression برای نمودار طول صف در مدل ۱-۶

در کادر محاوره‌ای Plot، روی عبارت NQ(Drilling Center.Queue) دوبار کلیک نمایید (یا این عبارت را انتخاب کرده و روی گزینه Edit کلیک کنید) تا کادر محاوره‌ای Plot Expression نمایش داده شود. کادر Minimum بیانگر کمترین مقدار روی محور Y و کادر Maximum بیانگر بیشترین مقدار روی محور Y است که می‌خواهیم برای این منحنی اختیار کنیم. می‌دانیم که در آغاز اجرای شبیه‌سازی هیچ قطعه‌ای در فرآیند مدل وجود ندارد؛ بنابراین روشن است که Minimum باید مقدار 0 انتخاب شود. با این حال، مقدار Maximum را تقریباً حدس می‌زنیم؛ البته ممکن است این مقدار پس از اجرای مدل ساخته شده و دیدن حداکثر واقعی طول صف، تنظیم شود. اگر مقدار Maximum را بسیار بیشتر حدس زده باشید آن را کاهش می‌دهید و اگر این مقدار را کمتر حدس زده باشید آن را افزایش می‌دهید (آرنا می‌تواند این درجه‌بندی را به‌طور خودکار نیز انجام دهد که در مورد آن در ادامه بحث خواهیم نمود).

کادر History Points # نشان دهنده‌ی حداکثر تعداد گوشه‌هایی در نمودار است که می‌خواهید برای هر زمان داده شده قرار دهید. اگر مشاهده کنید که در هنگام اجرای شبیه‌سازی نمودار از سمت چپ ناپدید شده است؛ باید این مقدار را افزایش دهید. چون این نمودار نشان دهنده‌ی طول صف است بنابراین به شکل قطعه قطعه ثابت خواهد بود، در نتیجه نمای ظاهری Stepped (پله‌ای) مناسب می‌باشد. دکمه‌ی Color در کادر محاوره‌ای Plot Expression اجازه می‌دهد رنگ منحنی را تغییر دهید (ما رنگ مشکی را انتخاب کرده‌ایم)؛ این ویژگی هنگامی که می‌خواهید منحنی‌های مختلف برای چند Expression متفاوت در یک دستگاه مختصات رسم شود، مفید است. کادر محاوره‌ای Plot Expression با استفاده از دکمه Cancel آن بسته می‌شود و به کادر محاوره‌ای Plot برمی‌گردید.

اکنون به کادر محاوره‌ای Plot برمی‌گردیم. ما در کادر Time Range مقدار ۲۰ را وارد کرده‌ایم که اجازه می‌دهد در تمام ۲۰ دقیقه طول اجرای شبیه‌سازی، اتاق بر روی محور X نمودار باشد (واحدهای زمانی که در اینجا به دقیقه هستند، در قسمت Base Time Units مشخص می‌شوند و در بخش ۶-۳-۱۱ مورد بحث قرار خواهند گرفت). از آنجایی که این به اندازه کافی برای تمام اجرا گسترده است، برای Refresh گزینه None را انتخاب کرده‌ایم (تکه‌های تحت Refresh نمودار بخش‌هایی از نمودار هستند که به لبه‌های سمت چپ تغییر مکان می‌دهند بنابراین نیاز است که تا برای آن‌ها مکان بیشتری لبه سمت راست بسازد). ما با یک ایجاد یک Bounding Box (کادر محدود کننده) در اطراف Border (حاشیه‌ها یا کناره‌های نمودار) احساس اطمینان بیشتری می‌کنیم و برای آنکه سطح زیر منحنی را با یک رنگ پر کنیم گزینه‌ی Fill Area را علامت‌دار کرده‌ایم. اگر منحنی‌های متعددی را در یک گراف رسم کرده باشیم، می‌توانیم آن‌ها را روی محور مشترک Y بوسیله تایید گزینه synchronize min and max و وارد کردن حدس‌های خود برای Minimum و maximum برای همه منحنی‌ها درجه‌بندی کنیم در این حالت اگر در ادامه گزینه y-label را علامت بزیم، می‌توانیم گزینه auto scale را انتخاب کنیم برای آنکه آرنا در صورت نیاز برای همه منحنی‌ها درجه‌بندی محور Y را تغییر دهد، و در آن صورت حدس‌های ما در مورد اکسترمم‌ها فقط مقادیر اولیه خواهد بود (این کار حتی اگر شما فقط یک منحنی رسم کرده باشید انجام می‌شود). شما می‌توانید یک title را به طرح خود اضافه کنید؛ فیلدها در آن ناحیه باید بی‌نیاز به توضیح^۱ باشند (شاید به جز Percent Height، که درصدی از ارتفاع کل طرح است که توسط Title اختیار است). گزینه X-Labels مقادیر اکسترمم محور X را برچسب

خواهد زد، اما ما در بخش ۳-۶-۱۰ برجسب سفارشی خودمان را انجام می‌دهیم؛ گزینه Y-Labels روی محور عمودی کمترین و بیشترین مقادیر بدست آمده بوسیله منحنی (ها) در این طرح را نشان می‌دهد. دکمه‌های border, area و fill area در زیر طرح و کمی در سمت راست به شما اجازه می‌دهند برای این عناصر رنگ‌هایی انتخاب کنید (ما رنگ خاکستری روشن را برای پیش زمینه، رنگ خاکستری تیره را برای پر کردن منطقه زیر منحنی و رنگ سیاه را برای مرز انتخاب کرده‌ایم). برای بستن این کادر محاوره‌ای روی cancel کلیک کنید.

اندازه طرح با کشیدن دستگیره‌ها^۱ در مرزها تعیین می‌شود. روی طرح کلیک کنید (یکبار) و سعی کنید این کار را انجام دهید (نگران نباشید، امکان بازگشت^۲ وجود دارد). در واقع، شما باید پس از تکمیل کردن محاوره‌ها یک اندازه اولیه برای طرح تعیین کنید، اما بعداً می‌توانید آن را تغییر دهید، و همچنین می‌توانید با کشیدن آن به اطراف مکانش را تغییر دهید.

کادرهای محاوره‌ای Plot و plot expression برای drill press: تعداد طرح‌های مشغول مشابه‌اند، بنابراین ما نمی‌خواهیم وارد جزئیات آنها شویم (اما شما آنها را باز کنید و به آنها نگاهی بیندازید). تنها مورد واقعاً متفاوت آن است که expression ما می‌خواهیم مقدارش را روی محور Y رسم کنیم NR (drill press) است، که می‌دانیم همواره یا صفر است یا یک، بنابراین ما مقدار maximum را در کادر محاوره ای plot expression، 2 تعیین کرده ایم تا یک گراف جذاب و با سلیقه بسازیم. مانند قبل، ما در کادر expression از کادر محاوره ای plot expression از expression builder استفاده کرده ایم برای آنکه نام درست و منظم داشته باشد.

۳-۶-۱۰ پوشاندن چیزها

برجسب‌های مختلفی در پنجره‌ی مدل ۶-۱ وجود دارد؛ از جمله برجسب مربوط به عنوان مدل که در بالای سمت چپ پنجره‌ی مدل قرار دارد و برجسب‌های عددی مربوط به محورهای مختصات که در کنار نمودارهای پویا قرار دارند. این برجسب‌ها از طریق دکمه **(A) Text** موجود در نوار ابزار Draw ایجاد می‌شوند. شما می‌توانید گزینه‌های معمول مانند نوع فونت، اندازه و سبک آن را از طریق این نوار ابزار کنترل کنید. برای رفتن به یک سطر جدید در متن از کلیدهای **Ctrl+Enter** استفاده نمایید. برای تغییر رنگ متن، متن را انتخاب (روی آن یکبار

1- Handles

2- Undo

کلیک کنید) و از دکمه **Text Color** (A) استفاده کنید تا رنگ فعلی خط زیر این دکمه به عنوان رنگ متن انتخاب شود (در این حالت باید روی A کلیک نمایید که در حال حاضر رنگ خط زیر آن مشکی است؛ بنابراین با کلیک بر روی A رنگ متن انتخاب شده نیز مشکی می‌گردد). برای انتخاب یک رنگ متفاوت، روی V کلیک کنید و از پنجره‌ای که گشوده می‌شود رنگ مورد نظرتان را انتخاب کنید. این عمل باعث می‌شود رنگ خط زیر دکمه **Text Color** (A) نیز تغییر کند. همچنین می‌توانید با انتخاب متن و سپس کشیدن^۱ خط نواری زیر آن، اندازه متن را تغییر داده یا آن را بچرخانید.

همچنین نوار ابزار Draw گزینه‌هایی مانند کادرهای چهار گوشه‌ای^۲، بیضی^۳، چند ضلعی^۴ و خطوط^۵ و همچنین منوهای برای کنترل رنگ و سبک آن‌ها دارد که می‌توانید بسته به خلاقیت هنری و استعداد خود از آن‌ها برای زیباتر کردن مدل‌تان استفاده نمایید. کادر سایه‌دار زرد رنگ عنوان مدل، در قسمت بالای سمت چپ پنجره‌ی مدل با استفاده از امکانات همین نوار ابزار ایجاد شده است. نوار ابزار Arrange و منوهای که در آن‌ها دکمه و دستوراتی وجود دارند به شما اجازه می‌دهند اشیاء را دستکاری کنید. مانند دسته بندی^۶، به این سو و آن سو بردن^۷، ارسال یک شیء رسم شده به پشت یا جلوی یک مجموعه از اشیاء و به همین ترتیب. در بخش‌های ۶-۶-۲ و ۶-۶-۳ در مورد کارهای هنری بیشتر صحبت خواهیم کرد.

۳-۶-۱۱ تنظیم شرایط اجرا

گزینه‌هایی مانند طول اجرا و تعداد تکرارها از طریق **Run > Setup** تنظیم می‌شوند که یک کادر محاوره‌ای با پنج صفحه‌ی جدول بندی شده را به شما ارائه می‌کند. در شکل ۶-۱۵ بخشی از پنجره‌ی Project Parameters را مشاهده می‌کنید که در آن کادرهایی مانند Project Title، Analyst Name و Project Description وجود دارد؛ در قسمت Statistics Collection این پنجره، انواع عملکردهای خروجی^۸ که می‌خواهیم بعداً در مورد آن‌ها به ما گزارش داده شود را انتخاب کرده‌ایم. همچنین یک متن توضیحی کوتاه را

1- Dragging

2- Boxe

3- Ellipse

4- Polygon

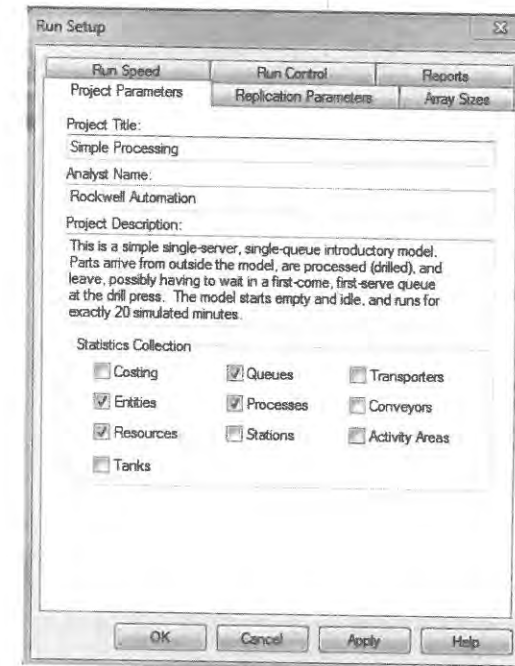
5- Lines

6- Grouping

7- Flipping

8- Performance measures

در مورد پروژه‌ی خود، از طریق کادر Project Description در داخل مدل مستند سازی کرده‌ایم.

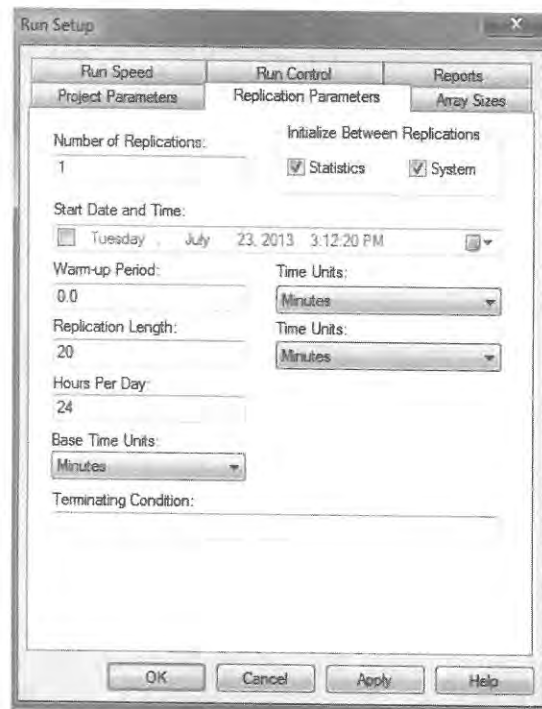


شکل ۱۵-۶ کادر محاوره‌ای Project Parameters از مسیر Run > Setup برای مدل ۱-۶

شکل ۱۶-۶ گزینه‌های موجود در بخش Replication Parameters پنجره‌ی Run Setup را نشان می‌دهد. از طریق این بخش گزینه‌های مربوط به تعداد دفعات اجرا(ها) کنترل می‌گردد. در فیلد Number of Replications بطور پیش فرض تعداد تکرارها ۱ مرتبه انتخاب شده است (فعلا در این مدل همین تعداد تکرار را پذیرفته‌ایم). بخش مربوط به تعیین تاریخ و زمان شروع شبیه‌سازی کادر Start Date and Time است که در حال حاضر بر اساس تاریخ و ساعت فعلی کامپیوتر شما تنظیم شده است. همچنین می‌توانید یک دوره برای آماده سازی در شروع هر تکرار از طریق کادر Warm-up Period تعیین کنید؛ پس از آن تمامی انباشتگرهای آماری^۱ خالی می‌شوند تا امکان حذف شدن اثرات احتمالا ناهنجار شرایط اولیه فراهم شود. همان طور که در شکل ۱۶-۶ مشاهده می‌کنید برای طول هر تکرار در کادر Replication Length عدد ۲۰ و برای این عدد واحد زمان را دقیقه انتخاب کرده‌ایم. طول

1- Statistical accumulators

روز در کادر Hours Per Day بطور پیش فرض ۲۴ ساعت می‌باشد (می‌توانید در این کادر بر طبق شرایط مدل خود طول یک روز کاری را ۸ ساعت، ۱۲ ساعت و ... نیز انتخاب کنید). در کادر Base Time Units واحد زمان، که خروجی‌ها بر پایه آن گزارش خواهند شد مشخص می‌گردد. همچنین این واحد زمانی، چگونگی تفسیر برخی ورودی‌های عددی بر پایه زمان توسط آرنا، را تعیین می‌نماید (مانند Time Range در کادر محاوره‌ای Plot در شکل ۱۴-۶). کادر Terminating Condition به شما اجازه می‌دهد معیارهای توقف^۱ چندگانه یا وابسته به شرایط^۲ را مشخص کنید. در هر حال مدل ۱-۶، به سادگی در دقیقه ۲۰ شبیه‌سازی به پایان می‌رسد. کادر محاوره‌ای Run Setup را با استفاده از گزینه‌ی Cancel ببندید.



شکل ۱۶-۶ کادر محاوره‌ای Replication Parameters از مسیر Run > Setup برای مدل ۱-۶

در هر مدل آرنا باید چگونگی توقف اجرا نیز مشخص گردد. در حقیقت این قسمتی از مدل‌سازی است. آرنا شامل هیچ نوع پیش فرضی برای توقف نیست. در واقع اجرای شبیه‌سازی

1- Termination rules

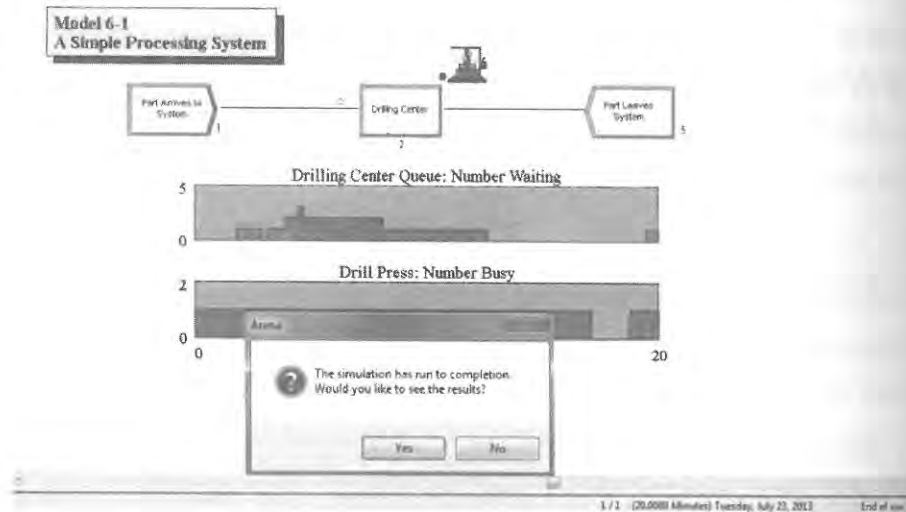
2- State-dependent

تا زمانی که برای متوقف کردن آن دخالت نکنید ادامه می‌یابد. در بخش ۶-۸ نشان خواهیم داد که چگونه می‌توانید در اجرا وقفه ایجاد نمایید و یا در صورت نیاز اجرا را متوقف سازید.

۶-۳-۱۲ اجرای مدل

برای اجرای مدل روی دکمه Go (▶) در نوار ابزار Standard کلیک نمایید (یا از مسیر جایگزین Run > Go یا فشار دادن کلید F5 استفاده کنید). توجه کنید که دکمه‌های این بخش شبیه دکمه‌های پخش‌کننده ویدئو هستند. در اولین مرتبه‌ی اجرا یک مدل (و پس از آن که تغییری در مدل ایجاد می‌نمایید)، آرنا مدل را برای یافتن خطاهای احتمالی بررسی می‌کند (می‌توانید این کار را با فشار دادن دکمه ✓ در نوار ابزار Run Interaction، یا از طریق مسیر Run > Check Model یا کلید F4 نیز انجام دهید). اگر خطایی در مدل موجود باشد، اخطار وجود خطا داده می‌شود و راهنمایی‌هایی برای پیدا کردن و تصحیح آن‌ها ارائه می‌گردد. پس از آن می‌توانید اجرای انیمیشن مدل را تماشا نمایید. در طول اجرا، نهادها یا قطعات ورودی و خروجی (Part یا همان توپ‌های آبی رنگ)، تغییرات ظاهری منبع (Resource Picture) هنگامی که وضعیت منبع بین حالت‌های Idle و Busy تغییر می‌کند، تغییرات در صف (Queue) هنگامی که نهادها وارد و یا از آن خارج می‌شوند، ساعت دیجیتالی شبیه‌سازی در Status Bar و نمودارهای رسم شده را مشاهده خواهید نمود. شمارنده‌ی نزدیک به ماژول‌های فلوچارت، بسته به نوع ماژول مقادیر مختلفی را نشان می‌دهند. این شمارنده برای ماژول Create تعداد نهادهایی که ایجاد شده‌اند؛ برای ماژول Process تعداد نهادهایی که در حال حاضر در این فرآیند وجود دارند (نهادهای در حال سرویس بعلاوه‌ی نهادهایی که در صف آن قرار دارند) و برای ماژول Dispose تعداد نهادهایی که سیستم را ترک کرده‌اند را نشان می‌دهد. راه‌های دیگری نیز برای اجرای مدل وجود دارد که در مورد برخی از آن‌ها در بخش ۶-۸ بحث خواهیم کرد.

وضعیت نهایی مدل ۶-۱ پس از اجرای آن باید چیزی شبیه به شکل ۶-۱۷ باشد؛ مگر آنکه موقعیت کادر محاوره‌ای آرنا را تغییر داده باشیم. زمان در Status Bar در مقدار نهایی خود (۲۰ دقیقه) ثابت نگه داشته شده و می‌بینیم که در آن نقطه وضعیت Resource در حالت Busy قرار دارد.



شکل ۶-۱۷ انیمیشن وضعیت پایانی مدل ۶-۱

در کادری که پس از پایان اجرا ظاهر می‌شود؛ این سوال پرسیده شده که آیا مایلید خلاصه نتایج را مشاهده کنید؟ این نتایج را در بخش ۶-۳-۱۳ بررسی می‌کنیم. پس از آنکه این گزارش را مشاهده کردید (یا اگر آن را انتخاب نکرده باشید)، پنجره مدل در وضعیت تعلیق قرار می‌گیرد و نمی‌توانید چیزی را در آن ویرایش کنید. چون هنوز در حالت اجرای مدل قرار دارید، که به شما فرصتی برای نگاه کردن به نمودارها و وضعیت نهایی انیمیشن می‌دهد. برای خارج شدن از حالت اجرا و برگشت به حالتی که قادر به ویرایش باشید، روی End (■) کلیک کنید.

۶-۳-۱۳ مشاهده گزارش‌ها

اگر مایلید اکنون نتایج عددی را مشاهده کنید، روی گزینه‌ی Yes در کادری که پس از پایان اجرای شبیه‌سازی ظاهر می‌شود کلیک کنید (این پنجره را در شکل ۶-۱۷ ببینید). این عمل باعث می‌شود یک پنجره جدید شامل گزارش نتایج اجرای شبیه‌سازی گشوده شود. نوار پروژه در حال حاضر پانل Reports را نمایش می‌دهد که می‌توانید لیست گزارش‌های مختلف را در آن ببینید؛ از جمله Category Overview، Category by Replications و Resources. با کلیک بر روی هر یک از این گزارش‌ها یک پنجره‌ی گزارش جداگانه باز می‌شود. فراموش نکنید پس از مطالعه‌ی هر گزارش، پنجره‌ی مربوط به آن را ببندید چون اگر بدون انجام این کار به مدل برگردید این پنجره‌ها بسته نخواهند شد؛ در این صورت اگر

بخواهید تغییری در مدل خود ایجاد و سپس دوباره آن را اجرا کنید، ممکن است با چندین پنجره‌ی گزارش مختلف روبه‌رو شوید و تعیین اینکه کدام یک از آن‌ها مربوط به مدل مورد نظرتان است می‌تواند گیج‌کننده باشد. در واقع هنگام ایجاد تغییرات در مدل به منظور بررسی اثرات تنظیمات مختلف پارامترهای یا فرض‌ها، احتمالاً باید نام فایل با پسوند .doe را کمی تغییر دهید؛ اگر این کار را انجام ندهید آرنا نتایج قبلی را با نام همان فایل گزارش بازنویسی می‌کند و در این صورت نتایج قبلی را از دست می‌دهید.

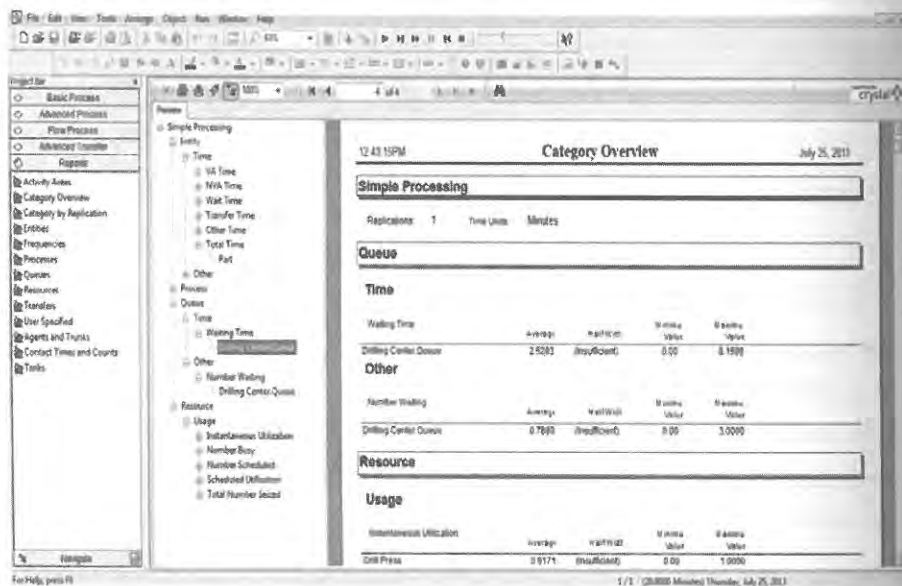
به‌طور پیش فرض نصب آرنا به شکل خودکار Category Overview Report را ایجاد می‌کند که به شما امکان دسترسی به بسیاری از نتایج را می‌دهد. سایر گزارش‌های لیست شده در نوار پروژه بسیاری از این نتایج را با جزئیات بیشتری ارائه می‌کنند. در انتهای لبه‌ی سمت چپ پنجره‌ی گزارش یک لیست درختی با نام Simple Processing وجود دارد که می‌توانید با کلیک روی علامت + آن را گسترش دهید (و با علامت - لیست درختی را کوچک کنید). در این لیست لینک‌هایی برای دسترسی به رؤس مطالب این گزارش وجود دارد. گزارش در صفحه‌هایی سازماندهی شده است که از طریق آن و با استفاده از دکمه‌هایی به شکل جستجو در صفحه‌های مختلف آن بپردازید. اگر بخواهید همه یا تعدادی از صفحه‌های گزارش نمایش داده شده را چاپ کنید روی دکمه  در پنجره‌ی گزارش کلیک نمایید (البته نه دکمه‌ای مشابه آن که کمی بالاتر و در پنجره‌ی آرنا قرار دارد و اگر پنجره‌ی گزارش فعال باشد این دکمه کم نور و در نتیجه غیر فعال است). اگر می‌خواهید گزارش را به فایل متفاوت دیگری ارسال کنید، از جمله Spreadsheet و پردازشگر Word، روی دکمه‌ی  در پنجره‌ی گزارش کلیک و دستورات را دنبال کنید.

اما اگر فقط به دنبال نتایج خاصی هستید، بهتر است از لیست درختی سمت چپ پنجره‌ی گزارش و دکمه‌های + و - استفاده کنید. به عنوان مثال، برای دیدن اینکه طی شبیه‌سازی چه اتفاقی در صف رخ داده است، بر روی دنباله‌ی علامت‌های + در قسمت Queue از لیست درختی کلیک نمایید (به طور دقیق‌تر مسیر، Simple Processing ← Queue ← Waiting Time ← Time). در نهایت اطلاعات مربوط به Waiting Time را همان‌طور که در شکل ۱۸-۶ نشان داده شده مشاهده خواهید کرد. آنچه از لیست درختی انتخاب کرده‌اید در یک گزارش خلاصه شده در سمت راست نمایش داده شده است. طبق این گزارش، مشاهده می‌کنید که متوسط زمان انتظار در صف برابر ۲.۵۲۸۳ دقیقه بوده است (گزارش به ما یادآوری می‌کند که پایه زمانی انتخاب شده، دقیقه است).

همچنین ماکزیمم زمان انتظار در صف برابر ۸.۱۵۹۸ دقیقه بوده است. کمی پایین‌تر در این پنجره‌ی گزارش، بخشی تحت عنوان Other وجود دارد (که می‌توانیم با کلیک بر روی گزینه‌ی Other در همان بخش از لیست درختی به طور مستقیم نیز به آن دست پیدا کنیم)؛ مشاهده می‌کنید که متوسط تعداد قطعه‌های در حال انتظار (یعنی طول صف) در صف ۰.۷۸۸۹ قطعه و ماکزیمم آن ۳ قطعه بوده است.

این گزارش را به طور کامل مرور کنید. توجه داشته باشید که همه‌ی اندازه‌گیری‌های عملکردهای خروجی موجود در جدول ۶-۳ و همچنین موارد بسیار دیگری که به طور خودکار توسط آرنا جمع‌آوری می‌شوند در این گزارش وجود دارند. همان‌طور که در ادامه نشان داده شده با پیگیری زیر شاخه‌های لیست درختی می‌توانید این موارد را پیدا کنید. برای مثال:

■ Simple Processing ← Entity ← Time ← Total Time ← Part: میانگین کل زمان حضور یک قطعه در سیستم ۶.۴۳۹۷ دقیقه بوده و ماکزیمم آن ۱۲.۶۱۸۵ دقیقه بوده است.



شکل ۱۸-۶ بخشی از گزارش Category Overview برای مدل ۱-۶

■ Simple Processing ← Resource ← Usage ← Instantaneous Drill Press ← Utilization: استفاده از متهی فشاری^۱ در طول شبیه‌سازی ۰.۹۱۷۱ بوده است (یعنی متهی فشاری، ۹۱.۷۱٪ از طول زمان شبیه‌سازی مشغول بوده است).

■ Simple Processing ← Process ← Other ← Number In ← Drilling Center: در طول شبیه‌سازی هفت نهاد وارد مرکز مته کاری^۲ مازول Process شده‌اند.

■ Simple Processing ← Process ← Other ← Number Out ← Drilling Center: در طول شبیه‌سازی، پنج نهاد مرکز مته کاری مازول Process را ترک کرده‌اند (یعنی دو تا کمتر از ورودی‌ها). این نشان می‌دهد چه تعداد از قطعه‌ها در پایان شبیه‌سازی در مرکز مته کاری باقی مانده‌اند). همچنین مقدار ۵ نشان دهنده‌ی کل تولید در این مدل است؛ چون قطعات بلافاصله پس از ترک مرکز مته کاری از سیستم خارج می‌شوند.

■ Simple Processing ← Entity ← Time ← Wait Time ← Part: از پنج قطعه‌ای که سیستم را ترک کرده‌اند؛ زمان متوسط انتظار آن‌ها در تمامی صف‌ها (در این مدل تنها یک صف وجود دارد) ۳۰۳۴۰ دقیقه و ماکزیمم آن ۸۰۱۵۹۸ دقیقه بوده است. دلیل اینکه متوسط انتظار در این قسمت با متوسط انتظار در صف که برابر ۲۰۵۲۸۳ بود، تفاوت دارد این است که عدد ۳۰۳۴۰ زمان انتظار تنها آن پنج قطعه‌ای است که از سیستم خارج شده‌اند؛ در حالیکه ۲۰۵۲۸۳ زمان انتظار تمام شش قطعه‌ای است که صف را ترک کرده‌اند. با این حال دو مقدار بدست آمده برای ماکزیمم زمان انتظار یکسان هستند (البته لزومی ندارد مقادیر ماکزیمم همواره برابر باشند).

■ Simple Processing ← Entity ← Other ← Wip ← Part: کار در فرآیند (WIP)^۳ به طور میانگین بر روی ۱۰۷۰۶۰ قطعه و در برخی زمان‌ها (ها) به ماکزیمم چهار قطعه می‌رسد.

در این گزارش‌ها بیشتر مقادیر را می‌توان به آمارهای ریز حساب^۴، زمان-پایا^۵ و شمارنده^۱ طبقه بندی نمود:

- 1- Drill Press
- 2- Drilling Center
- 3- Work in Process
- 4- Tally
- 5- Time-Persistent

■ آمارهای ریز حساب آن‌هایی هستند که با میانگین، مینیمم یا ماکزیمم گرفتن از یک مجموعه از مقادیر بدست آمده‌اند. برای مثال، میانگین و ماکزیمم کل زمان حضور یک قطعه در سیستم (به ترتیب ۶.۴۳۹۷ و ۱۲.۶۱۸۵ دقیقه)، آمارهای ریز حساب‌اند؛ زیرا آن‌ها به ترتیب میانگین و ماکزیمم کل زمان حضور یک قطعه از پنج قطعه‌ای در سیستم هستند که در طول شبیه‌سازی آن را ترک می‌کنند. آمارهای ریز حساب گاهی اوقات آمارهای زمان-گسسته^۲ نیز نامیده می‌شوند؛ زیرا اندیس زمان آن‌ها (۱،۲،۳،...) یک اندیس گذاری گسسته از ترتیب زمانی است که در آن مشاهدات ساخته می‌شوند.

■ آمارهای زمان-پایا آن‌هایی هستند که با میانگین، مینیمم یا ماکزیمم گرفتن (زمانی) از یک نمودار از اشیا در طول شبیه‌سازی نتیجه شده‌اند که در آن محور x زمان پیوسته است. میانگین زمان-پایا برابر مساحت ناحیه‌ی زیر منحنی نمودار است (یعنی انتگرال). میانگین و ماکزیمم تعداد قطعه‌ها در صف (به ترتیب ۰.۷۸۸۹ و ۳) آمارهای زمان-پایا هستند؛ همچنین استفاده از متهی فشاری (۰.۹۱۷۱). این آمارها به عنوان آمارهای زمان-پیوسته^۳ نیز شناخته می‌شوند.

■ آمارهای شمارنده، همان‌گونه که از نام‌شان پیداست، مجموع چیزی را ذخیره می‌کنند. اغلب آن‌ها به طور ساده تعداد دفعات رخداد چیزی را شمارش می‌کنند؛ مانند تعداد قطعه‌هایی که مرکز مته کاری را ترک کرده‌اند (در شبیه‌سازی این مدل پنج قطعه) یا وارد مرکز مته کاری شده‌اند (در شبیه‌سازی این مدل هفت قطعه). اما آن‌ها می‌توانند مجموع مقادیری که همگی برابر با ۱ نیستند را نیز ذخیره کنند؛ برای مثال، مجموع زمان‌های انتظار در مرکز مته کاری ۱۵۰۱۷۰۰ دقیقه بود که نمایش دهنده‌ی مجموع (نه میانگین) زمان‌های انتظار مشاهده شده در صف می‌باشد. در گزارش Category Overview، این مقدار را می‌توان از طریق لیست درختی Simple Processing ← Process ← Accumulated Time ← Drilling Center ← Accum Wait Total Number Seized ← Usage ← Resource ← Simple Processing Drill Press قرار دارد؛ جایی که مشاهده می‌کنیم منبع متهی فشاری شش بار مورد استفاده قرار گرفته است.

- 1- Counter
- 2- Discrete-time
- 3- Continuous-time

اگر پنجره گزارش را ببینید، می‌توانید بعداً هم آن را مشاهده کنید به شرطی که فایل بانک اطلاعات Microsoft Access که آرنا هنگام اجرا می‌سازد را حذف (یا بازنویسی) نکنید. این فایل Access، به صورت model_filename.mdb (نام فایل مدل با پسوند .mdb)، نامگذاری شده، که در آن model_filename همان نامی است که برای فایل مدل خود با پسوند .doc انتخاب نمودید. در نوار پروژه، گزینه‌ی Reports را انتخاب و سپس بر روی گزارش مورد نظر تان کلیک کنید (مثلاً Category Overview) تا بار دیگر آن را مشاهده نمایید. روش کار به این ترتیب است که آرنا از یک نرم افزار دیگر که Crystal Reports نام دارد متعلق است به Business Objects (<http://www.businessobjects.com>) استفاده می‌کند تا فایل پایگاه Access را بخواند، موضوعات مفید آن را استخراج کند و سپس آن را در قالب پنجره‌ی گزارشی که در بالا شرح دادیم نمایش دهد.

در حال حاضر شاید فکر کنید ساختار این گزارش تنها تعداد کمی از خروجی‌های این مدل کوچک را نشان می‌دهد. با این حال در مدل‌های پیچیده و بزرگ داشتن این ساختار برای سازماندهی هزاران خروجی مختلف بسیار مفید است و در یافتن چیزها و برخی مقایسه‌ها و نتیجه‌گیری‌های سریع به شما کمک می‌کند.

علاوه بر گزارشی که در بالا توضیح داده شد، آرنا یک گزارش بسیار فشرده از نتایج شبیه‌سازی را به صورت یک فایل متنی ASCII با نام model_filename.out (برای مدل ما نام آن model_06-01.out است)، مانند شکل ۶-۱۹، تولید می‌کند. در این گزارش برخی از برچسب‌ها کمی متفاوت‌اند؛ برای مثال "DISCRETE-CHANGE VARIABLES" مشابه آمارهای زمان-پایا می‌باشد. می‌توانید بسیاری از مقادیری را که در گزارش‌های بالا به آن‌ها اشاره شد (ممکن است به دلیل خطای گرد کردن اختلافات جزئی بین آن‌ها وجود داشته باشد) یا حتی موارد دیگری را که در گزارش‌های بالا وجود ندارد (مانند تعداد مشاهدات به کار گرفته شده در آمارهای ریز حساب) در این فایل مشاهده کنید. شاید برای اهداف خاص، نگاه اجمالی به این گزارش، ساده‌تر و سریع‌تر از مشاهده‌ی ساختار گزارشی باشد که در بالا در مورد آن توضیح داده شد. به هر حال نظم و ترتیب و برچسب‌ها در اینجا بی‌تردید برای کاربر ناخوشایند می‌باشد؛ این قالب در واقع از نسخه‌های قبلی آرنا باقی مانده و به اوایل سال ۱۹۸۰ میلادی و زبان شبیه‌سازی SIMAN برمی‌گردد. با این حال اگر می‌خواهید به طور پیش فرض گزارشی که که آرنا به شما می‌دهد در این قالب و سبک باشد؛ گزینه‌ی Reports را از مسیر Run > Setup > Reports انتخاب و در لیست کشویی کادر Default Report گزینه‌ی Siman Summary Report (model_06-01.out) را انتخاب کنید.

اکنون باید معنای دقیق برچسب‌های مختلف گزارش مانند Minimum، Average، Maximum و Time Average برای شما روشن شده باشد. اما این گزارش‌ها هم به اینجا و هم به Half Widths ارجاع می‌شوند. همانطور که ممکن است حدس زده باشید، این‌ها نیم دامنه‌هایی^۱ از فواصل اطمینان^۲ (در سطح ۹۵٪ می‌باشند) روی مقدار مورد انتظار اندازه‌گیری عملکرد متناظراند به شرطی که در شبیه‌سازی داده‌های کافی تولید شود.

ARENA Simulation Results

HP - License:

Summary for Replication 1 of 1

Project: Simple Processing

Analyst: Rockwell Automation

Run execution date : 7/26/2013

Model revision date: 7/26/2013

Replication ended at time : 20.0 Minutes

Base Time Units: Minutes

TALLY VARIABLES

| Identifier | Average | Half Width | Minimum | Maximum | Observations |
|-----------------------------------|---------|------------|---------|---------|--------------|
| Drilling Center.WaitTimePerEntry | 3.0340 | (Insuf) | .00000 | 8.1598 | 5 |
| Drilling Center.TotalTimePerEntry | 6.4396 | (Insuf) | 2.8955 | 12.618 | 5 |
| Drilling Center.VATimePerEntry | 3.4056 | (Insuf) | 1.7641 | 4.5167 | 5 |
| Part.VATime | 3.4056 | (Insuf) | 1.7641 | 4.5167 | 5 |
| Part.NVATime | .00000 | (Insuf) | .00000 | .00000 | 5 |
| Part.WaitTime | 3.0340 | (Insuf) | .00000 | 8.1598 | 5 |
| Part.TransTime | .00000 | (Insuf) | .00000 | .00000 | 5 |
| Part.OtherTime | .00000 | (Insuf) | .00000 | .00000 | 5 |
| Part.TotalTime | 6.4396 | (Insuf) | 2.8955 | 12.618 | 5 |
| Drilling Center.Queue.WaitingTime | 2.5283 | (Insuf) | .00000 | 8.1598 | 6 |

DISCRETE-CHANGE VARIABLES

| Identifier | Average | Half Width | Minimum | Maximum | Final Value |
|-------------------------------------|---------|------------|---------|---------|-------------|
| Part.WIP | 1.7059 | (Insuf) | .00000 | 4.0000 | 2.0000 |
| Drill Press.NumberBusy | .91709 | (Insuf) | .00000 | 1.0000 | 1.0000 |
| Drill Press.NumberScheduled | 1.0000 | (Insuf) | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| Drill Press.Utilization | .91709 | (Insuf) | .00000 | 1.0000 | 1.0000 |
| Drilling Center.Queue.NumberInQueue | .78890 | (Insuf) | .00000 | 3.0000 | 1.0000 |

OUTPUTS

| Identifier | Value |
|----------------------------------|--------|
| Drilling Center Number Out | 5.0000 |
| Drilling Center.Accum VA Time | 17.028 |
| Drilling Center Number In | 7.0000 |
| Drilling Center Accum Wait Time | 15.170 |
| Part.NumberIn | 7.0000 |
| Part.NumberOut | 5.0000 |
| Drill Press Number Seized | 6.0000 |
| Drill Press.ScheduledUtilization | .91709 |
| System.NumberOut | 5.0000 |

Simulation run time: 0.00 minutes.

Simulation run complete.

شکل ۶-۱۹ فایل Siman Summary Report (model_06-01.out) برای مدل ۶-۱

1- Half widths

2- Confidence intervals

اگر شبیه‌سازی بیشتر از یک مرتبه تکرار شود (که در این نمونه انجام نمی‌دهیم)، آرنا برای اندازه‌گیری عملکرد خروجی خلاصه‌ی نتایج را از هر تکرار دریافت خواهد کرد؛ از آن‌ها روی تکرارها میانگین گرفته و انحراف استاندارد نمونه از آن‌ها را محاسبه می‌کند؛ در نهایت نیم دامنه‌ی یک بازه‌ی اطمینان ۹۵٪ روی مقدار مورد انتظار اندازه‌گیری عملکرد را محاسبه می‌نماید.

۴-۶ خودتان مدل ۱-۶ را بسازید

در این بخش، به شما آموزش می‌دهیم تا خودتان بتوانید مدل ۱-۶ را از ابتدا بسازید. آنچه در پایان خواهید ساخت، شاید از نظر ظاهری دقیقاً مانند مدل ۱-۶ ما نباشد اما از نظر عملکرد با این مدل معادل و نتایج‌شان مشابه خواهد بود.

پیش از اقدام به این کار، دو رابط کاربری عملی را که اغلب موجب صرفه جویی در وقت می‌شوند ذکر می‌کنیم:

■ راست کلیک کردن در یک نقطه‌ی خالی از قسمت فلوچارت پنجره‌ی مدل باعث باز شدن یک گادر pop-up کوچک می‌شود که در آن گزینه‌های مختلفی وجود دارد؛ یکی از این گزینه‌ها، تکرار آخرین عمل^۱ است (مانند قرار دادن یک ماژول در مدل، هنگامی که به چند نمونه از آن نیاز دارید). این کار هنگامی که می‌خواهید عمل‌های تکراری انجام دهید می‌تواند باعث صرفه‌جویی در وقت شود. سایر گزینه‌ها در این کادر عبارتند از: برخی از انواع نمایش‌ها، همچنین اجرا یا چک کردن مدل.

■ با استفاده از Ctrl+D یا فشار دادن کلید Ins هر آنچه در قسمت فلوچارت پنجره‌ی مدل انتخاب شده است تکرار یا دابل می‌شود؛ سپس می‌توانید آن را به هر جایی دیگری بکشید و عمل مورد نظرتان را روی آن انجام دهید.

۴-۶-۱ پنجره‌ی مدل جدید و پانل Basic Process

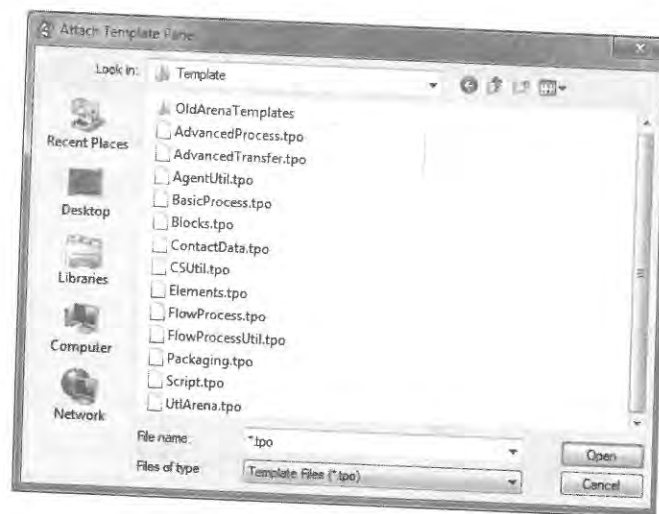
یک پنجره‌ی مدل جدید با استفاده از  (یا File > New یا Ctrl+N) باز کنید؛ هنگامی که آن را ذخیره می‌کنید به‌طور خودکار نام Model1 با پسوند .doe می‌گیرد. وقتی تصمیم دارید

محتوایی را در پنجره‌ی مدل ذخیره نمایید می‌توانید نام پیش فرض را تغییر دهید. پنجره‌های مدل جدید بعدی در طول این اجرای آرنا بطور پیش فرض نام‌های Model2، Model3 و به همین ترتیب، خواهند گرفت. شاید بخواهید اندازه‌ی پنجره مدل جدید را در درون پنجره‌ی آرنا با کلیک بر روی  در نزدیکی گوشه‌ی بالای سمت راست پنجره‌اش، به حداکثر برسانید (اگر در حال حاضر حداکثر اندازه را ندارد).

در ادامه، پانل‌هایی را که به آن‌ها نیاز دارید اما در حال حاضر در نوار پروژه نیستند ضمیمه کنید. برای این مدل فقط به پانل Basic Process نیازمندیم، که فایلی به نام BasicProcess.tpo است و بطور معمول در فولدر Template از فولدر Arena 13.5 قرار دارد. روی  کلیک کنید (یا از مسیر File > Template Panel > Attach استفاده کنید یا اینکه در نوار پروژه راست کلیک کرده و گزینه‌ی Attach را از Template Panel انتخاب نمایید)، تا کادر Attach Template Panel مانند شکل ۳-۲۰ باز شود؛ سپس از آنجا گزینه‌ی BasicProcess.tpo را انتخاب کنید (روی آن کلیک کرده و سپس دکمه Open را کلیک نمایید یا فقط روی آن دوبار کلیک کنید). همچنین می‌توانید از طریق مسیر Tools > Options و انتخاب گزینه‌ی Settings، سپس تایپ نام فایل پانل‌های مورد نظرتان (با پسوند .tpo) در کادر Auto Attach Panels به آرنا بگویید که این پانل‌ها را به‌طور خودکار به نوار پروژه پنجره‌ی مدل‌های جدید ضمیمه کند.

پانل‌های ضمیمه شده با آیکن‌هایی که نمایش دهنده‌ی ماژول‌های هر یک از این پانل‌ها هستند در نوار پروژه ظاهر خواهند شد. برای تغییر اندازه‌ی آیکن ماژول‌ها یا نمایش متنی آن‌ها، در پانل مورد نظر راست کلیک نمایید. اگر بطور اتفاقی پانلی را به اشتباه ضمیمه کرده‌اید راست کلیک در پانل و انتخاب گزینه‌ی Detach از Template Panel به شما اجازه می‌دهد آن پانل را حذف کنید (می‌توانید یک پانل قابل رویت را از طریق  یا انتخاب گزینه‌ی Detach از مسیر File > Template Panel > Detach نیز حذف نمایید). حتی اگر ماژول‌های موجود در یک پانل را در مدل خود قرار داده‌اید باز هم می‌توانید آن پانل را جدا کنید. اگر صفحه‌ی نمایش شما به اندازه‌ای نیست که بتوانید پانل‌ها را به‌طور کامل مشاهده کنید، از نوار اسکرول سمت راست برای دیدن کامل آن‌ها استفاده کنید.

^۱ - Repeat the Last Action



شکل ۶-۲۰ کادر Attach Template Panel

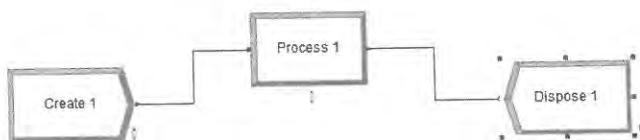
۶-۴-۲ قرار دادن و اتصال ماژول‌های فلوچارت

این مدل نیاز به یک نمونه از سه ماژول فلوچارت Create، Process و Dispose دارد. برای اضافه کردن این ماژول‌های فلوچارت به مدل خود، آیکون آن‌ها را از نوار پروژه به درون نمایش فلوچارت پنجره‌ی مدل بکشید و آن را در جایی که می‌خواهید رها کنید. برای به خط کردن چیزها، Grid، Snap، Snap to Grid، Rulers، Guides، Arrange > Align و Arrange > Distribute را از بخش ۳-۲-۳ به یاد بیاورید.

اگر گزینه‌ی Auto-Connect را از مسیر Object > Auto-Connect علامت‌دار کنید و ماژول‌ها را بر طبق دستور ذکر شده در بالا به داخل مدل خود بکشید، آرنا آن‌ها را در وضعیت درست به هم متصل می‌کند؛ اگر Object > Smart Connect را علامت‌دار کرده باشید، خطوط متصل کننده‌ی ماژول‌ها در جهت‌های منظم افقی و عمودی قرار خواهند گرفت.

شکل ۶-۲۱ وضعیت این ماژول‌ها را درست بعد از آنکه آن‌ها را در بخش فلوچارت پنجره‌ی مدل قرار دادیم، نشان می‌دهد (هر دو گزینه‌ی مربوط به اتصال ماژول‌ها علامت‌دار شده‌اند). اگر گزینه‌ی Auto-Connect را از مسیر Object > Auto-Connect علامت‌دار نکنید، نیاز خواهید داشت که خودتان ماژول‌ها را به هم متصل کنید. برای انجام این کار همانند آنچه در

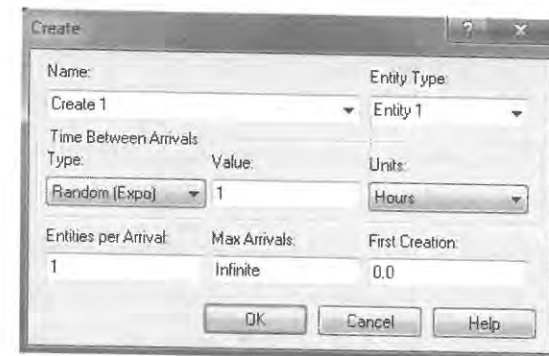
بخش ۶-۳-۸ شرح داده شد، از گزینه‌ی Connect (🔗) و کلیک روی نقاط خروج (➡) و ورود (⬅) ماژول‌ها، استفاده نمایید. به‌علاوه از بخش ۶-۳-۸ به یاد دارید که اگر گزینه‌ی Animate Connectors (🔄) را انتخاب کرده باشید (یا به‌طور معادل این گزینه را از مسیر Object > Animate Connectors علامت‌دار کنید)، نهادهای در حال عبور بین خطوط اتصال دهنده‌ی ماژول‌ها را مشاهده خواهید کرد؛ این تنها به شما اجازه می‌دهد که بدانید نهادهای در حال حرکت از یک ماژول فلوچارت به بعدی هستند. در هر حال مدت زمان این جابه‌جایی‌ها در شبیه‌سازی، صفر در نظر گرفته می‌شود؛ بخش ۷-۴ توضیح می‌دهد که چگونه می‌توانید در مدل خود زمان‌های جابه‌جایی مثبت تعریف نمایید.



شکل ۶-۲۱ قرار دهی اولیه ماژول‌های فلوچارت

۶-۴-۳ ماژول فلوچارت Create

روی ماژول پردازش نشده‌ی (خام) Create دوبار کلیک کنید تا کادر محاوره‌ای مانند شکل ۶-۲۲ که نیاز است برخی چیزها در آن ویرایش شود، باز گردد. ابتدا نام این ماژول Create را از پیش فرض Create 1 به Part Arrives to System و سپس Entity Type را از پیش فرض Entity 1 به Part تغییر می‌دهیم. در قسمت Time Between Arrivals این کادر محاوره‌ای، پیش فرض (Expo) Random را برای Type پذیرفته‌ایم و پیش فرض Value این توزیع را از مقدار ۱ به ۵ تغییر داده و سپس از لیست کشویی که در آنجا وجود دارد به عنوان Units، گزینه‌ی Minutes را انتخاب کرده‌ایم (توجه داشته باشید که پیش فرض واحد زمان، Hours است). پیش فرض‌های سه کادر موجود در ردیف پایین این کادر محاوره‌ای را پذیرفته و روی OK کلیک می‌کنیم تا تغییرات داده شده ذخیره شوند. در این حالت کادر محاوره‌ای Create باید مانند شکل ۶-۲۳ باشد. همان‌طور که جزئیات آن در بخش ۶-۳ بیان شد، از طریق نمایش صفحه گسترده نیز می‌توانیم ماژول‌های فلوچارت را نمایش داده و داده‌های مورد نظر در آن را ویرایش کنیم. صفحه‌ی گسترده‌ی کامل این ماژول Create قبلاً در شکل ۶-۳ نمایش داده شده است. توجه داشته باشید که نام جدید این ماژول در حال حاضر در شکل آن در بخش فلوچارت پنجره‌ی مدل ظاهر گردیده است.



شکل ۶-۲۲ کادر محاوره‌ای ماژول Create

۶-۴-۴ نمایشگرها

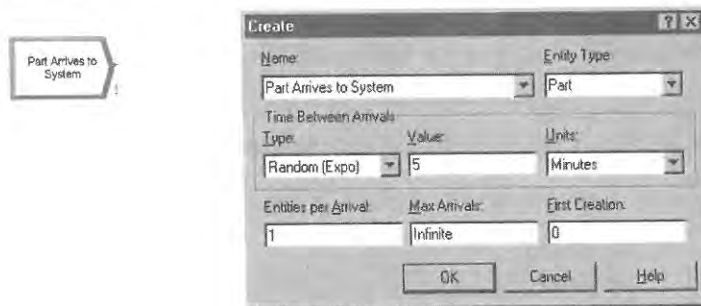
هنگامی که ماژول‌ها و مفاهیم جدید معرفی می‌شوند، تلاش خواهیم کرد شما را از طریق کادرهای محاوره‌ای (یا بطور معادل صفحه‌ی گسترده) آن‌ها راهنمایی نماییم. اگر چه ماژول Create نسبتاً ساده است اما توضیحات بالا طولانی بود. برای بیان فشرده‌تر، از این پس می‌خواهیم از تصاویری که آن‌ها را نمایشگر^۱ می‌نامیم، همانند آنچه در نمایشگر ۶-۱ نشان داده شده است، استفاده کنیم. توجه داشته باشید که در یک نمایشگر سه بخش موجود است. قسمت بالایی سمت راست که کادر محاوره‌ای در آن قرار دارد (که در نمایشگر ۶-۱ همانند شکل ۶-۲ است). در برخی موارد، ممکن است چندین کادر محاوره‌ای مرتبط نشان داده شوند. در قسمت بالایی سمت چپ، ماژولی که به این کادر محاوره‌ای مربوط است نشان داده شده. گاهی ممکن است در این بخش دکمه‌هایی نیز مشاهده کنید که روی آن‌ها کلیک کرده‌ایم تا کادر(های) محاوره‌ای موجود در بالای سمت راست تصویر، نمایش داده شود. در قسمت پایین نمایشگر یک جدول قرار دارد که در آن اقدامات مورد نیاز برای تکمیل کادر محاوره‌ای نشان داده شده است. در ستون سمت چپ این جدول، عنوان کادرها و پیام واژه‌ها^۲ آمده است. همچنین در ستون سمت راست آن، داده‌های وارد شده یا فعالیت‌های انجام شده مانند علامت‌دار کردن کادرها یا دکمه‌های فرمان فشاری، نمایش داده شده است. به طور کلی تلاش خواهیم کرد وقتی یک ماژول جدید یا یک کادر محاوره‌ای ثانویه جدید از یک ماژول معرفی شد، نمایشگر کاملی از آن نیز ارائه شود. برای ماژول‌هایی که جدید نیستند تنها جدول زیر نمایشگر ارائه خواهد شد که با استفاده از آن می‌توانید این ماژول‌ها را باز آفرینی کنید. ممکن

1- Displays

2 - Prompts

است آیتم‌ها یا پیام واژه‌های زیادی در کادر محاوره‌ای وجود داشته باشند که تنظیمات پیش فرض آن‌ها را بپذیریم، اما در هر حال این موارد نیز در نمایشگرها ارائه خواهند شد.

اکنون می‌توانید مدل خود را ذخیره کنید. برای این کار یک نام متفاوت از نامی که ما انتخاب کرده‌ایم (که Model 06-01.doe بود) برگزینید یا آن را در یک پوشه دیگر ذخیره کنید.



| | |
|----------------------------|-----------------------|
| Name | Part Arrive to System |
| Entity Type | Part |
| Time Between Arrivals area | |
| Type | Random(Expo) |
| Value | 5 |
| Units | Minutes |

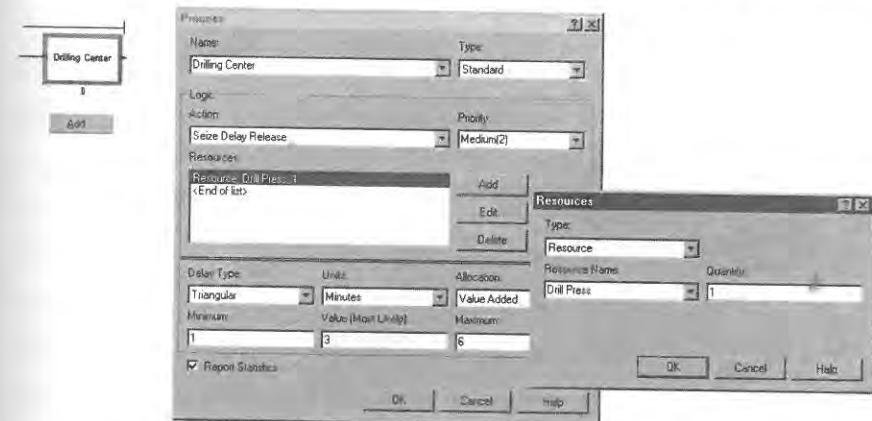
نمایشگر ۶-۱ کادر محاوره‌ای تکمیل شده‌ی ماژول Create

۶-۴-۵ ماژول داده‌ی Entity

اکنون که Part را به عنوان Entity Type در ماژول Create خود تعریف کرده‌اید؛ شاید مایل باشید برخی چیزها را در مورد آن بیان کنید. در اینجا تنها چیزی که قصد داریم تغییر دهیم تصویر انیمیشن آن از پیش فرض "Report" (📄) به "Blue Ball" (🔵) است. برای انجام این کار بر روی ماژول داده‌ی Entity در نوار پروژه کلیک کنید تا آن را در نمایش صفحه گسترده‌ی پنجره‌ی مدل نشان دهد (شکل ۶-۴ در بخش ۶-۳-۲ را ببینید). در لیست کشویی Initial Picture روی گزینه‌ی Picture.Blue Ball کلیک کنید (در این کادر روی فلش کلیک کنید تا این لیست کشویی باز شود).

۶-۴-۶ ماژول فلوچارت Process

نمایشگر ۶-۲ آنچه را برای ویرایش ماژول فلوچارت Process نیاز دارید، نشان می‌دهد. چون Action (فعالیت) انتخاب شده، یعنی Seize Delay Release، شامل تصاحب یک منبع^۱ است، باید برای تعیین اینکه کدام منبع تصاحب شود دکمه Add را فشار دهید. این عمل منجر به باز شدن کادر محاوره‌ای ثانویه Resources می‌شود که در نمایشگر نیز نشان داده شده است. همچنین شاید بخواهید ناحیه‌ی در نظر گرفته شده برای انیمیشن سازی صف را طولانی‌تر کنید؛ برای این کار روی انیمیشن صف کلیک کنید (۱-)، سپس انتهای سمت چپ آن را به سمت چپ بکشید (کلید Shift را نگه دارید تا زاویه‌ی انیمیشن صف به افقی، عمودی یا ۴۵° درجه‌ی قطری تبدیل گردد).



| | |
|---|-----------------------|
| Name | Part Arrive to System |
| Action | Seize Delay Release |
| Resources (secondary dialog via Add button) | |
| Type | Resource |
| Resource Name | Drill Press |
| Quantity | 1 |
| Delay Type | Triangular |
| Units | Minutes |
| Minimum | 1 |
| Value | 3 |
| Maximum | 6 |

نمایشگر ۶-۲ کادرهای محاوره‌ای تکمیل شده‌ی ماژول Process

۶-۴-۷ ماژول‌های داده‌ی Queue و Resource

هنگامی که یک ماژول Process تعریف گردید، ماژول‌های داده‌ی Queue و Resource نامی که مشخص کرده‌اید، در مدل ایجاد خواهند شد. برای ماژول داده‌ی Queue نامی با پسوند Queue. اختصاص داده می‌شود که همان نامی است که به ماژول Process داده‌اید (در این مدل نام ماژول Queue عبارت Drill Center.Queue است). نام ماژول داده‌ی Resource نیز همان عبارتی است که در کادر Resource Name ماژول Process وارد نمودید (در این مدل نام ماژول Resource عبارت Drill Press است). اگر نیاز است برخی از تنظیمات پیش فرض ماژول‌های داده‌ی Queue و Resource را تغییر دهید (که ما در این مدل چنین کاری نکرده‌ایم)، می‌توانید به همان ترتیبی که در بخش‌های ۶-۳-۴ و ۶-۳-۵ توضیح داده شد، عمل نمایید.

۶-۴-۸ انیمیشن Resource

معمولاً بهتر است Resources (منابع) انیمیشن‌سازی شوند. با انجام این عمل وضعیت منابع (در این مدل فقط وضعیت Idle در برابر وضعیت Busy انیمیشن می‌شود)، در هر لحظه از فرآیند شبیه‌سازی نمایش داده می‌شود. همچنین نهادهایی که در طول فرآیند در این منابع قرار می‌گیرند^۱ نیز نمایان خواهند شد.

روی دکمه Resource (🔍) در نوار ابزار Animate کلیک کنید تا کادر محاوره‌ای Resource Picture Placement نمایش داده شود. برای اختصاص دادن تصاویر به وضعیت Resource (منبع)، بر روی فلش کادر Identifier کلیک و از کادر کشویی که باز می‌شود منبع مورد نظر را انتخاب نمایید (در این مدل تنها یک منبع داریم و بنابراین فقط نام همین منبع یعنی Drill Press، در کادر کشویی فوق موجود است؛ همین منبع را انتخاب کنید). در لیست تصاویر سمت چپ کادر محاوره‌ای، گزینه‌ی Inactive را انتخاب کرده سپس دکمه Delete در سمت چپ آن را فشار دهید؛ همین کار را برای گزینه‌ی Failed نیز انجام دهید.

اکنون اگر Drill Press هنگامی که در وضعیت Idle (وضعیت بیکاری یا در جا کار کردن متهمی فشاری) قرار دارد به شکل یک مربع سفید رنگ و هنگامی که در وضعیت Busy

(وضعیت مشغول بودن متهی فشاری) قرار دارد به شکل یک مربع سبز رنگ نمایش داده شود، همه چیز درست است؛ اما شاید این طور نباشد! اگر بر روی یکی از مربع ها دوبار کلیک کنید وارد بخش Picture Editor خواهید شد که در آن می توانید مهارت خود را در ترسیم جزییات مربوط به Drill Press، متناظر با هر یک از این دو وضعیت بیازمایید. همچنین در صورتی که در جایی دیگر یک فایل گرافیکی دارید که وضعیت Drill Press را به تصویر می کشد (مثلا در یک دوربین دیجیتال)، می توانید آن را کپی کرده و در Picture Editor بچسبانید^۱.

نرم افزار آرنا نیز کتابخانه ای از تصاویر گوناگون برای استفاده در ساخت انیمیشن وضعیت های مختلف در اختیار شما قرار می دهد. برای استفاده از کتابخانه ی تصاویر آرنا، در کادر محاوره ای Resource Picture Placement روی Open در امتداد ستون سمت راست کلیک و در جایی که این نرم افزار نصب شده است، فولدر 13.5 Arena را باز کنید. در آنجا یک لیست از فایل های با پسوند .plb مشاهده خواهید نمود. فایل Machines.plb را باز کنید تا یک گالری از تصاویر هنری و ابتکاری ساده، در ستون سمت راست مشاهده نمایید. کمی به پایین بروید و روی تصویر  کلیک کنید. سپس روی مربع سفید رنگ مربوط به وضعیت Idle در ستون سمت چپ کلیک کرده پس از آن روی  کلیک کنید تا تصویر فوق به جای مربع سفید رنگ قرار داده شود. این عمل موجب می شود وضعیت Idle به جای مربع سفید رنگ با این تصویر نمایش داده شود. به طور مشابه تصویر  در ستون سمت راست را با مربع سبز رنگ نشان دهنده ی وضعیت Busy در ستون سمت چپ جایگزین کنید. در نهایت کادر Seize Area در قسمت پایین را علامت دار کنید تا Part موجود در فرآیند در هنگام انیمیشن نمایش داده شود. کادر تکمیل شده ی Resource Picture Placement باید همانند شکل ۶-۱۱ در بخش ۶-۳-۶ باشد. در مورد Resource Picture Placement در بخش ۷-۳-۳ مطالب بیشتری ارایه خواهد شد.

۶-۴-۹ مازول فلوچارت Dispose

ماژول فلوچارت پایانی Dispose می باشد. نمایشگر ۶-۳ تکمیل شده ی این مازول را نشان می دهد (تنها کاری که باید انجام دهید این است که نام پیش فرض را تغییر بدهید).

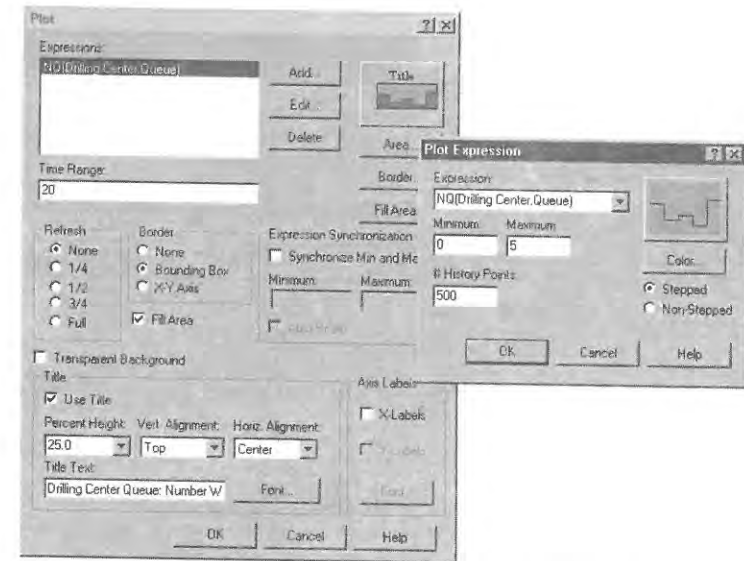


نمایشگر ۶-۳ کادر محاوره ای تکمیل شده ی مازول Dispose

۶-۴-۱۰ نمودارهای پویا^۱

قبلا در بخش ۶-۳-۹ بسیاری از خواص دو نمودار پویا شرح داده شد. برای ساختن چنین نمودارهایی، دکمه Plot () روی نوار ابزار Animate را فشار دهید تا کادر محاوره ای خالی Plot را ببینید و سپس همانند آنچه در نمایشگر ۶-۴ نشان داده شده است ادامه دهید. یادآوری می کنیم که ممکن است در ابتدا، مقدار Maximum روی محور Y را در کادر محاوره ای Plot Expression حدس بزنید اما پس از آگاهی از نتایج آن را دوباره تنظیم کنید. همچنین هنگامی که کادر محاوره ای را تکمیل و روی OK کلیک کردید، اشاره گر ماوس شما به cross hairs (علامتی شبیه +) تبدیل می شود؛ برای تعیین مکان قرار گرفتن یک طرف نمودار کلیک نمایید و سپس دوباره برای تعیین گوشه ی مقابل کلیک کنید (بعدا می توانید اندازه و موقعیت نمودار را تغییر دهید).

با وجود آنکه تایپ عبارت (Drilling Center.Queue) NQ به عنوان Expression در کادر محاوره ای ثانویه Plot Expressions کاملاً قانونی است؛ اما ابتدا باید از درستی عبارت تایپ شده اطمینان حاصل کنید. این یکی از کادرهای فراوان در آرنا است که امکان وارد کردن یک عبارت جبری کلی در آن وجود دارد؛ برای انجام درست چنین کاری اغلب نیاز است نام کامل و درست اشیای مختلف مدل خود (مانند Drilling Center.Queue) را بدانید و با توابع درونی موجود در آرنا آشنا باشید (به عنوان مثال NQ، تعداد نهادهایی که در حال حاضر در صف مشخص شده ی شناسه ی آن وجود دارند را بر می گرداند). برای کمک در رها شدن از این وظیفه ی خسته کننده، آرنا قابلیتی که Expression Builder نامیده می شود فراهم کرده است. با راست کلیک کردن در هر کادری که در آن نیاز به Expression دارید و سپس انتخاب گزینه ی Build Expression می توانید به این قابلیت دسترسی پیدا کنید.

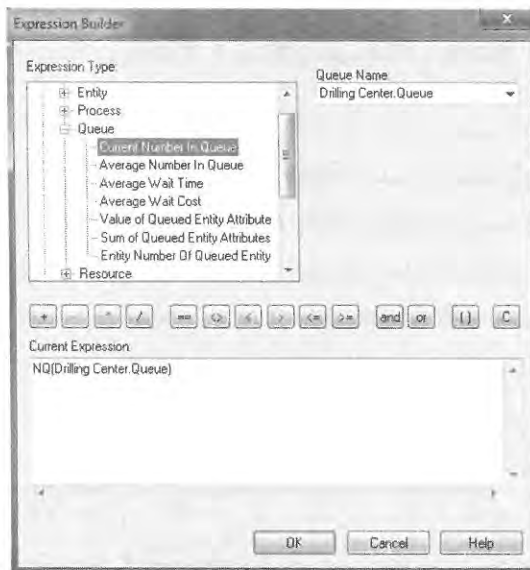


Plot Expressions (secondary dialog via Add button)

| | |
|------------|----------------------------|
| Expression | NQ (Drilling Center.Queue) |
| Maximum | 5 |
| Color | black |

نمایشگر ۴-۶ کادر محاوره‌ای تکمیل شده‌ی Plot برای نمودار طول صف

می‌توانید عبارت موجود در کادر Current Expression را ویرایش کرده و یا تغییر دهید. می‌توانید با استفاده از دکمه‌های ماشین حسابی عبارت‌های ریاضی، با دکمه‌هایی مانند and و or عبارت‌های منطقی و یا با استفاده از لیست‌های درختی عبارت‌های دیگری اضافه کنید یا حتی از ترکیبی از آن‌ها استفاده کنید.



شکل ۶-۲۳ پنجره‌ی Expression Builder برای ساختن عبارت مربوط به طول صف

نمودار مربوط به مشغول بودن^۱ Drill Press به‌طور مشابه تکمیل می‌شود. تنها باید دو تغییر در نمایشگر ۴-۶ ایجاد گردد، که هر دو در کادر محاوره‌ای ثانویه Plot Expressions انجام می‌شوند. اول، ساخت عبارت NR(Drill Press) با استفاده از Expression Builder و از طریق کادر Expression Type در مسیر Basic Process Variables ← Resource ← Usage ← Current Number Busy و سپس انتخاب Drill Press در کادر کشویی Resource Name. در نهایت مقدار ۲ را برای Maximum انتخاب کنید؛ می‌دانیم این منحنی همواره در ارتفاع صفر یا یک خواهد بود.

برای ایجاد هماهنگی بین این دو نمودار، آن‌ها را هم اندازه و به صورت عمودی هم راستا می‌کنیم.

در شکل ۶-۲۳ پنجره‌ی Expression Builder را در حالی که لیست درختی موجود در کادر Expression Type آن برای استفاده در ساخت عبارت مورد نظر گسترش داده شده، مشاهده می‌کنید. برچسب کادر بالایی سمت راست این پنجره (که در حال حاضر عبارت Queue Name می‌باشد) متناظر با آنچه از لیست‌های درختی Expression Type انتخاب شده، تغییر می‌کند. پس از انتخاب گزینه‌ی Current Number In Queue (تعداد نهادهایی که اکنون در صف هستند) از لیست درختی Queue، یک لیست کشویی با برچسب Queue Name در سمت راست ظاهر می‌شود. صف مورد نظر را از این لیست انتخاب نمایید (در این مدل تنها یک صف داریم بنابراین فقط گزینه‌ی Drilling Center. Queue در لیست کشویی وجود دارد). با این عمل، عبارت NQ (Drilling Center.Queue) (به مفهوم تعداد نهادهایی که در حال حاضر در صف Drilling Center هستند) در کادر پایینی Current Expression ایجاد می‌گردد. کلیک روی گزینه‌ی OK، این عبارت را به کادر Expression جایی که با راست کلیک این عملیات را آغاز کردیم، باز می‌گرداند. هنوز هم

1- Number busy

۶-۴-۱۱ پنجره Dressing

در بخش فلوچارت پنجره مدل ۶-۱ چندین برچسب برای مستند سازی^۱ مدل و آنچه در طول انیمیشن نمایش داده می شود؛ وجود دارد. این برچسبها از طریق دکمه **(A) Text** نوار ابزار **Draw** ایجاد می شوند. کلیک روی دکمه **Text** باعث باز شدن کادر محاوره‌ای **Text String**، همانند شکل ۶-۲۴ می گردد. می توانید در این کادر متن مورد نظران را تایپ کنید (از **Ctrl+Enter** برای رفتن به یک خط جدید استفاده کنید)؛ نوع فونت را تغییر دهید (فونت‌هایی مانند **Times Roman**، **Arial** و ...)؛ سبک فونت را تغییر دهید (مانند **Italics**، **Bold** و ...) یا اندازه‌ی فونت را از طریق دکمه **Font** و سپس کلیک روی **OK** تغییر دهید. همچنین می توانید با انتخاب متن و سپس کشیدن خط نواری زیر آن، اندازه متن را تغییر داده یا آن را بچرخانید. برای انجام این کار، روی متن عنوان در بخش فلوچارت پنجره مدل کلیک کنید؛ در گوشه‌های خط نواری زیر متن، اشاره گر ماوس به **cross hairs** (علامت +) تبدیل می شود؛ در این حالت می توانید اندازه و جهت متن را تغییر دهید (کلید **Shift** را نگه دارید تا تغییر جهت متن به افقی، عمودی یا خط با زاویه ۴۵° محدود شود). برای تغییر رنگ متن، آن را انتخاب کرده و از دکمه **(A) Text Color** برای انتخاب رنگ خط زیر آن به عنوان رنگ متن (در این حالت خط زیر **A** به رنگ مشکی است) استفاده کنید. همچنین برای انتخاب یک رنگ متفاوت، روی **▼** کلیک کنید و رنگ مورد نظران را انتخاب کنید.



شکل ۶-۲۴ کادر محاوره‌ای Text String

کادر پس زمینه‌ی زرد رنگ پشت برچسب عنوان مدل و کادر سایه‌ی آن بوسیله‌ی دکمه‌ی **Box** (□) نوار ابزار **Draw** ساخته می شود. کلیک بر روی این دکمه، اشاره گر ماوس را به

شکل **cross hairs** (علامت +) تبدیل می کند. پس از آن باید یک بار برای تعیین یک گوشه‌ی کادر و بار دیگر برای تعیین گوشه‌ی مقابل کلیک نمایید. می توانید رنگ پر کننده‌ی^۱ داخل کادر را ابتدا با انتخاب کادر و سپس کلیک بر روی دکمه‌ی **Fill Color** (🎨) و رنگ حاشیه^۲ کادر را با استفاده از دکمه‌ی **Line Color** (🎨) تغییر دهید. برای ایجاد اثرات سه بعدی مصنوعی^۳ مانند سایه‌ها (همانند کادر زرد رنگ که آن را روی کادر سیاه رنگی که مکانش اندکی تغییر یافته قرار داده ایم)، می توانید از گزینه‌هایی مانند **Send to Back** نوار ابزار **Arrange** و منوها، استفاده نمایید.

اگر مایلید یک فایل گرافیکی (با پسوند هایی مانند .gif، .jpg و ...) در بخش فلوچارت پنجره مدل قرار دهید، از مسیر **Edit > Insert New Object** استفاده کنید. سپس گزینه‌ی **Create from File** را انتخاب و فایل مورد نظر را به وسیله‌ی **Browse** برگزینید، **Open** را فشار داده و در نهایت با **cross hairs** (علامت +) فایل گرافیکی را در جای مورد نظر رها کنید.

واضح است که می توانید زمان زیادی برای این نوع مسایل صرف نمایید. به عنوان یک تجربه‌ی کاری به یاد داشته باشید که احتمالاً برترین چیز برای سازمانی که می خواهید شبیه سازی خود را به آنجا ارایه دهید، تلاش بیشتر در توجیه گرافیکی مدل تان است.

۶-۴-۱۲ کادرهای محاوره‌ای Run > Setup

برای تنظیم شرایط اجرا می توانید از فرمان منوی **Run > Setup** استفاده کنید، که در آن صفحه‌های جدول بندی شده‌ای برای کنترل جنبه‌های مختلف از چگونگی اجرای شبیه سازی وجود دارد. در این مدل فقط به ویرایش دو کادر این صفحه‌ها نیاز دارید.

اولی کادر **Project Parameters** است که در آن باید **Analyst Name**، **Project Title** (نام تحلیل گر، که شما هستید) و **Project Description** را وارد کنید. همچنین ممکن است نیاز باشد مجموعه‌ی آمارها و گزارش‌هایی که جمع آوری خواهند شد را بسته به پیش فرض‌های تنظیم شده در **Tools > Options > Project Parameters** تغییر دهید (در

1- Fill color
2- Border color
3- Faux three-dimensional effects

این مدل گزینه‌های Entities, Resources, Queues و Processes انتخاب شده‌اند). کادر محاوره‌ای تکمیل شده در شکل ۶-۱۵ از بخش ۳-۱۱ نشان داده شده است.

کادر دیگر جایی است که نیاز است Replication Parameters را ویرایش کنید. این ویرایش نیز در بخش ۳-۱۱ مورد بحث قرار گرفت و در شکل ۳-۱۶ نشان داده شد.

۴-۱۳ ایجاد Named Views

برای ایجاد یک Named View، ابتدا مقدار بزرگ‌نمایی و بخشی از مدل که می‌خواهید به خاطر سپرده شود را تنظیم نمایید. سپس به View > Named Views بروید (دکمه‌ی ۲ یا تایپ ؟ با استفاده از صفحه کلید)، روی گزینه‌ی Add کلیک کرده و یک نام یا یک کلید اختصاصی انتخاب کنید. اگر می‌خواهید بعداً این تنظیمات را تغییر دهید، روی گزینه‌ی Edit کلیک کرده و سپس مقدار بزرگ‌نمایی و بخشی از مدل که مورد نظرتان است را به این نام یا کلید اختصاصی وابسته کنید. برای حذف یک Named View از لیست، آن را انتخاب و گزینه‌ی Delete را فشار دهید. در مورد استفاده از Named View در بخش ۳-۲-۶ بحث نمودیم.

در نگاه اول ممکن است Named View چیزی غیر ضروری به نظر برسد اما برخی از آن‌ها را بویژه هنگامی که مدل‌تان بزرگ و پیچیده می‌شود، نیاز خواهید داشت.

۵-۶ مطالعه‌ی موردی: پردازش سریالی تخصصی شده در برابر پردازش موازی همگانی شده

هنگام یک پردازش دربردارنده‌ی وظایف چندگانه، سوال عملیاتی کلاسیکی که مطرح می‌شود این است که در این فرآیند به کارگرانی که هر یک متخصص انجام تنها یکی از وظایف هستند نیاز داریم یا کارگرانی که قادر به انجام تمامی وظایف هستند؟ سوال مرتبط دیگر این است که تغییر پذیری زمان پردازش چگونه روی تصمیم‌گیری اثر می‌گذارد. بر اساس مقاله Harrison و Loch (۱۹۹۵) می‌توانیم فقط با استفاده از ماژول‌های آرنا معرفی شده در مدل ۱-۶ این موضوع را بررسی کنیم. شاید هم برای انجام کار به صورت تخصصی شده و هم همگانی شده استدلال‌هایی وجود داشته باشد. اما بسته به تنظیمات و آزمایش‌های اجرا شده روی سیستم‌های واقعی، گاهی اوقات با نتایج ناامید کننده روبه‌رو می‌شویم. مطالعه‌ی دقیق

شبیه‌سازی شاید بتواند باعث جلوگیری از چنین مشکلاتی گردد. یک دفتر درخواست وام^۱ را در نظر بگیرید که تقاضانامه‌های دریافت وام با زمان‌های بین ورود مطابق توزیع نمایی با میانگین ۱۰۲۵ ساعت، به آن می‌رسند؛ فرض کنید اولین تقاضانامه در زمان صفر می‌رسد. پردازش هر تقاضانامه نیاز به چهار مرحله دارد: اول بررسی اعتبار^۲ (این کار زمان می‌گیرد اما همه این مرحله را طی می‌کنند)، سپس آماده کردن تعهدنامه‌ی وام^۳، پس از آن ارزش‌گذاری وام^۴ و در نهایت تخصیص وام^۵. برای هر تقاضانامه مراحل فوق باید به ترتیب انجام شوند. زمان انجام هر مرحله دارای توزیع نمایی با میانگین ۱ ساعت است، که به مراحل دیگر و فرآیند ورود وابسته است. در آغاز سیستم خالی و غیر فعال است و ما آن را برای ۱۶۰ ساعت اجرا می‌کنیم (در حدود یک ماه کاری). اندازه‌گیری عملکرد خروجی شامل میانگین و ماکزیمم تعداد کل تقاضانامه‌ها در سیستم، میانگین و ماکزیمم کل زمانی که تقاضانامه‌ها از ورود تا خروج در سیستم سپری می‌کنند و همچنین زمان انتظار آن‌ها برای شروع گام بعدی فرآیند، می‌باشد. چهار کارمند داریم (به نام‌های: Alfie, Betty, Chuck و Doris)، که همه آن‌ها به طور برابر برای انجام هر یک از این چهار گام صلاحیت دارند. سوال این است که چگونه آن‌ها را به بهترین شکل مستقر کنیم؟

۴-۵-۱ مدل ۲-۶: پردازش سریالی - کار مجزا شده‌ی تخصصی

طرح اولی که به ذهن می‌رسد این است که وظایف را تخصصی کرده و هر یک از کارمندان برای انجام یکی از مراحل اختصاص داده شوند. فرض کنید، Alfie برای بررسی اعتبار همه تقاضانامه‌ها، Betty برای آماده کردن تمام تعهدنامه‌ها، Chuck برای ارزش‌گذاری تمام وام‌ها و Doris برای تخصیص تمام وام‌ها، اختصاص داده شوند. بنابراین هر تقاضانامه باید ابتدا پیش Alfie، سپس Betty، بعد از آن Chuck و در نهایت Doris برود. طرح اولیه می‌تواند مانند شکل ۶-۲۵ باشد که در حال حاضر ۱۲ تقاضانامه در فرآیند آن وجود دارد؛ Alfie مشغول است اما تقاضانامه بیشتری در صف وجود ندارد، Betty غیر فعال است (و البته بدون صف)، Chuck مشغول است با پنج تقاضانامه بیشتر در صف و Doris مشغول است با چهار تقاضانامه بیشتر در صف. همه صف‌ها FIFO هستند. تحت این قوانین عملیاتی، Betty در حال حاضر نمی‌تواند به Chuck یا Doris کمکی کند.

1- Loan-application office

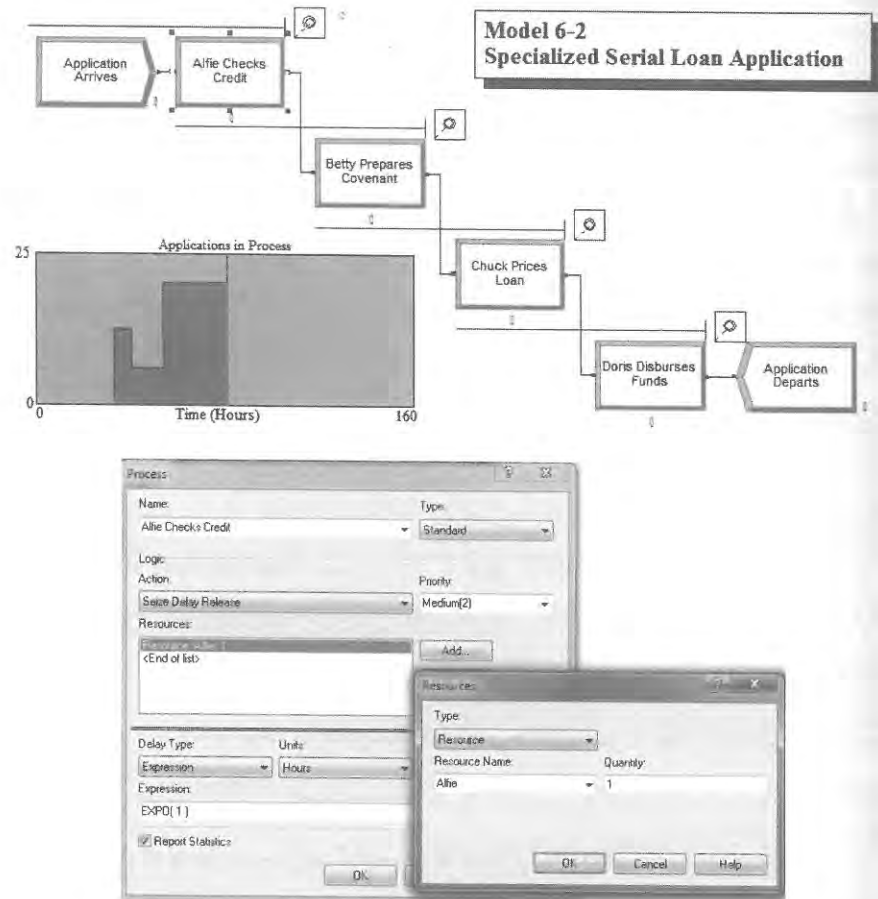
2- Credit check

3- Preparing the loan covenant

4- Pricing the loan

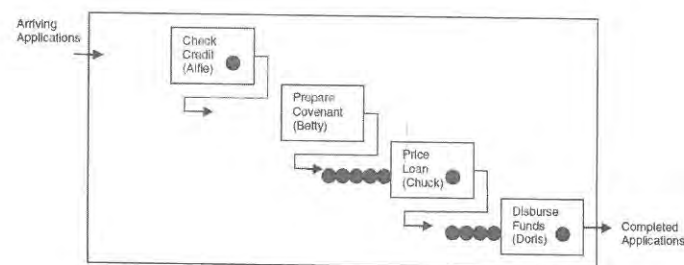
5- Disbursement of funds

■ پیش فرض Entity Picture (ماژول داده‌ی Entity و گزینه‌ی Picture.Report)، مناسب است زیرا به خوبی نهادها را که در این مدل تقاضانامه‌های وام هستند نمایش می‌دهد.



شکل ۶-۲۶ مدل ۲-۶ تکمیل شده با کادر محاوره‌ای اولین ماژول Process و کادر Resource آن

■ پیش فرض انیمیشن‌های Resource نیز تقریباً مناسب هستند، اما ما تصویر Idle را به جای پیش فرض مربع سبز رنگ با رنگ سفید پر کرده‌ایم (روی آیکن انیمیشن Resource دوبار کلیک کنید تا پنجره Resource Picture Placement باز شود. سپس روی آیکن‌های Idle و Busy دوبار کلیک نمایید و برای تغییر رنگ از نوار ابزار Fill Color استفاده کنید). یادآوری می‌کنیم که در فیلد کشویی Identifier نام درست Resource را برای هر یک از چهار حالت انتخاب کنید. همچنین کادر Seize Area علامت‌دار کنید.



شکل ۶-۲۵ پردازش سریالی و وظایف تخصصی شده

مدل ۶-۲، یک شبیه‌سازی از این سیستم ارایه می‌دهد. این مدل نسبتاً سر راست است و اساساً تنها شامل افزودن سه ماژول Process و سه ماژول Resource اضافی به مدل ۶-۱ می‌باشد. شکل ۶-۲۶ این مدل تکمیل شده را با اولین ماژول Process و کادر محاوره‌ای Resource باز شده‌ی آن، نشان می‌دهد.

از آنجا که ماژول‌های این مدل بسیار شبیه به مدل ۶-۱ هستند، فقط تفاوت‌ها را مورد بررسی قرار داده و گسترش مدل را به شما سپرده‌ایم:

■ ماژول Create همانند مدل ۶-۱ است. تنها تفاوت در نام ماژول یعنی در کادر Name، نام Entity Type، مقدار Value برای میانگین توزیع زمانی ورود و واحد زمان یعنی کادر Units (که در حال حاضر واحد آن ساعت است)، می‌باشد.

■ در این مدل چهار ماژول Process داریم. همانند مدل ۶-۱ در کادر کشویی Action گزینه‌ی Seize Delay Release انتخاب شده است. اما نام‌های متفاوتی برای ماژول‌ها و Resources در نظر گرفته‌ایم. چون زمان فرآیندها دارای توزیع نمایی است و این توزیع در کادر کشویی Delay Type وجود ندارد، ابتدا از این کادر گزینه Expression را انتخاب نمایید. سپس در کادر Expression راست کلیک کرده و گزینه Build Expression... را انتخاب کنید. در نهایت با استفاده از کادر محاوره‌ای Expression Builder توزیع نمایی را انتخاب نمایید (در لیست‌های درختی از مسیر Random Distributions ← Exponential استفاده کنید). همانطور که در شکل ۶-۲۶ مشاهده می‌کنید در اینجا واحد زمان (Units)، ساعت می‌باشد.

■ بجز کادر Name، سایر تنظیمات ماژول Dispose همانند مدل ۶-۱ است.

■ اگر تنظیمات ماژول‌های Process ابتدا انجام گیرد ماژول‌های داده‌ی Queue و Resource به طور خودکار و به درستی تکمیل می‌شوند. در واقع تمامی تنظیمات پیش فرض این ماژول‌های داده (به عنوان مثال، Type و Capacity هر یک از چهار ماژول داده‌ی Resource) برای مدل مناسب هستند.

■ نمودار پویا (Plot) تعداد کل تقاضانامه‌های موجود در فرآیند را ترسیم می‌کند. این تعداد با عبارتی به صورت EntitiesWIP(Application) تعریف می‌گردد. این عبارت را می‌توانید در Expression Builder و از مسیر Basic Process Variables ← Entity ← Number In Process ایجاد نمایید. "WIP" مخفف "کار در فرآیند" می‌باشد. سایر ورودی‌ها در محاوره‌ی Plot مشابه مدل ۶-۱ هستند؛ البته با چارچوب زمانی و ماکزیمم مقدار روی محور Y، متفاوت.

■ Setup را از مسیر Run > Setup انتخاب و سپس به Project Parameters رفته و در کادر Statistics Collection گزینه‌ی Processes را علامت‌دار نمایید. در کادرهای دیگر همین پنجره برخی از مستندات در مورد مدل وارد شده است. در کادر محاوره‌ای Replication Parameters مقدار ۱۶۰ را برای Replication Length وارد و واحد زمانی در هر دو کادر Time Units و Base Time Units ساعت (Hours) در نظر گرفته شده است.

■ پس از چند اجرا و با توجه به ماکزیمم طول صف‌ها، انیمیشن آن‌ها را با کشیدن به سمت چپ کمی طولانی‌تر کرده‌ایم.

مدل را اجرا کرده و موارد زیر را در گزارش Category Overview مشاهده نمایید:

■ میانگین و ماکزیمم تعداد کل تقاضانامه‌ها در فرآیند به ترتیب ۱۲.۳۹۳۱ و ۲۱ می‌باشد (از مسیر Loan Application ← Entity ← Other ← Wip).

■ میانگین و ماکزیمم کل زمانی که تقاضانامه‌ها در سیستم صرف کرده‌اند، از هنگام ورود تا خروج، به ترتیب ۱۶.۰۸۳۱ و ۲۷.۲۰۸۹ ساعت می‌باشد (مسیر Loan Application ← Entity ← Time ← Total Time). توجه کنید که این مقادیر تنها مربوط به آن دسته از تقاضانامه‌هایی هستند که وقتی شبیه‌سازی متوقف شده سیستم را ترک کرده‌اند، نه آن‌هایی

که در زمان توقف شبیه‌سازی همچنان در فرآیند باقی مانده‌اند (چون کل زمان ماندن آن‌ها در سیستم هنوز تکمیل نشده است).

■ میانگین و ماکزیمم کل زمانی که تقاضانامه‌ها صرف انتظار برای شروع گام بعدی فرآیند می‌کنند به ترتیب ۱۱.۹۸۴۱ و ۲۲.۲۷۳۲ ساعت می‌باشد (Loan Application ← Entity ← Time ← Wait Time). توجه داشته باشید که این فقط شامل زمان "تلف شده" برای انتظار در صف‌ها است و نه "مقدار اضافه شده" به این زمان که صرف جابه‌جایی بین چهار گام فرآیند می‌گردد؛ بنابراین معیار خوبی برای اندازه‌گیری ناکارآمدی سیستم است. آرنا در این آماره کل زمان انتظار در چهار صف را تنها برای آن تقاضانامه‌هایی محاسبه می‌کند که هر چهار گام را به پایان رسانده و از سیستم خارج شده‌اند. زمان انتظار در صف‌های منحصر به فرد از مسیر Loan Application ← Queue ← Time قابل مشاهده است و همان‌طور که در مدل ۶-۱ مشاهده کردیم ممکن است در محاسبه‌ی این مقادیر، نسبت به مقادیر محاسبه شده برای میانگین و ماکزیمم کل زمان انتظار، نهادهای بیشتری منظور شده باشند (زیرا در محاسبه‌ی این مقادیر، زمان‌های انتظار نهادهایی که در پایان شبیه‌سازی همچنان در صف‌ها قرار دارند و از سیستم خارج نشده‌اند نیز در نظر گرفته می‌شود).

■ در طول این ۱۶۰ ساعت، ۱۱۷ تقاضانامه تکمیل می‌شوند (Loan Application ← Entity ← Other ← Number Out). این می‌تواند یک مقیاس مناسب برای اندازه‌گیری بهره‌وری^۳ باشد.

■ Alfie, Betty, Chuck و Doris به ترتیب به میزان ۸۲.۳۳٪، ۷۰.۳۴٪، ۸۰.۴۴٪ و ۸۰.۸۰٪ مشغول بوده‌اند.

■ Alfie, Betty, Chuck و Doris به ترتیب ۱۲۸، ۱۲۸، ۱۲۲ و ۱۱۷ تقاضانامه را پردازش کرده‌اند (Loan Application ← Process ← Other ← Number Out). در این مدل، تقاضانامه‌ها طبق ترتیب مشخص شده به دست این کارمندان می‌رسند؛ بنابراین در پایان شبیه‌سازی تعداد تقاضانامه‌هایی که به دست نفر بعدی رسیده یا باید کاهش یافته و یا به همان تعداد باقی بماند (تحت چه شرایطی همه‌ی این مقادیر یکسان خواهند بود؟ آیا چنین چیزی در این مدل امکان‌پذیر است؟).

1- Wasted

2- Value-added

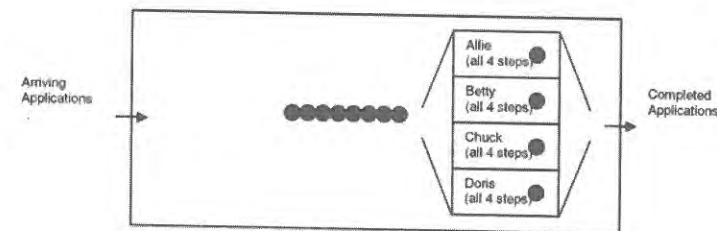
3- Productivity

1- Work in process

ناکارایی اصلی این سیستم زمان انتظاری است که تقاضانامه‌ها باید در صف‌ها تحمل کنند. چهار مکان متفاوت وجود دارد که این اتفاق در آن‌ها رخ می‌دهد. در شکل ۲۵-۶ مشاهده می‌کنید، این احتمال هم وجود دارد که کارمندان بخش‌هایی غیر فعال باشند در حالی که در بخش‌های دیگر تقاضانامه‌ها در صف قرار دارند؛ این می‌تواند به عنوان نوعی از اتلاف منابع در نظر گرفته شود.

۲-۵-۶ مدل ۳-۳: پردازش موازی - تعمیم وظایف همگانی شده

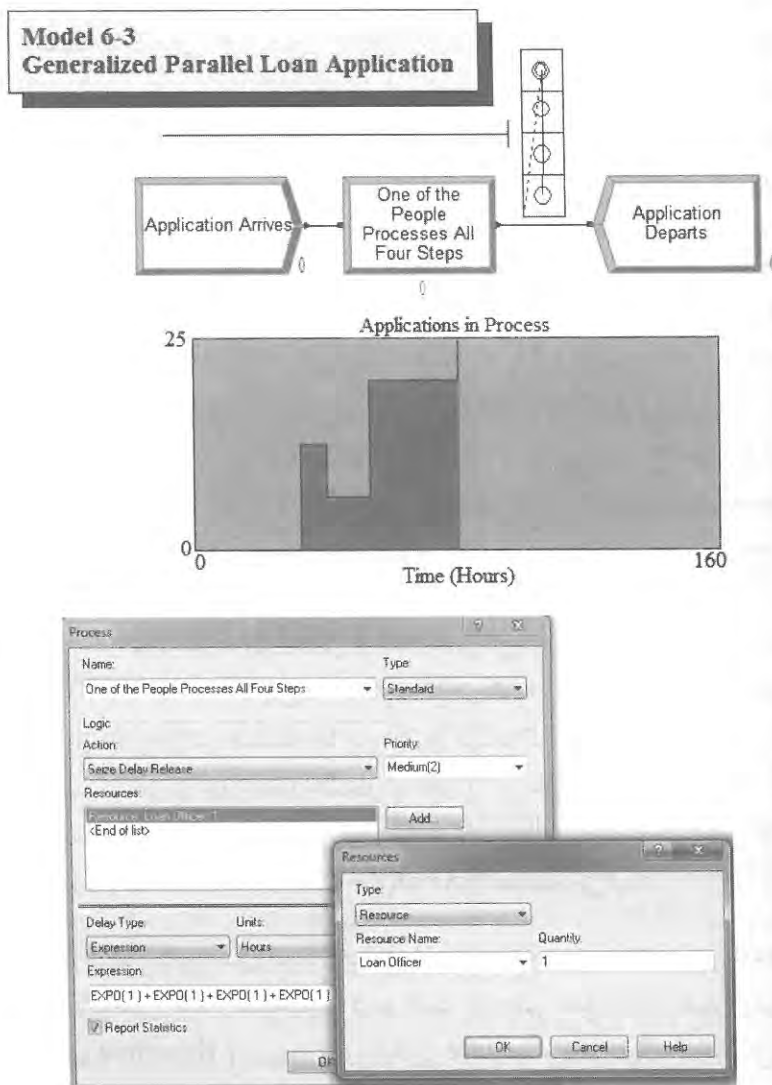
آیا بهتر نیست وظایف "عمومیت داده" یا "یکپارچه" شوند به طوری که هر کارمند بتواند هر چهار گام مربوط به یک تقاضانامه‌ی وام را (بررسی اعتبار، آماده کردن تعهدنامه‌ی وام، ارزش گذاری وام و تخصیص وام) در یک زمان و با یک صف واحد از تقاضانامه‌ها انجام دهد؟ از نقطه نظر تقاضانامه‌ها، این شیوه باعث انتظار کشیدن در تنها یک صف می‌گردد اما از طرفی باعث طولانی‌تر شدن مدت زمان فرآیند هم می‌شود (چون باید در یک صف منتظر بماند تا برای یک تقاضانامه هر چهار گام مشخص شده انجام شود و سپس تقاضانامه‌ی بعدی بتواند وارد فرآیند گردد). در شکل ۲۷-۶ چگونگی انجام این کار نشان داده شده است. مشاهده می‌کنید که هر کارمند قبل از بررسی تقاضانامه‌های دیگر موجود در صف، هر چهار مرحله را انجام می‌دهد. همانند پردازش سریالی در شکل ۲۵-۳، در حال حاضر در این پردازش موازی نیز ۱۲ تقاضانامه در فرآیند وجود دارند. اما توجه داشته باشید که تعداد کل تقاضانامه‌های موجود در صف به جای ۹ عدد ۸ عدد است؛ زیرا Betty نیز در حال حاضر مشغول می‌باشد.



شکل ۲۷-۶ پردازش موازی و وظایف همگانی شده

- 1- Generalize
- 2- Integrate
- 3- Credit check
- 4- Preparing the loan covenant
- 5- Pricing the loan
- 6- Disbursement of funds

مدل ۳-۶، که در عمل ساده‌تر از مدل ۲-۶ (مدل پردازش سریالی) می‌باشد، برای شبیه‌سازی این شیوه‌ی پردازش موازی طراحی شده است. این مدل به همراه کادر محاوره‌ای ماژول Process و کادر ثانویه Resources آن، در شکل ۲۸-۶ نمایش داده شده است. ماژول‌های Create و Dispose، همچنین نمودار پویا (Plot) و تنظیمات Run > Setup (بجز برچسب‌های آن) مانند مدل ۲-۶ می‌باشند.



شکل ۲۸-۶ مدل ۳-۶ تکمیل شده با کادر محاوره‌ای ماژول Process و کادر ثانویه Resources آن

تغییر اصلی این مدل نسبت به مدل ۶-۲ این است که چهار ماژول Process که هر کدام نماینده تنها یک کارمند بودند با یک ماژول Process که نماینده هر چهار کارمند است، جایگزین شده. همچنین چهار منبع تک-واحدی^۱ در مدل ۶-۲ را با یک منبع چهار-واحدی^۲، که نام آن را Loan Officer گذاشته‌ایم، جایگزین کرده‌ایم (به ماژول داده‌ی Resource در مدل ۶-۳ نگاه کنید). توجه داشته باشید که در کادر محاوره‌ای Resource از ماژول Process که در شکل ۶-۲۸ نشان داده شده، فیلد Quantity هنوز مقدار ۱ دارد که نمایش دهنده‌ی تعداد واحدهایی از منبع (Loan Officer) است که به‌وسیله هر نهاد (Application) اشغال و رها می‌شوند. بنابراین از فیلد Quantity برای مشخص نمودن اینکه چهار واحد از این منابع وجود داشته باشند استفاده نمی‌شود، بلکه در ستون Capacity از ماژول داده‌ی Resource این موضوع (منبع چهار-واحدی) مشخص می‌گردد.

از آنجایی که در حال حاضر هر کارمند باید هر چهار وظیفه را به‌طور پشت سر هم و قبل از گرفتن تقاضانامه بعدی موجود در صف به پایان برساند؛ باید زمان Delay طولانی‌تری را در ماژول Process بسازیم. هر کدام از این چهار گام نیاز به $EXPO(1)$ ساعت (توزیع نمایی با میانگین ۱) برای تکمیل شدن دارند، بنابراین مجموع چهار عدد از این توزیع‌ها را در فیلد Expression از کادر Delay Type ماژول Process وارد می‌کنیم؛ همانطور که در شکل ۶-۲۸ می‌بینید، هر توزیع نمایی $EXPO(1)$ به نمایندگی از یکی از چهار گام فرآیند، می‌داند جمع جبری چهار چیز یکسان همانند ضرب آن در عدد ۴ است، بنابراین ممکن است تعجب کنید که چرا کار خود را راحت‌تر نکرده و به جای جمع چهار توزیع $EXPO(1)$ عبارت $EXPO(1) * 4$ را وارد نکرده‌ایم. مشکل از آنجا ناشی می‌شود که هر بار تنها یک مقدار از توزیع نمایی $EXPO(1)$ ساخته می‌شود و ضرب آن در ۴، به این معنی است که هر چهار گام دقیقاً به یک اندازه زمان‌گیر هستند، اما این چیزی نیست که ما می‌خواهیم. چیزی که نیاز داریم این است که هر بار چهار مقدار مستقل و مجزا از این توزیع‌های نمایی ساخته شود که نمایش دهنده‌ی چهار زمان مستقل و مجزا برای این چهار گام باشد، بنابراین از عبارت $EXPO(1) + EXPO(1) + EXPO(1) + EXPO(1)$ استفاده می‌گردد.

هر چند تأثیری در نتایج مدل ایجاد نخواهد شد اما یک تغییر در انیمیشن Resource می‌تواند موجب واقعی‌تر شدن شبیه‌سازی گردد (البته نه به‌طور کامل). برای تغییر آیکون منبع، روی انیمیشن Resource و سپس روی آیکون Idle دو مرتبه کلیک نمایید تا پنجره‌ی

Resource Picture Placement باز شود. روی یکی از ضلع‌های مربع سفید رنگ موجود راست کلیک کرده سپس گزینه‌ی Duplicate را انتخاب کنید تا مربع سفید رنگ دیگری همانند آن ایجاد شود؛ همین عمل را دوبار دیگر تکرار نمایید. اکنون چهار مربع سفید رنگ و هم اندازه دارید؛ آن‌ها را به‌طور عمودی هم راستا نمایید. سپس هر چهار مربع را انتخاب کرده و روی آن‌ها راست کلیک و Copy کنید؛ به عقب برگردید (فقط کافی است پنجره را ببندید)، آیکون Busy را باز و در آنجا راست کلیک و Paste کنید تا این چهار مربع جایگزین مربع سبز رنگ فعلی گردند. به پنجره مدل بازگردید؛ روی دو دایره هم مرکز نمایش دهنده‌ی Seize Area برای وارد شدن به کادر محاوره‌ای Seize Area دوبار کلیک کنید. گزینه‌ی Points را انتخاب و سپس سه مرتبه روی گزینه‌ی Add کلیک نمایید تا سه دایره دیگر برای این منبع چند-واحدی^۱ ایجاد گردد. محاوره‌ی Seize Area را ببندید و این دایره‌ها را به درون مربع‌ها بکشید (ممکن است نیاز باشد گزینه‌ی Snap to Grid را خاموش کنید). هنگام اجرای شبیه‌سازی آیکون نهادها را در انیمیشن Resource به عنوان نهادهایی که در هر زمان در حال دریافت سرویس (چهار گام مورد نظر) هستند مشاهده خواهید کرد. آنچه باعث می‌شود حتی این انیمیشن نیز کاملاً درست به نظر نرسد این است که آیکون نهادهای در حال دریافت سرویس به جای ماندن در جایی که به آن تعلق دارند همیشه خود را به سمت Seize Area اولی (دو دایره هم مرکز) هل می‌دهند؛ اگر مربع‌ها را از بالا به پایین نگاه کنید به ترتیب مربوط به Alfie, Betty, Chuck و Doris هستند (برای واقعی‌تر کردن انیمیشن می‌توانید به جای یک منبع چند-واحدی با استفاده از Resource Sets چند منبع تک-واحدی ایجاد کنید).

به نظر می‌رسد مدل‌بندی به صورت کار موازی همگانی شده کارایی بیشتری نسبت به کار سریالی تخصصی شده، فراهم می‌کند. میانگین و ماکزیمم تعداد کل تقاضانامه‌ها در پردازش موازی به ترتیب ۴۰۶۱۱۸ و ۱۰ می‌باشد در حالی که در پردازش سریالی این مقادیر به ترتیب ۱۲۰۳۹۳۱ و ۲۱ بودند. میانگین و ماکزیمم کل زمانی که تقاضانامه‌ها در سیستم پردازش موازی صرف کرده‌اند به ترتیب ۵۰۳۸۴۲ و ۱۳۰۷۲۶۲ ساعت است که کمتر از ۱۶۰۰۸۳۱ و ۲۷۰۲۰۸۹ ساعت مدل سریالی می‌باشد. میانگین و ماکزیمم مدت زمان انتظار در صف در اینجا به ترتیب ۱۰۳۲۸۲ و ۶۰۸۲۳۱ ساعت است که کاهش قابل ملاحظه‌ای نسبت به ۱۱۰۹۸۴۱ و ۲۲۰۲۷۳۲ ساعت پردازش سریالی نشان می‌دهد. بهره‌وری از ۱۱۷ به ۱۳۵ تقاضانامه تکمیل شده افزایش یافته، هر چند چنین بهبودی به‌وسیله نرخ ورود محدود شده است. همه این بهبودها به دلیل کاهش زمان بیکاری کارمندان بوده است. استفاده از منبع

1- Single-unit

2- Four-unit

Loan Officer به عنوان مقدار میانگین تعداد کارمندان مشغول تعریف شده است (که برابر است با ۳.۴۸)؛ با تقسیم این عدد بر ۴ مقدار ۸۷٪ به عنوان درصد مشغول بودن چهار کارمند بدست می‌آید (یعنی به‌طور میانگین ۸۷٪ از کارمندان مشغول هستند) در حالی که در پردازش سریالی میانگین مشغول بودن چهار کارمند متخصص برابر ۷۸.۴۸٪ (یعنی به‌طور میانگین ۷۸.۴۸٪ از کارمندان مشغول هستند) بود. در پردازش موازی هرگز با وضعیتی مشابه شکل ۶-۲۵ (مربوط به پردازش سریالی) که در آن نهادها (تقاضانامه‌ها) در صف قرار دارند اما برخی از منابع (کارمندان) بیکار هستند، روبرو نمی‌شویم. البته این مقایسه‌ها تنها از یک مرتبه اجرای مدل‌های ۶-۲ و ۶-۳ به‌دست آمده‌اند.

۶-۵-۳ مدل‌های ۶-۴ و ۶-۵: اثر تغییر پذیری زمان انجام کار

Harrison و Loch (۱۹۹۵) سوالات بیشتری در مورد مقایسه دو طرح بالا (که به نظر می‌رسد طرح دوم همیشه بسیار بهتر از طرح اول است)، مطرح کردند. در حالی که بسیاری از جنبه‌های دیگر این مدل‌ها نیز می‌تواند به عنوان سوال مطرح گردد، آن‌ها به اثر تغییر پذیری زمان‌های انجام کار پرداختند.

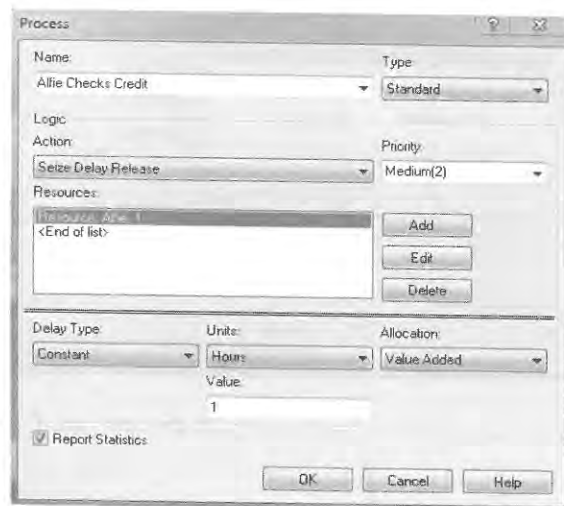
هر یک از چهار وظیفه مورد نیاز برای یک تقاضانامه به‌طور میانگین در طول مدت یک ساعت انجام می‌شود اما این مدت زمان‌ها یک توزیع احتمال نمایی حول میانگین دارند؛ بنابراین در زمان انجام این وظایف امکان تغییر پذیری وجود دارد. اجازه دهید دیدگاهی در مورد مقدار این تغییر پذیری به‌دست آوریم. برای مثال، احتمال اینکه یک وظیفه در کمتر از ده دقیقه (۱/۶ ساعت) به انجام رسد برابر است با $1 - e^{-1/6} \approx 0.15$ ، که در آن $F(1/6)$ نشان دهنده تابع توزیع تجمعی^۱ یک متغیر تصادفی نمایی^۲ با میانگین یک ساعت می‌باشد. اما ممکن است انجام برخی از وظایف مدت زمان بیشتری طول بکشد. برای مثال، احتمال اینکه انجام یک وظیفه بیشتر از دو ساعت طول بکشد برابر است با $1 - F(2) = e^{-2} \approx 0.14$ ، که تقریباً برابر ۰.۱۵ احتمال انجام یک وظیفه در کمتر از ده دقیقه است. به عبارت دیگر، حدود ۱۵٪ از وظایف بسیار سریع (کمتر از ده دقیقه)، اما تقریباً به همین اندازه (۱۴٪) از وظایف در مدت زمان بسیار طولانی (بیش از دو ساعت) انجام می‌شوند. بنابراین تغییر نسبتاً زیادی در زمان انجام وظایف با توزیع نمایی وجود دارد؛ از طرفی زمان‌های طولانی انجام وظایف نقش مهمی در ایجاد تراکم و تأخیر در صف دارد و بنابراین باعث ناکارآمدی می‌شود. در پردازش سریالی مدل

1- Cumulative distribution function

2- Exponential random variable

۶-۲، هنگامی که تنها انجام یکی از وظایف با این زمان‌های طولانی مواجه شود، باعث ایجاد یک صف طولانی در آن نقطه می‌گردد (با توجه به نوع پردازش، این مساله باعث مختل شدن انجام وظایف در گام‌های بعدی نیز می‌گردد؛ زیرا کارمند بعدی باید منتظر پایان انجام کار روی این تقاضانامه بماند. شاید این همان چیزی باشد که در شکل ۳-۲۵ اتفاق افتاده). در پردازش موازی مدل ۶-۳ نیز یک زمان طولانی انجام وظیفه، تراکم صف را افزایش می‌دهد اما احتمالاً نه به اندازه‌ی افزایش تراکمی که در پردازش سریالی رخ داده. زیرا بعید است که هم زمان سه کارمند دیگر نیز با زمان‌های طولانی انجام وظیفه روی تقاضانامه‌های مربوط به خود روبرو شوند؛ بنابراین تا حدودی از اثر آن کاسته می‌شود.

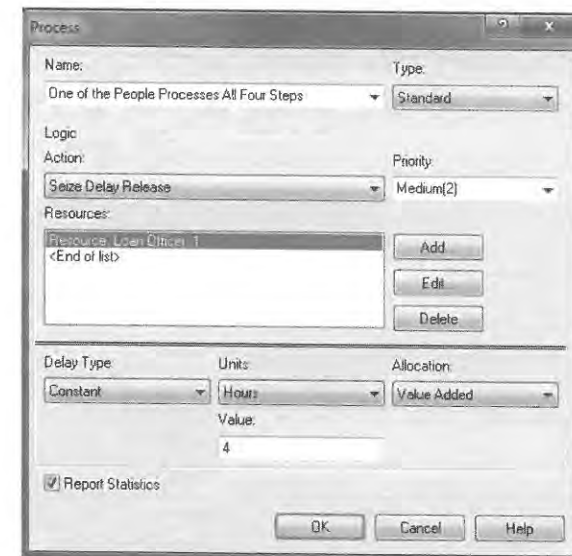
اما اگر تغییر پذیری کمتری در زمان‌های انجام وظیفه وجود داشته باشد، حتی هنگامی که میانگین زمان انجام وظیفه همان یک ساعت است، چه اتفاقی رخ می‌دهد؟ بیایید ببینیم اگر تغییر پذیری وجود نداشته باشد چه اتفاقی می‌افتد. به عنوان مثال، فرض کنید زمان انجام هر وظیفه دقیقاً یک ساعت باشد (و بنابراین هر تقاضانامه در مجموع دقیقاً به چهار ساعت زمان برای پردازش نیاز دارد). شاید بتوانیم با پشتیبانی بهتر از کارمندان، انجام کارها با کامپیوتر، مدیریت منسجم‌تر و یا از طریق برگزیدن افراد برتر، به این سمت حرکت کنیم. از آنجایی که در عمل ورود تقاضانامه‌ها تحت کنترل ما نیست، همان روند قبلی ورود را حفظ می‌کنیم؛ یعنی زمان بین ورودها همچنان توزیع نمایی با میانگین ۱.۲۵ ساعت دارد. بنابراین این مدل هنوز هم دارای ورودی‌های تصادفی است.



شکل ۶-۲۹ ماژول Process تکمیل شده برای Alfie در مدل ۶-۴ با زمان‌های انجام وظیفه ثابت

اکنون چگونه می‌توانیم مدل‌های پردازش سریالی و موازی را با هم مقایسه کنیم؟ ما با اصلاح مدل ۲-۶، مدل ۴-۶ را ساخته‌ایم که در آن هر چهار ماژول Process اصلاح شده است تا زمان انجام وظیفه‌ی متناظر هر یک از آن‌ها دقیقاً برابر یک ساعت گردد. انجام این کار بسیار ساده است؛ تنها کافی است در هر یک از کادرهای محاوره‌ای این چهار ماژول Process از کادر کشویی Delay Type گزینه‌ی Constant (توزیع ثابت) را انتخاب کرده و سپس Value را برابر ۱ قرار دهیم. همچنین مطمئن شوید که واحد زمان (Units) همچنان ساعت (Hours) انتخاب شده باشد. شکل ۲۹-۶ این تنظیمات را برای کارمند با نام Alfie نشان می‌دهد. برای سه کارمند دیگر نیز به همین طریق عمل نمایید.

به همین ترتیب، مدل ۵-۶ را با اصلاح مدل ۳-۶ می‌سازیم. این کار به سادگی با حذف عبارت طولانی $EXPO(1) + EXPO(1) + EXPO(1) + EXPO(1)$ از طریق انتخاب گزینه‌ی Constant (توزیع ثابت) از کادر کشویی Delay Type و سپس وارد کردن مقدار ۴ در کادر Value انجام می‌گیرد. واحد زمان (Units) همچنان ساعت (Hours) می‌باشد. شکل ۳۰-۶ کادر محاوره‌ای تکمیل شده ماژول Process را نشان می‌دهد.



شکل ۳۰-۶ ماژول Process تکمیل شده برای مدل ۵-۶ با زمان‌های انجام وظیفه ثابت

در جدول ۱-۶ خلاصه‌ی نتایج به‌دست آمده از مدل‌های ۴-۶ و ۵-۶ با زمان‌های سرویس ثابت^۱ (در نیمه پایینی جدول) و مدل‌های ۱-۶ و ۲-۶ با زمان‌های سرویس نمایی^۲ (در نیمه بالایی جدول) آمده است. این نتایج تا دو رقم اعشار گرد شده‌اند. برای مدل‌های با زمان سرویس ثابت (۴-۶ و ۵-۶) ممکن است هنوز امکان بهبود شرایط با تغییر پردازش سریالی به موازی وجود داشته باشد، اما به میزان بسیار کمی که حتی ممکن است از نظر آماری معنی‌دار نباشد. بدیهی است وقتی زمان‌های سرویس تغییر پذیری کمی دارند و یا بدون تغییر پذیری هستند، تفاوت زیادی بین طرح‌های پردازش سریالی تخصصی و موازی همگانی وجود ندارد.

البته شما می‌توانید سوالات مانند زیر را نیز ذکر کنید:

- آیا انتظار ندارید افراد با توانایی انجام تمامی وظایف در مدل کار موازی همگانی شده، کارآمدی کمتر نسبت به حالتی که افراد تنها در انجام یک وظیفه تخصص دارند، داشته باشند؟
- هنگامی که با منابع انسانی سر و کار داریم، آیا افراد نیاز به کمی زمان بی‌کاری ندارند، مثلاً از طریق تنفس‌های برنامه‌ریزی شده، تا با نشاط باقی بمانند؟ Resource Schedules می‌تواند برای ایجاد چنین تنفس‌هایی در مدل استفاده شود.
- آیا بهبودهای حاصل از تغییر پردازش‌های سریالی به موازی از نظر آماری معنی‌دار هستند، یا تنها می‌توانند کاذب و ناشی از نوسانات نمونه برداری صرف باشند؟

جدول ۱-۶ خلاصه نتایج هر چهار طرح مدل پردازش وام

| Model | | Total WIP | | Total Time in System | | Total Waiting Time | | Number Processed | Avg. Utilization |
|------------------|----------------|-----------|------|----------------------|-------|--------------------|-------|------------------|------------------|
| | | Avg. | Max. | Avg. | Max. | Avg. | Max. | | |
| Expo service | 3-2 (serial) | 12.39 | 21 | 16.08 | 27.21 | 11.98 | 22.27 | 117 | 0.78 |
| | 3-3 (parallel) | 4.61 | 10 | 5.38 | 13.73 | 1.33 | 6.82 | 135 | 0.87 |
| Constant service | 3-4 (serial) | 3.49 | 12 | 5.32 | 11.38 | 1.32 | 7.38 | 102 | 0.65 |
| | 3-5 (parallel) | 3.17 | 11 | 4.81 | 10.05 | 0.81 | 6.05 | 102 | 0.66 |

1- Constant-service-time

2- Exponential-service-times

۶-۶ مطالب بیشتری در مورد منوها، نوار ابزارها، ترسیم و چاپ

در این بخش، به برخی از امکانات متنوع دیگری که در منوها و نوار ابزارهای آرنا وجود دارند و همچنین مطالب بیشتری در مورد قابلیت‌های رسم و چاپ که پیش از این به آن‌ها اشاره نشده به‌طور خلاصه خواهیم پرداخت. در فصل‌های بعد نیز از طریق مثال‌های کاربردی به بیان جزئیات بیشتری در این مورد می‌پردازیم.

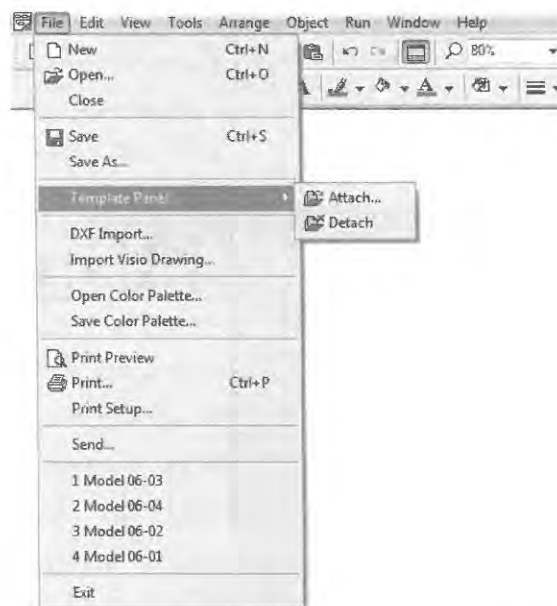
۶-۶-۱ منوها

در این بخش یک دید کلی در مورد آنچه در منوهای آرنا وجود دارد، به‌دست خواهیم آورد. ممکن است برخی گزینه‌های موجود در منوها در یک وضعیت یا زمان خاص کاربرد نداشته و کم رنگ نمایش داده شوند (به این معنی که نمی‌توانید آن‌ها را انتخاب کنید). یادآوری می‌شود برای کسب اطلاعات بیشتری در مورد گزینه‌های داخلی منوها می‌توانید روی **؟** کلیک و سپس از آن برای کلیک بر روی آیتم‌های موجود در منوها (نامشخص یا مشخص) استفاده نمایید تا به مستندات کاملی در مورد آن‌ها و از جمله لینک‌هایی به مباحث مرتبط دست پیدا کنید.

منو File. از طریق این منو می‌توانید فایل‌های مدل آرنا جدید ایجاد کنید، یکی از فایل‌های موجود را باز کرده، پنجره‌ها را ببندید و یا مدل‌های خود را ذخیره نمایید (گزینه‌های New, Open, Close, Save, Save As). همچنین از این منو می‌توانید پانل‌های Project Bar را متصل^۱ یا جدا^۲ کنید (گزینه‌ی Template Panel و سپس Attach و Detach). می‌توانید تصاویر CAD را از AutoCAD (و یا از سایر برنامه‌های CAD در فرمت استاندارد DXF) برای استفاده به عنوان "پس زمینه"^۳ آرنا و یا در برخی حالت‌ها به عنوان عناصر فعال (مانند مسیریابی برای بیان راهنمایی‌های کوتاه) که اجازه استفاده از تصاویر دقیق موجود را می‌دهند، وارد محیط مدل نمایید^۴. نوع دیگری از فایل‌های گرافیکی که می‌توانید وارد کنید تصاویر ترسیم شده با Microsoft Visio و فایل‌های با فرمت vsd هستند. گزینه‌های DXF Import و Import Visio Drawing). اگر رنگ‌های مورد استفاده در آرنا را تغییر دهید، می‌توانید آن‌ها را به عنوان رنگ‌های تخته نقاشی ذخیره نمایید (می‌توانید برخی از این

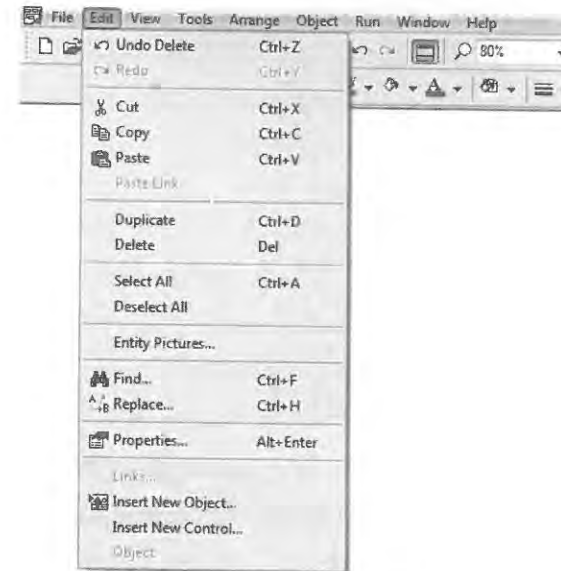
- 1- Attach
- 2- Detach
- 3- Backdrop
- 4- Import

کارها را با ویندوز نیز انجام دهید؛ همچنین می‌توانید رنگ‌های تخته نقاشی‌هایی که قبلاً ذخیره کرده‌اید را باز کنید (گزینه‌های Open Color Palette و Save Color Palette). عملگرهای مربوط به چاپ نیز در این منو قابل دسترس هستند (گزینه‌های Print Preview, Print و Print Setup). دستور Send اجازه می‌دهد از درون آرنا پست الکترونیک ارسال کرده و هر مدل فعال را به پیام متنی خود پیوست کنید. آرنا آخرین مدل‌هایی که باز کرده‌اید را به خاطر می‌سپارد و می‌توانید دوباره آن‌ها را به سرعت باز کنید. دستور Exit یکی از راه‌های خروج از آرنا می‌باشد.



منوی Edit. در این منو گزینه‌های معمولی را که در مدل‌های آرنا مورد استفاده قرار می‌گیرند پیدا خواهید نمود. می‌توانید اقدامات قبلی را Undo و یا Undo ها را Redo کنید. همچنین می‌توانید شی انتخاب شده (یا یک گروه از اشیا) از Clipboard (تخته‌ی رسم پنجره‌ی آرنا یا در واقع همان مکانی که مدل را در آن می‌سازید) را برای قرار دادن در جای دیگری از مدل فعلی، مدل‌های دیگر، یا در برخی موارد در برنامه‌های دیگر، Cut یا Copy نمایید. گزینه‌ی Paste اجازه می‌دهد موارد انتخاب شده از Clipboard را در یک مدل قرار دهید و گزینه‌ی Paste Link یک لینک OLE به سند منبع آنچه که در حال حاضر در Clipboard است، ایجاد می‌کند. Duplicate یک کپی از آنچه انتخاب شده است ایجاد و در مجاورت همان مکان در مدل جاری قرار می‌دهد و Delete هر آنچه انتخاب کرده‌اید را به‌طور همیشگی حذف

می‌کند. می‌توانید تمامی اشیاء موجود در یک مدل را با استفاده از گزینه‌ی **Select All** انتخاب کنید و یا آن‌ها را **Deselect All** نمایید. با استفاده از گزینه‌ی **Entity Pictures** می‌توانید آنچه در لیست ماژول داده‌ی **Entity** ارایه شده و همچنین ظاهر این تصاویر را تغییر دهید یا از کتابخانه تصاویر آرنا (فایل‌های با پسوند **.plb**) تصاویری دیگری را در این لیست کپی کنید. **Calendar Schedules** اجازه می‌دهد الگوهای پیچیده‌ی زمانی را با سلسله مراتب (هفته‌ها از روزها ساخته شده‌اند و آن‌ها از شیفت‌های کاری ساخته شده‌اند و به همین ترتیب) توصیف کنید، استثنائاتی مانند تعطیلات و مرخصی‌ها را تعریف و اثر خالص همه این چیزها را در نمایش مرکب نشان دهید. عملگر **Find** آرنا همه ماژول‌ها و اشیای انیمیشن مدل فعال فعلی را از طریق یک رشته متنی ورودی با کنترل معمول کل کلمه و حساسیت بخشی، جستجو می‌کند (از این گزینه می‌توان برای پیدا کردن سریع ورودی‌هایی که در مورد آن‌ها پیغام خطا دریافت کرده‌اید استفاده کرد).



بوسیله‌ی گزینه‌ی **Properties** می‌توانید خصوصیات اضافی در مورد اشیاء مانند بر چسب مشخصات منحصر به فرد آن‌ها را نمایش دهید. اگر لینک‌هایی از مدل به سایر فایل‌ها مانند فایل یک صفحه‌ی گسترده^۱ یا فایل صوتی دارید، گزینه‌ی **Links** در مورد آن‌ها به شما گزارش داده و اجازه می‌دهد آن‌ها را تغییر دهید. **Insert New Object** اجازه می‌دهد از

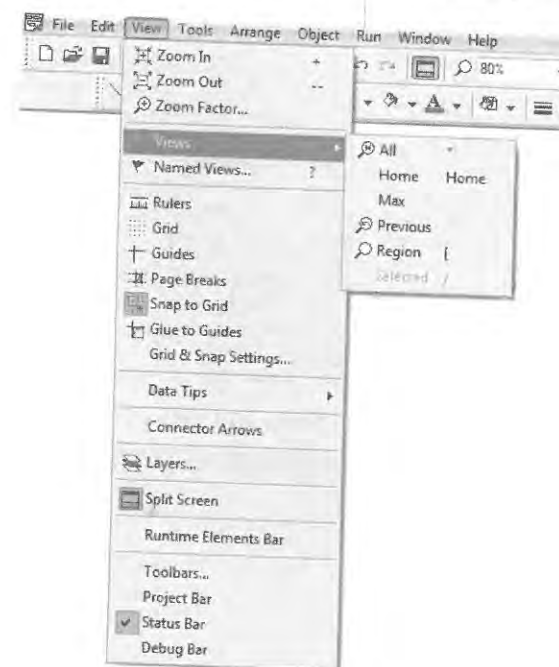
برنامه‌های دیگری مانند گرافیک‌ها و چند رسانه‌ای، چیزهایی را جایگذاری نمایید و گزینه‌ی **Insert New Control** اجازه درج^۱ از یک کنترل **VBA/ActiveX** را می‌دهد. **Object** اجازه می‌دهد چیزی را که از برنامه‌های دیگر به داخل مدل آورده‌اید تغییر دهید.

منو View. از این منو، می‌توانید چگونگی نمایش مدل خود در صفحه نمایش و نیز نوار ابزارهایی که می‌خواهید نمایش داده شوند را کنترل کنید. **Zoom In** و **Zoom Out** اجازه می‌دهند مدل را از ارتفاع‌های مختلف نمایش دهید؛ بنابراین می‌توانید یک تصویر بزرگ یا بخش‌های کوچک از مدل را با جزییات بیشتر ببینید. **Zoom Factor** اجازه می‌دهد مقدار بزرگنمایی را در هر زمان تنظیم کنید. **Views** (که زیر منوهایش را در شکل بعد مشاهده می‌کنید) انواع نمایش‌های از پیش تعریف شده‌ی مدل را ارایه می‌کند و **Named Views** اجازه‌ی تعریف، تغییر و استفاده از نوع نمایش مورد نظرتان را می‌دهد. **Grid, Rulers, Guides, Snap to Grid** و **Glue to Guides** اگر بخواهید چیزها را از نظر مکانی به خط کنید، مفید هستند. **Grid & Snap Settings** امکان کنترل روی فاصله‌بندی^۲ **Grid** و **Snap** را می‌دهد. **Page Breaks** نشان می‌دهد اگر مدل برای چاپ در صفحه‌ها مختلف قرار گیرد چگونه نمایش داده خواهد شد. **Data Tips** گزینه‌هایی برای نمایش برخی از خصوصیات یک شیء وقتی اشاره‌گر ماوس را بر روی آن نگه دارید، ارایه می‌دهد. **Connector Arrows** اجازه می‌دهد تا برای نمایان شدن جهت جریان نهادهای بین ماژول‌ها بر روی خطوط اتصال دهنده‌ی آن‌ها فلش‌های جهت نما قرار دهید. **Layers** اجازه می‌دهد نوع اشیایی را که در طول ویرایش یا اجرای مدل نمایش داده می‌شوند کنترل کنید. اگر **Split Screen** را علامت‌دار نمایید (ضمن آن روشن باشد)، پنجره‌ی مدل هر دو بخش فلوجارت و صفحه گسترده را به‌طور همزمان نمایش خواهد داد. اگر **Runtime Elements Bar** علامت‌دار شود، پنجره‌ای نمایش داده می‌شود که اجازه می‌دهد آنچه را در طول اجرا نمایش داده شده انتخاب کنید. **Toolbars** یکی از راه‌هایی است که از طریق آن می‌توانید تعیین کنید کدام مجموعه از دکمه‌ها در صفحه نمایش نشان داده شوند (بخش ۶-۶-۲ را ببینید). گزینه‌ی **Project Bar** ضامنی برای این است که هر چیزی که در **Project Bar** (که میزبان پانل هستند) قرار دارد قابل مشاهده گردد. گزینه‌ی **Status Bar** اجازه می‌دهد یک نوار افقی باریک در انتهای پایینی صفحه مدل نمایش داده شود که مختصات اشاره‌گر ماوس را در فضای

1- Insertion

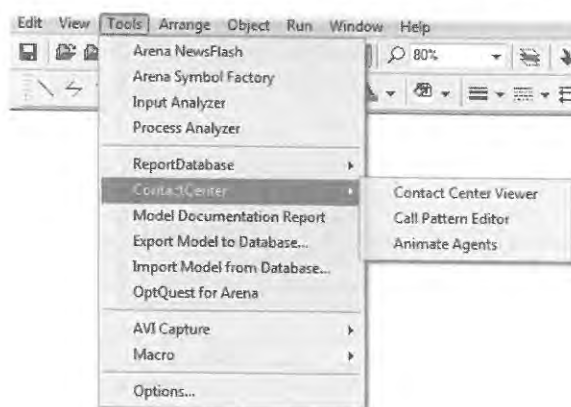
2- Spacing

آرنا نشان می‌دهد. اگر Debug Bar علامت‌دار شود یک پنجره از ابزارهای اشکال زدایی در طول اجرا نمایش داده خواهد شد.



منو Tools. گزینه Arena News Flash یک اخبار مبتنی بر اینترنت برای به روز رسانی و ... می‌باشد. آرنا نه تنها قابلیت مدل‌سازی دارد که تا اینجا در مورد آن بحث گردید، بلکه احتمالاً وابسته به آنچه مجوز آن را داده‌اید، شامل یک مجموعه مناسب از ابزارهای مربوطه نیز می‌باشد. Arena Symbol Factory یک مجموعه بزرگ از اشیای گرافیکی در دسته بندی‌های بسیار زیاد فراهم می‌کند که با استفاده از آن می‌توانید نمادهای گرافیکی برای انیمیشن چیزهایی مانند نهادها و منابع ایجاد کنید. Input Analyzer توزیع‌های احتمالی مناسب را برای داده‌های مشاهده شده در دنیای واقعی برای تعیین ورودی‌های مدل برازش می‌کند (بخش ۶-۷-۴ را ببینید). Process Analyzer روش‌های کارایی را سازماندهی و ارائه می‌دهد تا شبیه‌سازی‌های چندگانه که می‌توانند نشان دهنده پیکربندی‌های مختلف مدل باشند اجرا کنید و نتایج حاصل را حفظ می‌کند؛ همچنین کمک می‌کند تا تجزیه و تحلیل‌های مناسب آماری بر روی نتایج شبیه‌سازی خود انجام دهید و به این ترتیب یک راه قابل اطمینان برای انتخاب بهترین مدل از میان چندین نوع پیکربندی مختلف آن مدل فراهم می‌کند. یک گزینه کاربردی دیگر با قابلیت‌های آماری اضافی Output Analyzer است که

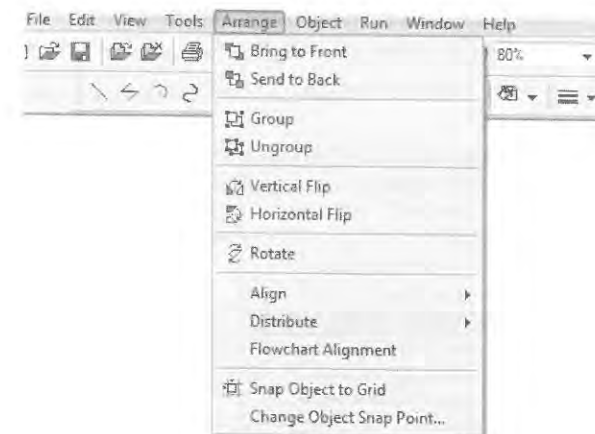
به همراه آرنا می‌آید اما باید به‌طور جداگانه راه اندازی شود (در فولدر Arena 13.5 قرار دارد). Report Database خلاصه‌ای از آمارها حاصل از یک اجرای شبیه‌سازی را به یک فایل CSV (Comma-Separated Values) ارسال می‌کند تا برای تجزیه و تحلیل و پردازش در یک صفحه گسترده خوانده شود. Contactcenter (که با زیر منوهای آن در شکل زیر نمایش داده شده است) توابعی برای مراکز تماس^۱ یا فراخوانی^۲ مدل فراهم می‌کند. گزینه‌ی Model Documentation Report یک مجموعه‌ی فشرده اما کامل مستند سازی شده، شامل شرایط اجرا، ماژول‌های مورد استفاده و زیر ماژول‌ها فراهم می‌نماید. گزینه‌ی Export Model to Database اجازه می‌دهد جزئیات مدل خود را در یک پایگاه داده‌ی Access یا Excel ذخیره نمایید؛ Import Model From Database اجازه می‌دهد از این جزئیات در چنین پایگاه داده‌ای برای ساختن یا به روز رسانی سریع یک مدل استفاده کنید. OptQuest for Arena عملگری است که تعیین می‌کند چگونه ورودی‌های مشخص شده‌ی مدل را تغییر دهید؛ سپس دنباله‌ای از شبیه‌سازی‌ها را برای جستجوی ترکیبی از این ورودی‌ها که اندازه‌ی کارایی خروجی تعیین شده را بهینه (ماکزیمم یا مینیمم) می‌کند، اجرا می‌نماید. AVI Capture امکان ضبط بسیاری از فعالیت‌ها، از جمله روند ویرایش و انیمیشن مدل را در یک فایل ویدیویی (.avi) برای بازبینی‌های بعدی فراهم می‌کند. آیت Macro VB Editor برای ضبط و اجرای ماکروهای Visual Basic (VB) و باز کردن VB Editor برای نوشتن دستورهای سفارشی، فراهم می‌کند. در نهایت، گزینه‌ی Options اجازه تغییر و سفارشی کردن بسیاری از تنظیمات آرنا را می‌دهد.



1- Contact

2- Call

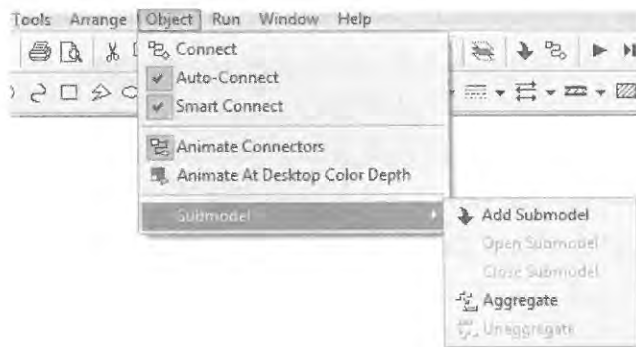
منو Arrange. آیتم‌های موجود در این منو مربوط به موقعیت ماژول‌های مدل‌سازی و اشیای گرافیکی هستند. برخی از آن‌ها تنها در اشیای گرافیکی کاربرد دارند. **Bring to Front** و **Send to Back** اشیای انتخاب شده را به ترتیب در بالا و پایین یک "پشته" از اشیاء که ممکن است همپوشانی داشته باشند، قرار می‌دهد. **Group** و **Ungroup** اشیاء را به ترتیب به‌طور منطقی در کنار هم قرار داده و از هم جدا می‌کنند؛ بدون تاثیر بر ظاهر فیزیکی آن‌ها. وقتی می‌خواهید یک تصویر پیچیده‌ی ساخته شده از اشیای مجزا را حرکت دهید یا کپی کنید، گروه‌بندی^۲ مفید می‌باشد. گزینه‌های **Vertical Flip** و **Horizontal Flip** اشیای انتخاب شده را حول یک خط در جهت اشاره شده معکوس^۳ می‌کنند و **Rotate** آن‌ها را در جهت عقربه‌های ساعت ۹۰° می‌چرخاند. **Align** اشیای انتخاب شده را در امتداد لبه‌های بالایی، پایینی، چپ یا راست آن‌ها به خط می‌کند. **Distribute** اشیای انتخاب شده را به‌طور مساوی در هر یک از جهت‌های افقی یا عمودی مرتب می‌کند و **Flowchart Alignment** ماژول‌های فلوچارت انتخاب شده را به‌طور مساوی در هر دو جهت افقی و عمودی مرتب می‌سازد. **Snap Object to Grid** اشیای انتخاب شده را وادار می‌کند که با شبکه‌ای از نقاط زیرین هم راستا شوند و **Change Object Snap Point** اجازه می‌دهد نقطه دقیق بر روی شیء انتخاب شده را که **Snap** شده‌اند تغییر دهید.



منو Object. آیتم‌های این منو به ساختار منطقی مدل، ماژول‌های فلوچارت آن و اتصال‌های بین بخش‌های مختلف مدل مربوط هستند. **Connect** اشاره‌گر را به **Cross Hairs** (علامت

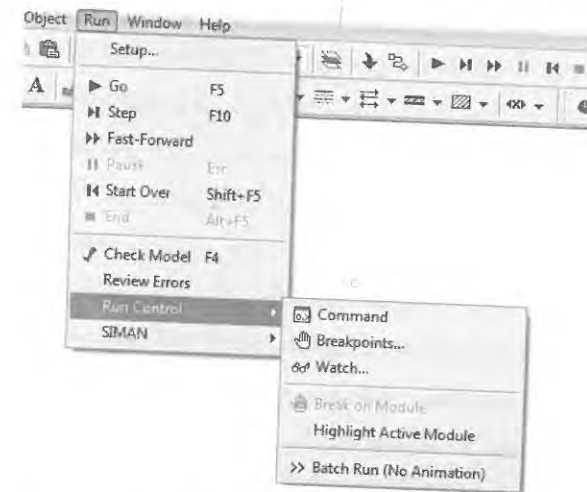
1- Stack
2- Grouping
3- Invert

+) تغییر داده و اجازه می‌دهد بطور گرافیکی یک اتصال بین ماژول‌ها برای جریان عبور نهادها در مدل، برقرار کنید. دو مرتبه انتخاب این گزینه امکان استفاده تکراری از **Connect** را ایجاد می‌کند (برای خروج از این وضعیت راست کلیک کنید یا دکمه **Esc** را فشار دهید). گزینه‌ی **Auto-Connect** امکان اتصال خودکار یک ماژول جدید به ماژولی که قبلاً انتخاب شده است را می‌دهد. **Smart Connect** موجب می‌گردد خطوط اتصال جدید به جای قرار گرفتن در جهت‌های قطری در جهت‌های افقی یا عمودی کشیده شوند؛ در صورت استفاده نکردن از این قابلیت و اگر در حال قرار دادن دستی **Connection** هستید کلیک‌های میان مرحله‌ای کنید. **Animate Connectors** موجب می‌شود نهادها و حرکت آن‌ها در طول خطوط اتصال دهنده‌ی بین ماژول‌های فلوچارت، نمایش داده شود؛ حتی اگر این نقل و انتقال تنها در یک لحظه از شبیه‌سازی رخ دهد. اگر گزینه‌ی **Animate At Desktop Color Depth** علامت‌دار گردد، انیمیشن با تمام رنگ‌های موجود در صفحه نمایش اجرا می‌شود؛ این می‌تواند باعث کاهش سرعت شبیه‌سازی گردد. اگر این گزینه را علامت نزنید، انیمیشن با عمق رنگ 8-bit و بدون کاهش سرعت اجرا خواهد شد. **Submodel** که زیر منوی‌های آن نمایش داده شده، اجازه می‌دهد زیر منوهای سلسله مراتبی را تعریف و مدیریت کنید.

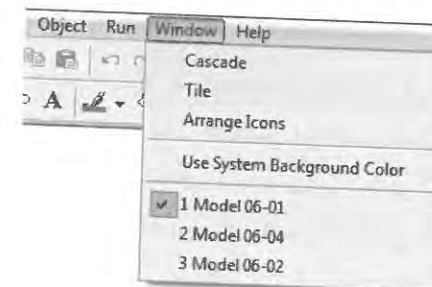


منو Run. این منو شامل کادرهای محاوره‌ای **Run > Setup** است که شیوه‌ای را که مدل فعلی اجرا خواهد شد (از جمله احتمالاً طول اجرای آن) کنترل می‌کنند و در مورد آن‌ها در بخش‌های ۶-۳-۱۱ و ۶-۴-۱۲ بحث شد. همچنین این منو شامل ورودی‌هایی برای اجرای شبیه‌سازی به شیوه‌های مختلف، گزینه‌های متعدد برای تماشای روند اجرا، بررسی مدل و مشاهده خطاهای احتمالی و نیز گزینه‌هایی برای کنترل چگونگی راه اندازی و اجرای مدل و نمایش آن می‌باشد. این قابلیت‌ها قبلاً در بخش ۶-۸ توضیح داده شد. همچنین به کمک

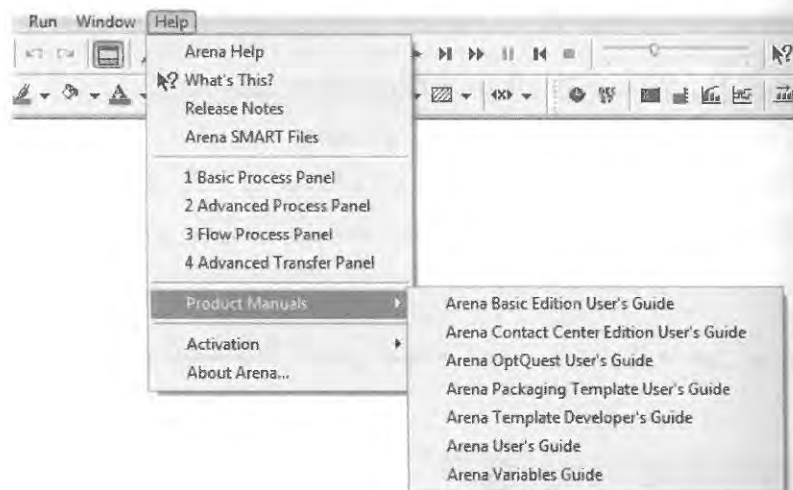
گزینه‌ی SIMAN می‌توانید به کدی که آرنا بر اساس آن ایجاد شده و بر پایه زبان شبیه‌سازی SIMAN است، دسترسی پیدا کنید.



منو Window. اگر همزمان چندین مدل باز شده داشته باشید، می‌توانید آن‌ها را از نظر ظاهری در یک Cascade دارای اشتراک یا یک Tile بدون اشتراک مرتب کنید. اگر چندین مدل به حداقل اندازه رسانده شده^۱ (از طریق دکمه‌ی = در هر پنجره‌ی مدل) دارید، گزینه‌ی Arrange Icons را برای سازماندهی آن‌ها انتخاب کنید. همچنین انتخاب گزینه‌ی Use System Background Color باعث می‌شود این مدل هر رنگ پس زمینه انتخاب شده در سیستم عامل ویندوز را به جای آنچه در آرنا تعریف شده مورد استفاده قرار دهد؛ برای بازگشت مدل به رنگ داخلی آرنا این آیتم را دوباره انتخاب کنید. (این گزینه هر بار بین System و Custom تغییر می‌کند). در نهایت، می‌توانید یک مدل که در حال حاضر باز است را با انتخاب نام آن از پایین منو فعال کنید.



منو Help. این منو یکی از راه‌های دسترسی به سیستم آنلاین راهنمای آرنا می‌باشد (بخش ۷-۶ را ببینید). اگر گزینه‌ی Arena Help را انتخاب کنید، یک پنجره‌ی فهرست‌بندی شده شامل Contents (فهرست محتویات)، Index (فهرست راهنمای موضوعی) و Search (ابزار جستجو) برای جستجوی موضوع مورد نظر، خواهید داشت. گزینه What's This? اشاره‌گر ماوس را به ؟ تغییر می‌دهد؛ سپس با کلیک بر روی گزینه‌های منو یا دکمه‌های نوار ابزار می‌توانید توضیح مختصری در مورد آن‌ها مشاهده کنید. Release Notes اطلاعاتی در مورد آخرین تغییرات و شرایط سیستم ارایه می‌نماید. Arena SMART Files یک فهرست موضوعی شامل صدها مدل کوچک آرنا ارایه می‌کند که نشان دهنده‌ی طیف گسترده‌ای از تکنیک‌های خاص مدل‌سازی می‌باشد. در ادامه این منو، راهنمایی‌های کلی در مورد پانل‌های مختلف مدل‌سازی (مانند: Basic Process Panel, Advanced Process Panel و ...) مشاهده می‌کنید. Product Manuals مستندات دقیقی در مورد اجزای مختلف نرم‌افزار آرنا و محصولات مرتبط ارایه می‌دهد. Arena Assistance on the Web شما را به‌طور مستقیم به یک وب سایت شامل آخرین راهنمایی‌ها و اطلاعات مربوط به نرم‌افزار می‌برد (البته برای استفاده از آن باید به اینترنت متصل شوید). گزینه‌های بعدی این منو اطلاعاتی در مورد پشتیبانی و آموزش نرم‌افزار ارایه می‌کنند.



۶-۶-۲ نوار ابزارها

آرنا دارای چندین نوار ابزار^۱ با گروهی از دکمه‌ها و لیست‌های کشویی برای تسهیل در دسترسی سریع به فعالیت‌های مختلف می‌باشد. بعضی از این دکمه‌ها فقط راه‌های سریعتری برای رسیدن به آیتم‌های موجود در منوها (که در بالا مورد بحث قرار گرفتند) و برخی دیگر تنها راه برای انجام بعضی از کارها هستند.

گزینه‌ی منو View > Toolbars (یا در نوار ابزار راست کلیک کنید) را برای تعیین اینکه کدام یک از نوار ابزارها نمایش داده شوند، انتخاب نمایید. همانند بسیاری از نرم‌افزارها، می‌توانید نوار ابزارها را جدا کرده^۲ و مانند تخته‌ی نقاشی در داخل پنجره‌ی آرنا شناور کنید یا آن‌ها را در یکی از لبه‌ها (گوشه‌ها یا حاشیه‌ها) قرار دهید (اگر می‌خواهید نزدیک یک لبه قرار گیرد اما در آنجا ثابت نباشد، هنگامی که در نزدیکی آن لبه هستید کلید Ctrl را پایین نگه دارید). نیازی نیست هر بار که از آرنا استفاده می‌کنید پیکربندی نوار ابزارها را تنظیم نمایید؛ آخرین تنظیمات انجام شده به خاطر سپرده می‌شوند. همچنین می‌توانید پیکربندی‌های مختلفی را در هنگام ویرایش مدل، هنگام اجرای شبیه‌سازی و هنگامی که پنجره‌های آرنا دیگری نیز فعال هستند، داشته باشید؛ آرنا هر یک از این پیکربندی‌ها را نیز به خاطر خواهد سپرد.

سفارشی کردن نوار ابزارها از مسیر View > Toolbars > Customize یا راست کلیک بر روی آن نوار ابزار و انتخاب Customize و سپس بار دیگر گزینه‌ی Customize انجام می‌شود. در ادامه به هر یک از نوار ابزارها به نوبه خود اشاره شده است، اما شما به وسیله قابلیت سفارشی‌سازی گزینه‌ایی برای تنظیم مجدد اینکه چه دکمه‌هایی در این نوار ابزارها باشند در اختیار دارید.

■ می‌توانید نوار ابزار Standard را مخفی کنید؛ اما انجام بسیاری از کارها بدون این نوار ابزار دشوار است:



۱- Toolbar
۲- Tear off

این نوار ابزار با دکمه‌هایی برای ایجاد یک مدل جدید^۱، باز کردن^۲ یکی از مدل‌های موجود و ذخیره‌ی^۳ یک مدل فعال (همانند آنچه در منوی File وجود دارد)، آغاز می‌شود. از همین منو (منوی File) دکمه‌هایی برای ضمیمه کردن^۴ یا جدا کردن^۵ یک پانل نیز در این نوار ابزار قابل مشاهده است. در این نوار ابزار دکمه‌هایی برای Print و Print Preview وجود دارد. از منوی Edit گزینه‌های Cut، Copy و Paste و همچنین Undo و Redo در این نوار ابزار موجود هستند. در ادامه این نوار ابزار، دکمه‌ی Toggle Split Screen برای دو قسمتی کردن پنجره‌ی مدل (یک بخش برای ماژول‌ها و فلوچارت‌ها و بخش دیگر برای صفحه‌های گسترده) و یک ذره‌بین برای ارایه بیشترین بزرگ‌نمایی ممکن ناحیه‌ایی از بخش فلوچارت پنجره‌ی مدل که انتخاب خواهید نمود، وجود دارد. می‌توانید درصد یا میزان بزرگ‌نمایی را از یک لیست کشویی انتخاب کنید. دکمه‌ی Layers اجازه می‌دهد نوع اشیایی را که در بخش فلوچارت پنجره‌ی مدل و در هر دو حالت ویرایش و اجرا نشان داده می‌شوند، مشخص نمایید. به کمک دو دکمه‌ی بعدی می‌توانید یک Submodel و ماژول‌های فلوچارت Connect را نیز اضافه کنید. شش دکمه بعدی برای کنترل‌های مربوط به اجرای شبیه‌سازی هستند که در بخش ۶-۸ در مورد آن‌ها بحث شد. نوار لغزنده^۶ اجازه می‌دهد سرعت انیمیشن را در طول اجرا کم یا زیاد کنید. نوار ابزار Standard با دکمه‌ی Help حساس به متن به پایان می‌رسد؛ روی آن کلیک کرده (توجه نمایید که علامت ؟ به اشاره‌گر ماوس اضافه خواهد شد)، سپس بر روی یک دکمه‌ی موجود در نوار ابزار یا فرمان منو یا یک ماژول در نوار پروژه برای مشاهده توضیحاتی در مورد آن کلیک نمایید.

■ دکمه‌های نوار ابزار Draw متناظری در گزینه‌های موجود در منوها ندارند؛ بنابراین استفاده از آن‌ها تنها می‌تواند از طریق دسترسی به این نوار ابزار انجام شود:



1- New
2- Open
3- Save
4- Attach
5- Detach
6- Slider bar

از طریق این نوار ابزار می‌توانید خطوط ایستا^۱، خطوط چندتایی (چند تکه‌ای)^۲، کمان‌هایی با مرزهای بیضی شکل^۳، منحنی‌ها^۴، جعبه‌ها^۵، چند ضلعی‌ها^۶ و بیضی‌ها^۷ را برای آراستن مدل خود رسم کنید و همچنین متنی^۸ را برای حاشیه‌نگاری به آن اضافه کنید. همچنین در این نوار ابزار کنترل‌هایی برای تغییر رنگ خطوط (از جمله مرز شکل‌ها)^۹، رنگ پر کننده داخلی اشیا^{۱۰}، رنگ متن‌ها^{۱۱} و رنگ پیش زمینه‌ی نمایش فلوجارت پنجره مدل^{۱۲} وجود دارد. شما می‌توانید Style و Line Width (ضخامت خطوط و الگوهای خط تیره) را تغییر داده و بر روی خطوط فلش‌های جهت‌نما^{۱۳} قرار دهید. Line Patterns خطوط از پیش طراحی شده‌ی مختلفی مانند جاده‌ها، مسیرها، خطوط راه‌آهن و ... فراهم می‌کند. Fill Pattern الگوهای هاشور خورده برای اشکال را در اختیار شما قرار می‌دهد. Show Dimensions اندازه‌ی اشکال و خطوط را برای رسم دقیق آن‌ها نمایش می‌دهد. آرنا قابلیت استفاده از شکل‌های رسم شده در برنامه‌های دیگر را نیز دارد. بهترین روش برای آشنایی با این امکانات و قابلیت‌ها این است که یک پنجره‌ی مدل آزمایشی باز کرده و سعی کنید موارد گفته شده را انجام دهید. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد ترسیم‌ها به بخش ۶-۳ نگاه کنید.

■ نوار ابزار Animate شامل قابلیت‌هایی است که اجازه می‌دهد مدل خود را متحرک^{۱۴} نمایید یا برخی از انیمیشن‌های موجود را به‌سازی (که برای برخی از مازول‌های آرنا ضروری است) کنید:



- 1- Static lines
- 2- Polylines
- 3- Arcs of ellipse boundaries
- 4- Bézier curves
- 5- Boxes
- 6- Polygons
- 7- Ellipses
- 8 - Text
- 9- Line Color
- 10- Fill Color
- 11- Text Color
- 12 - Window Background Color
- 13 - Arrow Style
- 14- Animate

برای مثال بر روی یکی از این دکمه‌ها کلیک کنید. در این صورت یک کادر محاوره‌ای برای تشریح دقیق آنچه مورد نظرتان است باز می‌شود؛ پس از تکمیل این کادر، انیمیشن مربوطه را در مدل خود قرار دهید. در این نوار ابزار قابلیت‌های مختلفی وجود دارد که بسیاری از آن‌ها را در فصل‌های بعدی از طریق مدل‌هایی که خواهیم ساخت، شرح می‌دهیم (قبلاً از Plot و Resource استفاده کردیم). نشانه‌گر ماوس را بر روی هر یک از این دکمه‌ها ثابت نگه دارید تا Tooltip (کادر کوچکی که داخل آن چیزی نوشته شده است) نام آن نمایش داده شود.

■ نوار ابزار Integration شامل دکمه‌های مربوط به Module Data Transfer آرنا و Visual Basic Editor (VBA Design Mode) دکمه است:



■ نوار ابزار View دکمه‌هایی برای کنترل چگونگی نمایش بخش فلوجارت پنجره‌ی مدل دارد:



از این نوار ابزار می‌توانید Named Views را مدیریت کنید^۱، میزان بزرگ نمایی^۲ را تغییر دهید، نمایش تمام صفحه‌ی مدل^۳ یا نمایش‌های قبلی^۴ را انتخاب نمایید. همچنین می‌توانید امکان نمایش خط‌کش‌ها^۵ و نمایش شبکه‌ی شطرنجی^۶ را انتخاب و Guides ایجاد کنید، صفحه‌های جداگانه‌ی مورد نیاز برای چاپ بخش‌های مختلف مدل^۷ را نمایش دهید. مانند منوی View گزینه‌های Snap to Grid و Glue to Guides نیز در این نوار ابزار وجود دارد.

■ نوار ابزار Arrange به‌طور دقیق متناظر منوی Arrange می‌باشد:



- 1- Manage Named Views
- 2- Zoom in and Zoom Out
- 3- View All
- 4- View Previous
- 5- Rulers
- 6- Snap to Grid
- 7- Page Breaks

می‌توانید یک شی انتخاب شده را در جلوی شی دیگری قرار دهید^۱ یا آن را به عقب بفرستید^۲. همچنین می‌توان یک مجموعه از اشیای چندگانه‌ی موجود را در یک گروه قرار داد^۳ و یا یک گروه‌بندی را حذف کرد^۴. می‌توانید اشیای رسم شده را حول یک خط عمودی یا افقی در مرکز آن‌ها بگردانید^۵ یا ۹۰° در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید^۶. همچنین می‌توانید اشیای انتخاب شده را در امتداد لبه‌های بالایی، پایینی، چپ یا راست آن‌ها هم‌راستا کنید^۷ و یا بین آن‌ها به‌طور یکنواخت در جهت افقی یا عمودی فاصله ایجاد کنید^۸. آخرین دکمه این نوار ابزار گزینه‌ی Snap Object to Grid است.

■ نوار ابزار Run Interaction دکمه‌هایی متناظر با منوی Run دارد؛ از جمله گزینه‌های Break on Module، Watch، Break، Command، Check Model (بخش ۶-۸ را ببینید). آخرین دکمه‌ی این نوار ابزار متناظر گزینه‌ی Animate Connectors از منو Object می‌باشد:



■ نوار ابزار Record Macro دارای دکمه‌های Start، Pause، Resume و نیز Stop برای ضبط یک ماکرو VB، می‌باشد. یک ماکرو یک رشته از گزاره‌های Visual Basic است که در یک زیر روال^۹ از ماژول Visual Basic انباشته شده‌اند:



■ نوار ابزار Animate Transfer ابزارهایی برای اضافه کردن انیمیشن اشیا به مدل فراهم می‌نماید:



- 1- Bring to Front
- 2- Send to Back
- 3- Group
- 4- Ungroup
- 5- Vertical Flip and Horizontal Flip
- 6- Rotated
- 7- Align
- 8- Space
- 9- Subroutine

این نوار ابزار شامل دکمه‌های Station، Transporter، Parking، Seize، Storage، Network، Distance، Segment، Route، Intersection و در انتها Promote Path می‌باشد. این قابلیت‌ها را در فصل‌های بعدی و پس از توسعه مدل‌هایی که انیمیشن‌های آن‌ها می‌تواند از این موارد استفاده کند، مورد بحث قرار خواهیم داد.

۶-۶-۳ ترسیم

نوار ابزار Draw که در مورد آن در بخش ۶-۶-۲ بحث شد، دارای انواع شکل‌ها، ابزارهای تایپ و ویرایش متن و ویژگی‌های کنترلی است که اجازه می‌دهد با قرار دادن اشیای استاتیک (بدون اینکه نقشی در شبیه‌سازی یا انیمیشن داشته باشند) در پنجره‌ی مدل و با اضافه کردن آیتم‌هایی مانند دیوارها، راهروها و گیاهان گلدانی به مستندسازی و یا واقعی‌تر کردن انیمیشن و بهتر نمودن وضعیت مدل کمک کنید. در این نوار ابزار، CAD با ویژگی یا قابلیت‌های هنری کامل در نظر گرفته نشده است اما معمولاً همین موارد کافی هستند. البته همانطور که در بخش ۶-۴-۱۱ اشاره شد همواره می‌توانید تصاویر گرافیکی را از مجموعه‌های دیگر به مدل خود وارد کنید. ابزار ترسیم آرنا بسیار شبیه به بسته‌های طراحی در نرم‌افزارهای دیگر عمل می‌کند؛ بنابراین در ادامه فقط به آنچه در این نوار ابزار وجود دارد اشاره و کار با این آیتم‌ها را به شما واگذار می‌کنیم:

■ Line (\): بر روی این دکمه یکبار کلیک کنید؛ اشاره‌گر ماوس به cross hairs (علامت +) تغییر خواهد کرد. اکنون ابتدا در جایی که می‌خواهید خط شروع شود و سپس در جایی که می‌خواهید خط به پایان برسد کلیک کنید. برای اینکه خط عمودی یا افقی و یا در زاویه ۴۵° درجه قرار گیرد، در حالی که به سمت پایان خط در حرکت هستید کلید Shift را پایین نگه دارید.

■ Polyline (<): این دکمه اجازه رسم یک خط بریده بریده (ناهموار) را با تعداد نامحدود از نقاط شکست می‌دهد. بعد از انتخاب این دکمه، در جایی که می‌خواهید رسم این خطوط را شروع کنید کلیک نموده؛ سپس دوباره برای هر یک از نقاط جدید کلیک کنید؛ برای نقطه پایانی دوبار کلیک نمایید. در طول رسم یک بخش کلید Shift را پایین نگه دارید تا آن قطعه از خطوط را عمودی، افقی یا ۴۵° درجه رسم نمایید.

■ Arc (⌒): بخشی از مرز یک بیضی را رسم می‌کند. ابتدا برای مشخص کردن مرکز بیضی کلیک کنید. سپس ماوس را حرکت داده و مرز طرح کلی را مشخص کنید. وقتی به اندازه و

می‌توانید یک شی انتخاب شده را در جلوی شی دیگری قرار دهید^۱ یا آن را به عقب بفرستید^۲. همچنین می‌توان یک مجموعه از اشیای چندگانه‌ی موجود را در یک گروه قرار داد^۳ و یا یک گروه‌بندی را حذف کرد^۴. می‌توانید اشیای رسم شده را حول یک خط عمودی یا افقی در مرکز آن‌ها بگردانید^۵ یا ۹۰° در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید^۶. همچنین می‌توانید اشیای انتخاب شده را در امتداد لبه‌های بالایی، پایینی، چپ یا راست آن‌ها هم‌راستا کنید^۷ و یا بین آن‌ها به‌طور یکنواخت در جهت افقی یا عمودی فاصله ایجاد کنید^۸. آخرین دکمه این نوار ابزار گزینه‌ی Snap Object to Grid است.

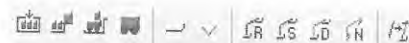
■ نوار ابزار Run Interaction دکمه‌هایی متناظر با منوی Run دارد؛ از جمله گزینه‌های Watch, Break, Command, Check Model و Break on Module (بخش ۶-۸ را ببینید). آخرین دکمه‌ی این نوار ابزار متناظر گزینه‌ی Animate Connectors از منو Object می‌باشد:



■ نوار ابزار Record Macro دارای دکمه‌های Start, Pause, Resume و نیز Stop برای ضبط یک ماکرو VB، می‌باشد. یک ماکرو یک رشته از گزاره‌های Visual Basic است که در یک زیر روال^۹ از ماژول Visual Basic انباشته شده‌اند:



■ نوار ابزار Animate Transfer ابزاری برای اضافه کردن انیمیشن اشیا به مدل فراهم می‌نماید:



- 1- Bring to Front
- 2- Send to Back
- 3- Group
- 4- Ungroup
- 5- Vertical Flip and Horizontal Flip
- 6- Rotated
- 7- Align
- 8- Space
- 9- Subroutine

این نوار ابزار شامل دکمه‌های Station, Transporter, Parking, Seize, Storage, Network, Distance, Segment, Route, Intersection و در انتها Promote Path می‌باشد. این قابلیت‌ها را در فصل‌های بعدی و پس از توسعه مدل‌هایی که انیمیشن‌های آن‌ها می‌تواند از این موارد استفاده کند، مورد بحث قرار خواهیم داد.

۶-۶-۳ ترسیم

نوار ابزار Draw که در مورد آن در بخش ۶-۶-۲ بحث شد، دارای انواع شکل‌ها، ابزارهای تایپ و ویرایش متن و ویژگی‌های کنترلی است که اجازه می‌دهد با قرار دادن اشیای استاتیک (بدون اینکه نقشی در شبیه‌سازی یا انیمیشن داشته باشند) در پنجره‌ی مدل و با اضافه کردن آیتم‌هایی مانند دیوارها، راهروها و گیاهان گلدانی به مستندسازی و یا واقعی‌تر کردن انیمیشن و بهتر نمودن وضعیت مدل کمک کنید. در این نوار ابزار، CAD با ویژگی یا قابلیت‌های هنری کامل در نظر گرفته نشده است اما معمولاً همین موارد کافی هستند. البته همانطور که در بخش ۶-۴-۱۱ اشاره شد همواره می‌توانید تصاویر گرافیکی را از مجموعه‌های دیگر به مدل خود وارد کنید. ابزار ترسیم آرنا بسیار شبیه به بسته‌های طراحی در نرم‌افزارهای دیگر عمل می‌کند؛ بنابراین در ادامه فقط به آنچه در این نوار ابزار وجود دارد اشاره و کار با این آیتم‌ها را به شما واگذار می‌کنیم:

■ Line (\): بر روی این دکمه یکبار کلیک کنید؛ اشاره‌گر ماوس به cross hairs (علامت +) تغییر خواهد کرد. اکنون ابتدا در جایی که می‌خواهید خط شروع شود و سپس در جایی که می‌خواهید خط به پایان برسد کلیک کنید. برای اینکه خط عمودی یا افقی و یا در زاویه ۴۵° درجه قرار گیرد، در حالی که به سمت پایان خط در حرکت هستید کلید Shift را پایین نگه دارید.

■ Polyline (↶): این دکمه اجازه رسم یک خط بریده بریده (ناهموار) را با تعداد نامحدود از نقاط شکست می‌دهد. بعد از انتخاب این دکمه، در جایی که می‌خواهید رسم این خطوط را شروع کنید کلیک نموده؛ سپس دوباره برای هر یک از نقاط جدید کلیک کنید؛ برای نقطه پایانی دوبار کلیک نمایید. در طول رسم یک بخش کلید Shift را پایین نگه دارید تا آن قطعه از خطوط را عمودی، افقی یا ۴۵° درجه رسم نمایید.

■ Arc (⌒): بخشی از مرز یک بیضی را رسم می‌کند. ابتدا برای مشخص کردن مرکز بیضی کلیک کنید. سپس ماوس را حرکت داده و مرز طرح کلی را مشخص کنید. وقتی به اندازه و

شکل مورد نظرتان رسیدید دوباره کلیک کنید (با پایین نگه داشتن کلید Shift بیضی به دایره تبدیل می‌شود). در این مرحله، اشاره‌گر ماوس به انتهای خط سرچشمه گرفته از مرکز بیضی تبدیل شده است؛ برای تعریف پایان یک قوس کلیک نموده؛ سپس دوباره برای پایان قوس دیگر کلیک کنید. بعداً برای ویرایش کمان، آن را انتخاب و از این خطوط برای تغییر آن قسمتی از قوس که مشخص شده، استفاده کنید؛ همچنین از دستگیره‌ی گسسته (که به شکل یک نقطه در بین خطوط قرار دارد) برای تغییر اندازه یا شکل بیضی استفاده کنید.

■ **Bezier Curve (C):** بوسیله این گزینه می‌توانید منحنی‌های مختلف هموار و پیوسته رسم نمایید. برای مشخص نمودن اولین نقطه انتهای منحنی در مکان مورد نظر یک مرتبه کلیک کنید؛ سپس کلیک‌های میان مرحله‌ای (تا حدود ۳۰ کلیک) برای مشخص کردن نقاط داخلی "کششی" انجام دهید؛ برای مشخص ساختن نقطه انتهای دیگر دو مرتبه کلیک نمایید. پایین نگه داشتن کلید Shift وقتی در حال حرکت به نقطه بعدی هستید موجب می‌شود خطوط (نامرئی) اتصال آن‌ها به صورت افقی، عمودی یا ۴۵° درجه گردد. برای تغییر انحنای منحنی را انتخاب نموده و نقاط داخلی کششی را به اطراف بکشید. کشیدن نقاط انتهای، منحنی را در مکان‌های مختلف ثابت نگه می‌دارد، منحنی را با کشیدن آن بطور مستقیم حرکت دهید.

■ **Box (□):** ابتدا برای مشخص نمودن مکان یک نقطه‌ی گوشه‌ای کلیک کنید؛ سپس دوباره برای تعیین مکان گوشه‌ی مقابل کلیک نمایید. اگر کلید Shift را پایین نگه دارید، مربع ایجاد می‌گردد. امکان تعیین رنگ و سبک اضلاع این شکل از طریق گزینه‌هایی مانند Line Color، Line Style، Line Width و ... همچنین امکان انتخاب و تغییر رنگ پر کننده از طریق گزینه‌هایی مانند Fill Color و ... وجود دارد.

■ **Polygon (⬠):** برای مشخص نمودن نقطه اول کلیک کنید؛ سپس برای تعیین نقاط دیگر، به مکان‌های جدید حرکت و کلیک نمایید؛ برای تعیین نقطه انتهایی (که به نقطه‌ی ابتدایی متصل خواهد شد) دو مرتبه کلیک کنید. برای اینکه قطعه خط‌ها افقی، عمودی یا با زاویه ۴۵° درجه قرار بگیرند کلید Shift را پایین نگه دارید. گزینه Polygon نیز مانند Box دارای امکان تغییر رنگ، سبک و رنگ پر کننده می‌باشد.

■ **Ellipse (○):** ابتدا برای تعیین مرکز شکل کلیک نمایید؛ ماوس را حرکت داده و مرز بیرونی را به اندازه و شکلی که می‌خواهید دنبال و در انتها دوباره کلیک کنید. برای اینکه شکل

فوق را به دایره تبدیل کنید کلید Shift را پایین نگه دارید. این گزینه نیز مانند دو گزینه قبلی دارای امکان تغییر رنگ، سبک و رنگ پر کننده می‌باشد.

■ **Text (A):** به کمک این گزینه می‌توانید توضیحات و زیرنویس‌هایی را برای برچسب‌دار کردن یا مستندسازی به مدل اضافه کنید. با کلیک بر روی این دکمه کادر محاوره‌ای که می‌توانید در آن متن مورد نظر خود را تایپ کنید باز می‌شود. از Ctrl+Enter برای رفتن به یک خط جدید و از Ctrl+Tab برای استفاده کنید. دکمه Font اجازه می‌دهد فونت، سبک و اندازه را تغییر دهید. با بستن این پنجره اشاره‌گر ماوس به cross hairs (علامت +) تغییر می‌کند؛ سپس در مکان مورد نظرتان کلیک کنید تا متن تایپ شده در آنجا قرار گیرد. برای تغییر مکان، تغییر اندازه یا قرار دادن متن در یک زاویه متفاوت (برای زاویه‌های افقی، عمودی یا ۴۵° درجه کلید Shift را نگه دارید) از خط زیرین^۱ متن استفاده نمایید.

■ **Line Color (↗):** اگر یک شی دارای خط (مانند یک خط، چند خطی^۲، قوس، منحنی یا مرز یک شکل) انتخاب شود؛ کلیک بر روی بخش قلم‌مو شکل این دکمه، رنگ آن شی را به رنگ خط زیر قلم‌مو تغییر می‌دهد. با کلیک بر روی فلش کشویی این دکمه می‌توانید رنگ شی انتخاب شده را به رنگی که از تخته نقاشی برمی‌گزینید، تغییر دهید؛ در این صورت رنگ خط زیر قلم‌مو نیز به همین رنگ تغییر پیدا می‌کند. اشیای خط‌دار جدیدی که رسم می‌شوند نیز به رنگ همین خط زیرین خواهند بود. آرنا این رنگ را هم برای اشیای خط‌دار بعدی و هم برای پنجره‌های جدید و مراحل بعدی آرنا به خاطر می‌سپارد تا زمانی که دوباره این رنگ را تغییر دهید.

■ **Fill Color (⬢):** عمل این دکمه در داخل یک شکل (جعبه، چند ضلعی یا بیضی) همانند عمل گزینه‌ی Line Color بر روی یک خط می‌باشد.

■ **Text Color (A):** عمل این دکمه بر روی عبارت‌های متنی همانند عمل Line Color بر روی یک خط می‌باشد.

■ **Window Background Color (⬢):** این دکمه رنگ پس زمینه‌ی بخش فلوجارت پنجره‌ی مدل را به رنگی که از تخته نقاشی انتخاب می‌نمایید، تغییر می‌دهد.

1- Underline

2- Polyline

■ **Line Width** (↖): عمل این دکمه بر روی عرض خطوط تشکیل دهنده‌ی اشیاء همانند عمل دکمه‌ی **Line Color** بر روی رنگ آن‌ها می‌باشد.

■ **Line Style** (↖): الگوهای فاصله‌دار (نقطه چین و خط تیره) را برای خطوط فراهم می‌کند. گزینه‌ی **No Line** خط را نامرئی می‌سازد اما آن خط هنوز از نظر منطقی وجود دارد.

■ **Arrow Style** (↖): فلش‌های جهت‌نمای مختلفی را برای خطوط فراهم می‌کند.

■ **Line Pattern** (↖): خطوط تصویری از پیش رسم شده‌ی مختلف مانند جاده‌ها، مسیرها و کمربندها را فراهم می‌کند.

■ **Fill Pattern** (↖): عمل این دکمه در طرح‌دار کردن داخل شکل‌ها همانند عمل دکمه‌ی **Fill Color** بر روی رنگ آن‌ها است.

■ **Show Dimensions** (↖): اندازه اشکال و طول خط‌ها و پاره خط‌ها را برای رسم دقیق آن‌ها نشان می‌دهد.

۴-۶-۶ چاپ

تمام یا قسمت‌هایی از بخش فلوجارت پنجره‌ی مدل فعال را می‌توان به‌طور مستقیم از آرنا چاپ کرد. **File > Print Preview** (یا ) اجازه می‌دهد آنچه را چاپ می‌گردد از پیش ببینید. **File > Print** (یا ) یا **Ctrl+P** اجازه چاپ آن را می‌دهد و **File > Print Setup** اجازه خواهد داد درایور چاپ را انتخاب یا چاپگر را راه‌اندازی کنید.

اگر مدل‌تان بزرگ باشد در چندین صفحه چاپ خواهد شد. اگر **Named Views** دارید، می‌توانید نمایش فعلی^۱ را چاپ و سپس هر **Named View** را به‌طور جداگانه چاپ نمایید. اگر چنین چیزی مورد نظرتان نیست از **Print Preview** برای مشاهده‌ی آنچه در یک صفحه چاپ خواهد شد استفاده کنید؛ سپس فقط صفحاتی که می‌خواهید چاپ شوند را انتخاب نمایید. گزینه‌ی **View > Page Breaks** در بخش فلوجارت پنجره‌ی مدل نشان می‌دهد که بخش‌های مختلف فلوجارت مدل در کدام صفحه‌ها و چگونه چاپ می‌گردند.

^۱ Current view

به عنوان یک راه جایگزین دیگر برای چاپ مستقیم از آرنا، به یاد داشته باشید که می‌توانید نمایش مورد نظرتان را مشخص نمایید (حتی طی یک مکث در انیمیشن)، کلید **Prnt Scrn** را فشار دهید (**Print Screen**)، به پردازشگر **Word** رفته و عکس را در جایی که می‌خواهید بچسبانید^۱؛ سپس هرگاه که مایل بودید می‌توانید این تصویر را چاپ نمایید. همچنین می‌توانید تصویر **Prnt Scrn** را در نرم‌افزار **Paint** بچسبانید و تغییراتی در آن ایجاد کنید (برای مثال بخش‌هایی از تصویر را بریده و یا آن را تمیزتر نمایید).

۶-۷ راهنما

آرنا یک سیستم **Help** گسترده و فراگیر برای آرایه به عنوان یک مرجع، راهنمایی در عملیات‌های مختلف و مثال‌هایی از جنبه‌های متفاوت مدل‌سازی و نیز پروژه‌های کامل شبیه‌سازی دارد. این سیستم راهنما با دقت تکمیل شده و لینک‌های گسترده‌ایی به بخش‌های دیگر دارد تا به شما در دسترسی سریع و آسان به اطلاعات مورد نیاز کمک کند. راه‌های مختلفی برای دسترسی به این سیستم راهنما وجود دارد که آن‌ها را در این بخش به‌طور خلاصه شرح می‌دهیم. با این حال، شاید بهترین روش را برای دسترسی به این راهنما تنها با استفاده و شروع کار با آن پیدا کنید.

در هر زمان می‌توانید از طریق منوی **Help** به این سیستم راهنمای کامل دسترسی داشته باشید. گزینه‌های موجود در این منو قبلاً و در پایان بخش ۶-۶-۱ شرح داده شد.

دکمه  راهنمای حساس به متن^۲ را فعال می‌کند. برای استفاده از آن، فقط روی این دکمه کلیک نموده؛ سپس بر روی هر جایی که می‌خواهید در مورد آن اطلاعاتی را بدست آورید، مانند یک دکمه‌ی نوار ابزار، یک فرمان از منو، یک ماژول در **Project Bar** کلیک کنید. در این صورت اطلاعاتی که نیاز دارید را مشاهده خواهید کرد.

بیشتر کادرهای محاوره‌ای آرنا یک دکمه **Help** دارند که می‌توانید آن را فشار دهید. این یک روش مناسب برای دریافت مستقیم اطلاعاتی درباره‌ی آن بخش از نرم‌افزار، گزینه‌های موجود در آن، چگونگی تعریف موارد مرتبط، مفاهیم مرتبط (از طریق لینک به سایر قسمت‌های

1- Paste

2- Context-sensitive help

سیستم (Help) و مثال‌هایی در مورد آن می‌باشد. همچنین می‌توانید با استفاده از دکمه‌ی ؟ در بخش بالایی هر کادر محاوره‌ای به اطلاعات راهنمای what's this? در مورد آیتم‌های اختصاصی این کادر دسترسی داشته باشید. تنها کافی است بر روی دکمه‌ی ؟ و سپس بر روی آیتم مورد نظر کلیک نمایید.

اگر فراموش کرده‌اید که یک دکمه‌ی خاص چه کاری انجام می‌دهد، می‌توانید اشاره‌گر ماوس خود را بر روی آن دکمه برای یک یا دو ثانیه ثابت نگه دارید؛ در این صورت یک کادر کوچک Tooltip ظاهر خواهد شد که یادآوری می‌کند دکمه مورد نظر چه کاری انجام می‌دهد.

فایل‌های SMART موجود در منوی Help (از مسیر Help > Arena SMART Files) مدل‌هایی بر اساس موضوعات طبقه‌بندی شده‌ی آرنا^۱ هستند که از طریق مدل‌های در حال کار کوچک، طیف گسترده‌ای از قابلیت‌های مدل‌سازی آرنا را توضیح می‌دهند.

راهنمای آنلاین در قالب یادداشت‌های فنی^۲ و به روز رسانی‌ها^۳، در آدرس اینترنتی <http://support.rockwellautomation.com> در دسترس شما می‌باشد. در این آدرس می‌توانید حساب کاربری^۴ خود را برای دانلود آخرین نسخه چنین آیتم‌هایی راه اندازی کنید.

در فولدر Examples از پوشه‌ی Arena 13.5 نمونه‌هایی از مدل‌های دقیق شبیه‌سازی وجود دارد که می‌توانید آنها را باز، مرور، کپی، ویرایش و اجرا کنید. اگر نسخه دانشگاهی یا سایر نسخه‌های محدود شده^۵ آرنا را در اختیار دارید؛ ممکن است به دلیل محدودیت تعداد نهادهای همزمان، قادر به اجرای مدل‌های خود تا انتها نباشید. اگر یک مدل بزرگ (مدلی که از محدودیت‌های نسخه دانشگاهی تجاوز کرده) را باز کنید، آرنا وارد حالت زمان اجرا^۶ خواهد شد. حالت زمان اجرا اجازه می‌دهد تغییرات کوچکی در مدل ایجاد کرده و آن را اجرا کنید اما اجازه تغییرات قابل ملاحظه، مانند اضافه و حذف کردن ماژول‌ها را نمی‌دهد. این مثال‌ها از مدل‌های شبیه‌سازی، جنبه‌های مختلف ساخت و مطالعه‌ی مدل‌ها را توضیح می‌دهند.

1- Subject-categorized Arena models

2- Technical notes

3- Updates

4- Account

5- Academic or other limited version

6- Runtime mode

۶-۸ مطالب بیشتری در مورد مدل‌های در حال اجرا

معمولاً شما فقط می‌خواهید نتایج نهایی مدل در حال اجرا را مشاهده نمایید؛ اما گاهی اوقات ممکن است مایل باشید چگونگی اجرا را نیز کنترل کنید. گزینه‌های منوی Run و همچنین دکمه‌های متناظر از نوار ابزارهای Standard و Run Interaction اجازه چنین کاری را می‌دهند.

■ **Run > Setup** امکان دسترسی به گزینه‌های زیادی برای تعیین چگونگی اجرای مدل فعلی را می‌دهد؛ مانند تصمیم‌گیری در مورد اینکه آیا انیمیشن دیده شود و یا اجرا در حالت تمام صفحه^۱ باشد. این انتخاب‌ها و تنظیمات به همراه مدل فعلی ذخیره می‌شوند. بر روی دکمه Help در داخل هر کادر محاوره‌ای Run > Setup کلیک کنید و در میان لینک‌های موضوعی جستجو کنید تا با قابلیت‌های آن‌ها آشنا شوید.

■ **Run > Go** (یا دکمه ▶ از نوار ابزار Standard یا کلید F5) فقط مدل را اجرا می‌کند (یا پس از یک وقفه آن را ادامه می‌دهد). اگر پس از آخرین بازبینی تغییراتی در مدل ایجاد کنید، قبل از اجرا دوباره مدل بازبینی خواهد شد.

■ **Run > Step** (یا دکمه ► یا کلید F10) هر بار یکی از فعالیت‌های (عملکردهای) تعریف شده در مدل را اجرا می‌کند؛ بنابراین می‌توانید جزئیات آنچه رخ می‌دهد را مشاهده نمایید. این گزینه بیشتر به عنوان یک ابزار اشکال‌زدایی و آشکارسازی به کار می‌رود. مانند دکمه Go، استفاده از Step موجب می‌شود اگر آرنا تشخیص دهد که از زمان آخرین بررسی تغییراتی در مدل صورت گرفته است مدل را دوباره بازبینی کند.

■ **Run > Fast-Forward** (یا دکمه ►► انیمیشن را از کار می‌اندازد و اجرا را در حالت بسیار سریع‌تر انجام می‌دهد. می‌توانید هر زمان در طول اجرا دیدن انیمیشن مکث^۲ کنید. Fast-Forward موجب می‌شود اگر آرنا تشخیص دهد که از زمان آخرین بررسی تغییراتی در مدل صورت گرفته است مدل دوباره بازبینی گردد.

■ **Run > Pause** (یا دکمه ■ یا کلید Esc) اجرا را قطع می‌کند؛ بنابراین می‌توانید به جزئیات نگاه کنید. برای از سر گرفتن اجرا دکمه‌های ► یا ►► را فشار دهید.

1- Full-screen mode

2- Pause

■ **Run > Start Over** (یا دکمه  یا Shift+F5) به شروع شبیه‌سازی برمی‌گردد و اجرای مدل را دوباره تکرار می‌کند. Start Over موجب می‌شود اگر آرنا تشخیص دهد که از زمان آخرین بررسی تغییراتی در مدل صورت گرفته مدل دوباره بازبینی گردد.

■ زمانی که آرنا در حال اجرای مدل است، در وضعیتی که حالت اجرا^۱ نامیده می‌شود قرار می‌گیرد. در این حالت بسیاری از ابزارهای مدل‌سازی غیر فعال هستند. بنابراین هنگامی که اجرا پایان یافت، باید **Run > End** (یا دکمه  یا Alt+F5) را انتخاب کنید تا از حالت اجرا خارج شوید و ابزارهای مدل‌سازی دوباره فعال گردند. اگر اجرا را قبل از به پایان رسیدن متوقف کنید نیز از وضعیت اجرا خارج می‌شوید.

■ **Run > Check Model** (یا  یا F4) را به کار ببرید تا مدل بدون اجرای آن بررسی^۲ گردد. اگر آرنا در این مرحله خطایی را تشخیص دهد، در یک پنجره این خطاها^۳ یا هشدارها^۴ را نمایش خواهد داد. دکمه‌های پایین این پنجره به شما کمک می‌کنند مشکل را بیابید.

■ **Run > Review Errors** آخرین پنجره‌ی خطاها یا هشدارهایی را که آرنا در طول بررسی یافته است فراخوانی می‌کند.

■ **Run > Run Control > Command** (یا ) یک پنجره‌ی خط فرمان تعاملی^۵ ارائه می‌کند که اجازه خواهد داد بر روی بسیاری از چیزهایی که در هنگام اجرا رخ می‌دهند، مانند قطع کردن‌ها^۶ و تغییر مقادیر^۷ کنترل داشته باشید. همچنین در صورت لزوم مدل را بررسی کرده؛ اگر اجرا هنوز شروع نشده باشد آن را شروع می‌کند.

■ **Run > Run Control > Breakpoints** (یا ) اجازه می‌دهد زمان‌ها یا شرایطی برای قطع مدل به منظور بررسی آن یا توضیح برخی موارد، تنظیم کنید.

■ **Run > Run Control > Watch** (یا ) یک پنجره ایجاد می‌کند که می‌توانید در آن مقدار یک متغیر یا پیشرفت اجرا را مشاهده کنید. **Run > Setup > Run Control** اجازه

-
- 1- Run mode
 - 2- Compile
 - 3- Errors
 - 4- Warnings
 - 5- Interactive Command-line
 - 6- Interrupts
 - 7- Altering values

می‌دهد تعیین کنید که این عمل همزمان با اجرا یا تنها هنگامی که پنجره‌ی Watch فعال است، رخ دهد.

■ **Run > Run Control > Break on Module** (یا ) اجازه تنظیم یا حذف یک وقفه^۱ بر روی ماژول انتخاب شده را می‌دهد. وقفه در ماژول وقتی یک نهاد شروع می‌شود اجرا را متوقف می‌سازد یا به طور منطقی اجرای عمل مشخص شده در یک ماژول را از سر می‌گیرد.

■ **Run > Run Control > Highlight Active Module** موجب می‌شود زمانی که ماژول فلوچارتی در حال اجرای عمل مشخص شده است (مانند انجام عملیات بر روی نهاد، ورود یا خروج نهاد) درخشان^۲ شود که یک نشانه تصویری^۳ از عمل انجام شده در ماژول در طول انیمیشن فراهم می‌کند.

■ اگر **Run > Run Control > Batch Run (No Animation)** علامت زده شود؛ مدل بدون هر گونه انیمیشنی اجرا خواهد شد. این حتی سریعتر از Fast-Forward است و معمولاً وقتی استفاده می‌شود که پروژه در حالت تولید^۴ برای آرایه داده‌های آماری قابل قبول جهت تجزیه و تحلیل دقیق قرار دارد.

■ **Run > SIMAN** اجازه نمایش یا ذخیره‌ی کدگذارهای فایل مدل^۵ (.mod) و فایل آزمایش^۶ (.exp) را به زبان شبیه‌سازی SIMAN می‌دهد. برای درک این مورد، لازم است مطالبی در مورد SIMAN بدانید (به Sadowski, Shannon, Pegden, ۱۹۹۵، نگاه کنید).

۶-۹ نتیجه

تا اینجا اطلاعات خوبی در مورد راهنمای کار با آرنا ارائه گردید. در فصل‌های بعدی به کمک یک نقشه‌ی راه بسیار دقیق، توانایی‌های فراوانی برای کار با آرنا به دست خواهید آورد.

-
- 1- Break
 - 2- Highlighted
 - 3- Visual indication
 - 4- Production mode
 - 5- Model file
 - 6- Experiment file

همچنین یک دنباله از مدل‌های بسیار پیچیده‌تر را خواهید ساخت که بسیاری از قابلیت‌های آرنا را نشان می‌دهد. البته گاهی هم نیاز است از خلاقیت‌های خود در مدل‌سازی استفاده نمایید.

فصل هفتم

مدل‌سازی عملکردهای پایه‌ای و ورودی‌ها

فصل هفتم

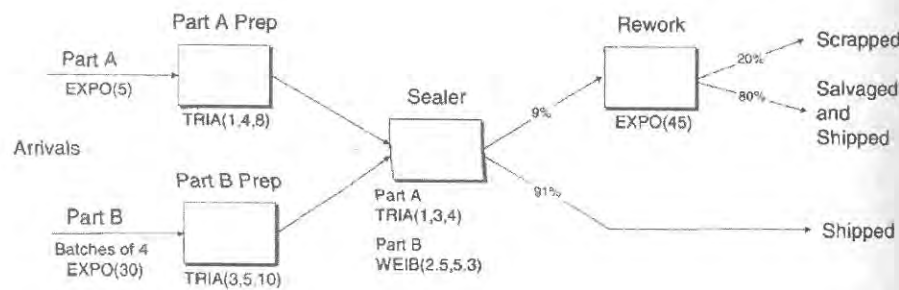
مدل سازی عملکردهای پایه‌ای و ورودی‌ها

در فصل‌های قبل با شبیه سازی دستی، یک سیستم پردازش ساده و کار با چند مدل آرنا آشنا شدید. در این فصل این سیستم ساده را برای نشان دادن محیط‌های واقعی تر بهسازی می‌کنیم و یک مدل کامل از چنین سیستمی را که دارای توزیع های احتمال ورودی خاصی است توسعه می‌دهیم.

در بخش ۱-۷ یک مدل نسبتاً پیچیده‌ی مونتاژ الکترونیکی و سیستم تست تشریح می‌شود. سپس در مورد چگونگی توسعه‌ی یک روش مدل سازی بحث می‌کنیم. چند مفهوم جدید را در آرنا معرفی می‌نماییم؛ مدل می‌سازیم و چگونگی اجرا و نمایش نتایج آن را نشان می‌دهیم. در بخش ۲-۷ با ارایه‌ی مفاهیم جدید مدل سازی و روش‌های دیگر برای مطالعه‌ی نتایج، مدل را بهبود خواهیم داد. در بخش ۳-۷ نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان جزئیات بیشتری در انیمیشن مدل قرار داد. در بخش ۴-۷ در مورد چگونگی مشخص نمودن ورودی‌های کمی که از طریق مشاهده‌ی متغیرهای تصادفی تولید می‌شوند و دارای توزیع‌های احتمال هستند، بحث می‌گردد. با مطالعه این فصل قادر خواهید بود سیستم‌های پیچیده‌ای را بسازید و توزیع‌های اختصاصی و واقع بینانه ورودی مدل‌های خود را مشخص کنید.

۱-۷ مدل ۱-۷: مونتاژ الکترونیکی و سیستم تست

این مدل همان‌طور که در شکل ۱-۷ می‌بینید عملکردهای پایانی تولید محصول را از مونتاژ دو واحد الکترونیکی، نمایش می‌دهد. این قطعات ورودی را که در قالب‌های فلزی از پیش ساخته شده قرار دارند، به عنوان قطعات الکترونیکی در نظر می‌گیریم.



شکل ۱-۷: مونتاژ الکترونیکی و سیستم تست

واحد اول که آن را Part A نامیده‌ایم، در جایی که خارج از مرزهای مدل ما قرار دارد ساخته می‌شود و با توزیع نمایی با میانگین ۵ دقیقه وارد مدل می‌گردد. این قطعات پس از ورود به قسمت آماده سازی Part A (بخش Part A Prep) منتقل می‌شوند. در قسمت آماده سازی Part A، سطوح مات قطعه‌ها ماشین کاری می‌شوند تا معتبر بودن آن‌ها تضمین گردد و سپس هر قطعه صافکاری و تمیزکاری می‌شود. زمان انجام فرآیند در قسمت آماده سازی Part A از توزیع $TRIA(1,4,8)$ (توزیع مثلثی) پیروی می‌کند. پس از این مرحله قطعه به قسمت بازرسی^۱ انتقال می‌یابد.

واحد دوم که آن را Part B نامیده‌ایم نیز در جایی که خارج از مرزهای مدل ما قرار دارد ساخته می‌شود و تا زمانی که یک دسته چهار واحدی از آن در دسترس باشد در آنجا نگهداری می‌گردد. سپس این دسته‌ی چهار تایی به قسمت پایانی تولید که ما آن را مدل سازی کرده‌ایم فرستاده می‌شود. زمان ورود متوالی دسته‌های Part B به مدل دارای توزیع نمایی با میانگین ۳۰ دقیقه می‌باشد. پس از ورود به قسمت آماده سازی Part B (بخش Part B Prep)، این دسته به چهار واحد جدا از هم تفکیک می‌شود و سپس روی هر یک از آن‌ها عملیات صورت می‌گیرد. عملیاتی که در قسمت آماده سازی Part B انجام می‌شود همانند قسمت آماده سازی Part A دارای سه مرحله است و زمان فرآیند از توزیع $TRIA(3,5,10)$ پیروی می‌کند. پس از این مرحله قطعه به قسمت بازرسی انتقال می‌یابد.

در بخش بازرسی، قطعه‌های الکترونیکی درون هم قرار می‌گیرند، مونتاژ و مهر و موم شده و واحد مهر و موم شده تست می‌گردد. زمان کلی فرآیند برای انجام این کارها به نوع قطعه بستگی دارد: $TRIA(1,3,4)$ برای Part A و $WEIB(2.5,5,3)$ برای Part B (۲۰۵ پارامتر

مقیاس β و 5.3 پارامتر وضعیت α می‌باشد). نود و یک درصد از قطعات بازبینی (بازرسی یا تست) را با موفقیت می‌گذرانند و به‌طور مستقیم به بخش حمل و نقل^۱ فرستاده می‌شوند. قطعه‌ایی که بازبینی را می‌گذرانند مستقل از قطعات دیگری است که بازبینی را می‌گذرانند. قطعات باقیمانده به بخش کار مجدد^۲ منتقل گردیده و در آنجا اوراق شده^۳، تعمیر و تمیز می‌شوند پس از مونتاژ بار دیگر تست می‌گردند. هشتاد درصد از قطعات پس از فرآیند کار مجدد بازیافت شده^۴ و به بخش حمل و نقل (Salvaged and Shipped) فرستاده می‌شوند و سایر قطعات به بخش اسقاط^۵ (Scrapped) منتقل می‌شوند. زمان مورد نیاز برای کار مجدد بر روی یک قطعه از توزیع نمایی با میانگین ۴۵ دقیقه پیروی می‌کند و مستقل از نوع قطعه و وضعیت نهایی آن (بازیافتی و اسقاط شده) می‌باشد.

ما می‌خواهیم داده‌های آماری را در هر یک از بخش‌های مصرف منابع، تعداد قطعه‌ها در هر صف، مدت زمان تلف شده در صف و مدت زمان دوره (یا زمان کلی حضور در سیستم) برای قطعات حمل و نقل شده، بازیافت شده و قطعات اسقاط شده را گردآوری کنیم. در آغاز شبیه‌سازی را برای ۸ ساعت کاری یا ۱۹۲۰ دقیقه اجرا می‌کنیم.

۷-۱-۱ توسعه‌ی یک روش مدل سازی

ساختن یک مدل شبیه‌سازی تنها یکی از مولفه‌های یک پروژه‌ی شبیه‌سازی کامل می‌باشد. دو فعالیت ابتدایی عبارتند از وضعیت هدف مورد مطالعه و تعریف سیستمی که باید مطالعه گردد. در این مرحله هدف ما آموزش چگونگی توسعه‌ی یک مدل شبیه‌سازی با به کار بردن آرنا می‌باشد. تعریف سیستم مورد نظر در بالا آورده شده است. در دنیای واقعی می‌توانید این تعریف را گسترش دهید و داده‌ها را برای مشخص کردن پارامترهای ورودی و توزیع آن‌ها دسته‌بندی و آنالیز نمایید. فعالیت بعدی گسترش روش مدل سازی می‌باشد. برای یک مساله واقعی ممکن است نیاز به تعریف ساختار داده‌ها، تقسیم سیستم به زیر مدل‌ها، یا توسعه کنترل منطقی باشد. برای این مساله، فقط نیاز است مشخص کنیم که کدام یک از ماژول‌های آرنا قابلیت‌های مورد نیاز در سیستم ما را با جزییات مناسب دارند. به علاوه باید چگونگی رفتن به زمان‌های مختلف پردازش مدل در مرکز بازرسی را مشخص نماییم. برای ساده کردن این کار فرض کنید مدل را

- 1- Shipped
- 2- Rework
- 3- Disassembled
- 4- Salvaged
- 5- Scrap

به مولفه‌های زیر تفکیک کنیم: قسمت ورود، بخش بازبینی (کنترل) مقدماتی، مرکز بازرسی، کار مجدد، بخش نقل و انتقال و بخش انیمیشن. همچنین فرض می‌کنیم تمام نهادها در سیستم نشان دهنده‌ی قسمت‌هایی است که در فرآیند موجودند.

از آنجایی که دو جریان ورودی نهادها به مدل وجود دارد که هر یک الگوی زمانی مخصوص به خود را دارند، از دو ماژول Create مجزا (یکی برای Part A و دیگری برای Part B) برای به وجود آوردن جریان ورود این قطعات استفاده می‌کنیم.

همچنین در بخش بازرسی زمان‌های انجام فرآیند متفاوتی بر اساس نوع قطعه‌ها داریم؛ بنابراین دو ماژول Assign برای تعریف مشخصه‌ای^۱ که Sealer Time نامیده می‌شود، به کار می‌گیریم که زمان مناسب فرآیند بازرسی را پس از آن که قطعات در ماژول Create تولید شدند، تعیین می‌کند. وقتی قطعه‌ای در مرکز بازرسی پردازش می‌شود، زمان تعیین شده در مشخصه‌ی Sealer Time به عنوان زمان پردازش آن قطعه (بر این اساس که قطعه از نوع Part A است یا از نوع Part B) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

هر یک از دو بخش آماده‌سازی اولیه و مرکز بازرسی با ماژول Process مدل سازی می‌شوند که بسیار شبیه به ماژول Process مورد استفاده در سیستم پردازش مدل ۶-۱ می‌باشد. بخش کار مجدد با استفاده از ماژول‌های Dispose و Decide مدل سازی می‌گردد. قسمت حمل و نقل با سه ماژول مجزای Process و Record مدل سازی می‌شود (حمل^۲، بازیابی^۳ و اسقاطی^۴). همه این ماژول‌ها در پانل Basic Process قرار دارند.

۷-۱-۲ ساخت مدل

برای ساخت مدل نیاز است یک پنجره‌ی مدل جدید باز شود و ماژول‌های مورد نیاز را در این صفحه قرار داد: دو ماژول Create، دو ماژول Assign، چهار ماژول Process، دو ماژول Decide، سه ماژول Record و سه ماژول Dispose.

اکنون مدل شما باید چیزی شبیه به شکل ۷-۲ باشد. فرض شده که در زمان قرار دادن این ماژول‌ها در یک دنباله‌ی مناسب Connections ساخته یا از ویژگی Auto-Connect

- 1- Attribute
- 2- Shipped
- 3- Salvaged
- 4- Scrapped

| | |
|-------------|---------------|
| Name | Part A Arrive |
| Entity Type | Part A |
| Type | Random(Expo) |
| Value | 5 |
| Units | Minutes |

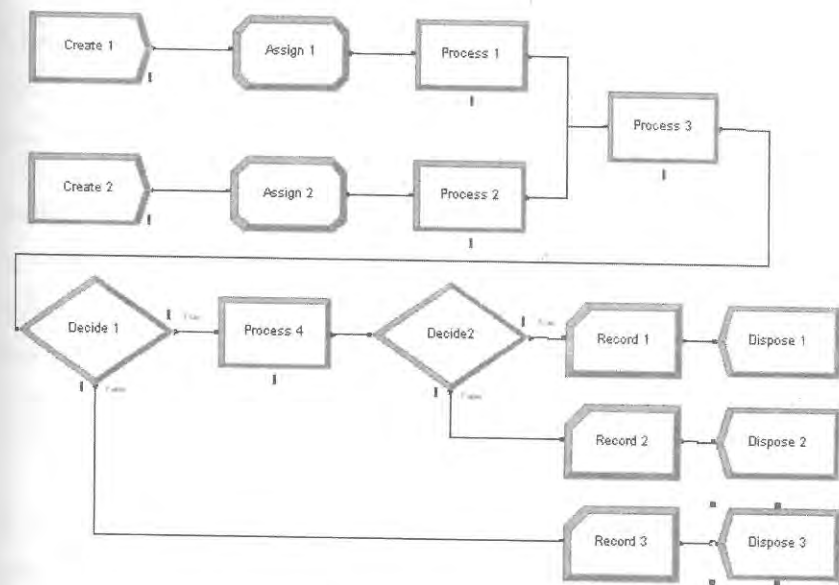
نمایشگر ۱-۷ کادر محاوره‌ای تکمیل شده‌ی ماژول Create مربوط به Part A

ماژول Create برای ورودی‌های Part B همان‌طور که در نمایشگر ۲-۷ می‌بینید، بسیار شبیه به Part A می‌باشد؛ به‌جز فیلد اضافی Entities per Arrival که نشان دهنده‌ی یک گروه چهار تایی از قطعه‌های نوع Part B است. یادآوری می‌کنیم که در Part B نهادها در دسته‌های چهار تایی وارد می‌شوند. بنابراین این تغییر موجب می‌گردد هر ورود شامل چهار نهاد مجزا به جای یک نهاد باشد

| | |
|----------------------|---------------|
| Name | Part B Arrive |
| Entity Type | Part B |
| Type | Random(Expo) |
| Value | 30 |
| Units | Minutes |
| Entities per Arrival | 4 |

نمایشگر ۲-۷ کادر محاوره‌ای تکمیل شده‌ی ماژول Create مربوط به Part B

(منوی Object) استفاده کرده‌اید. در این مرحله ممکن است بخواهید با استفاده از File/Save مدل خود را با نامی که انتخاب کرده‌اید، ذخیره نمایید.

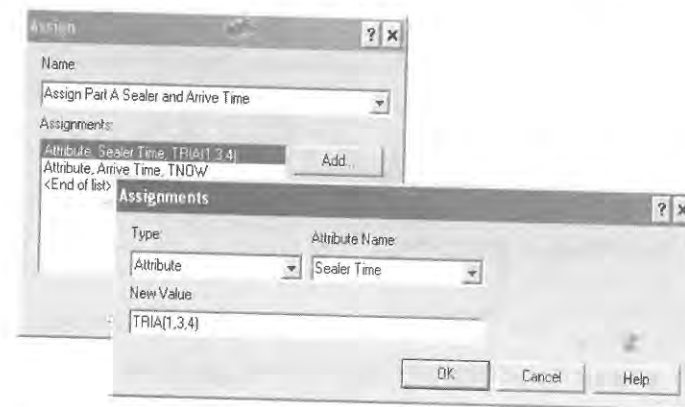


شکل ۲-۷ پنجره‌ی مدل و ماژول‌های قرار داده شده در آن

اکنون هر یک از این ماژول‌ها را باز کرده و اطلاعات مورد نیاز برای تکمیل مدل را در آن‌ها وارد می‌نماییم. با ماژول Create 1 شروع می‌کنیم که نهادهای ورودی Part A را می‌سازد. نمایشگر ۱-۷ ("نمایشگر" در بخش ۴-۴-۶ توضیح داده شد) اطلاعات مورد نیاز را برای تکمیل این ماژول در اختیار شما قرار می‌دهد. توجه کنید که این قسمت بسیار شبیه به ماژول Create مورد استفاده در مدل ۱-۶ است. برای این ماژول یک Name متفاوت در نظر گرفته (Part A Arrive) و به Entity Type عبارت Part A را اختصاص داده‌ایم. زمان بین ورودها تصادفی و دارای توزیع نمایی^۱ با Value (میانگین) ۵ و واحد آن دقیقه می‌باشد. سایر کادرها همان مقادیر پیش فرض هستند. اکنون با کلیک بر روی OK اطلاعات وارد شده را تایید می‌کنیم.

1- Exponential distribution

در ادامه‌ی ساخت بخش‌های ورودی، باید یک صفت (مشخصه)^۱ Sealer Time تعریف کرده و به آن زمان فرآیند بازرسی را اختصاص دهیم که برای هر یک از انواع قطعات متفاوت است. برای Part A $TRIA(1,3,4)$ و برای Part B $WEIB(2.5,5.3)$. این مقادیر را در ماژول‌های Assign 1 و Assign 2 که قبلاً آن‌ها را در مدل قرار داده‌ایم، تعیین می‌کنیم. مقادیر اختصاص داده شده به Part A در نمایشگر ۳-۷ مشخص گردیده است. همچنین یک صفت (مشخصه) Arrive Time که برای ذخیره زمان ورود نهادها به کار گرفته می‌شود نیز تعریف کرده‌ایم. متغیر آرنای TNOW زمان جاری شبیه سازی را در دسترس قرار می‌دهد که در این حالت زمانی است که قطعه وارد شده است.



| Name | Assign Part A Sealer and Arrive Time |
|-----------|--------------------------------------|
| Type | Attribute |
| Attribute | Sealer Time |
| New Value | TRIA(1,3,4) |
| Type | Attribute |
| Attribute | Arrive Time |
| New Value | TNOW |

نمایشگر ۳-۷ تخصیص Sealer Time و Arrive Time مربوط به Part A

تخصیص صفت‌های Sealer Time و Arrive Time مربوط به Part B در نمایشگر ۴-۷ نشان داده شده است. هر چند در ماژول قبلی (ماژول Create با نام Part B Arrive) چهار نهاد برای هر ورود ساخته شده است اما به هر یک از آن‌ها مقادیر متفاوتی بر اساس توزیع تعیین شده برای زمان بازرسی در ماژول Assign زیر اختصاص داده می‌شود.

| Name | Assign Part B Sealer and Arrive Time |
|-----------|--------------------------------------|
| Type | Attribute |
| Attribute | Sealer Time |
| New Value | WEIB(2.5,5.3) |
| Type | Attribute |
| Attribute | Arrive Time |
| New Value | TNOW |

نمایشگر ۴-۷ تخصیص Sealer Time و Arrive Time مربوط به Part B

پس از تکمیل دو ماژول مربوط به ورود قطعه‌ها و تخصیص زمان بازرسی، می‌توانیم به دو قسمت آماده سازی مقدماتی که با استفاده از دو ماژول Process مدل سازی شده‌اند بپردازیم. کادر محاوره‌ای تکمیل شده برای قسمت Prep A Process در نمایشگر ۵-۷ نشان داده شده است.

از فصل قبل به یاد دارید که در ماژول Process امکان تعیین چهار نوع عمل^۱ وجود دارد که عبارتند از: Delay, Seize Delay, Delay Release و Seize Delay Release. عمل Delay موجب می‌شود یک نهاد زمان تاخیر^۲ تعیین شده را متحمل گردد. این عمل نیازی به Resource ندارد. این ایجاب می‌کند که انتظار رخ دهد و نهادهای چندگانه بتوانند به طور همزمان متحمل تاخیر شوند. چون قسمت آماده سازی باید یک ماشین یا Resource را به کار گیرد؛ نیاز به یک Action داریم که اجازه انتظار را داده، تا زمانی که منبع آماده سازی در دسترس است صف بندی کند و برای زمان فرآیند تاخیر ایجاد نماید. عمل Seize Delay

انتظار و تاخیر به وجود می آورد، اما Resource (منبع) را برای اینکه در دسترس نهاد بعدی قرار گیرد ترخیص (آزاد، رها) نمی کند. اگر این Action را به کار بگیرید، فرض می شود که Resource (منبع) در زمان دیگر و در ماژول دیگری رها (آزاد، ترخیص) خواهد شد. گزینه ی Seize Delay Release مجموعه ای از اعمال مورد نیاز را برای مدل سازی دقیق بخش آماده سازی فراهم می کند. آخرین Action، یعنی گزینه ی Delay Release، فرض می کند نهاد قبلا یک منبع را به تصرف در آورده؛ بنابراین موجب تاخیر می شود و سپس منبع را رها می کند.

باید توجه داشت هنگامی که یکی از سه گزینه آخر انتخاب می گردد، یک کادر جدید در فضای خالی پایین کادر انتخاب Action ظاهر می شود. برای وارد کردن اطلاعات مربوط به Resource (منبع) باید روی دکمه Add کلیک نمایید.

تاکید می کنیم که در وارد کردن داده ها هر وقت امکان دارد از لیست های pull-down استفاده نمایید. به این دلیل که هرگاه یک نام را تایپ می کنید باید همواره با نامی که در مرتبه اول تایپ کرده اید تطابق داشته باشد. نام های آرنا به حروف بزرگ یا کوچک حساس نیستند اما نوع املا و فاصله ها باید یکسان باشند. انتخاب نام ها از لیست باعث می شود از یکسان بودن آن ها اطمینان حاصل کنید. اگر نامی را با اندکی تفاوت تایپ کنید آرنا در اولین مرتبه ای که مدل را اجرا می کنید یک پیغام خطا به شما می دهد.

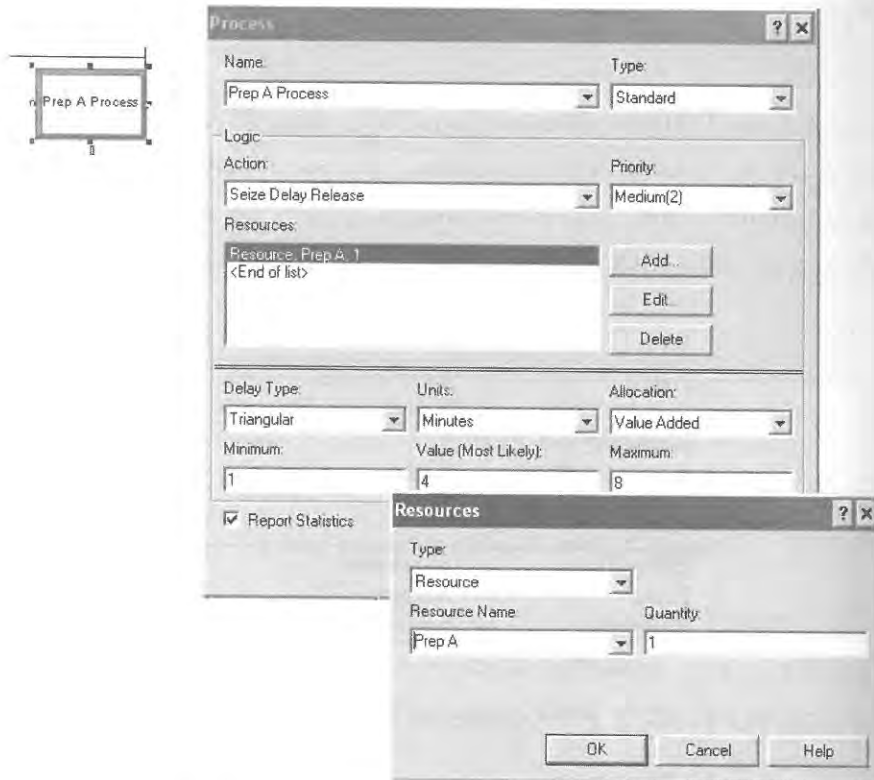
همچنین توجه کنید هنگامی که یک ماژول را در مدل قرار می دهید، آرنا به طور خودکار برای آن نام و مقدار پیش فرض را انتخاب می کند. این نام های پیش فرض، نام شی (ماژول، منبع و ...) با یک شماره ی ضمیمه شده به آن هستند. این شماره ی ضمیمه شده با اضافه کردن هر ماژولی از همین نوع افزایش پیدا می کند. اگر یک نام یکتا مورد نیاز باشد (مثلا Process) خواهیم داشت Process 1، Process 2 و به همین ترتیب. این کار به دو دلیل انجام می شود؛ دلیل اول اینکه می توانید براحتی نام پیش فرض را بپذیرید و یا آن را تغییر دهید. دلیل دوم آن است که تمام نام ها برای هر شی در آرنا باید یکتا باشند، حتی اگر نوع شی متفاوت باشد. در غیر این صورت آرنا نمی تواند تعیین کند کدام شی وابسته به یک نام بیشتر از یکبار به کار گرفته شده است.

1- Release

2- Seized a Resource

آرنا برای کمک به شما سیستم نامگذاری خودکار گسترده ای دارد. برای مثال اگر بر روی ماژول داده ی Queue کلیک کنید مشاهده خواهید کرد که آرنا نام Prep A Process. Queue را نیز به صف قسمت آماده سازی اختصاص داده است. در بیشتر حالت ها می توانید نام های مورد نظر خود را جایگزین نام های پیش فرض نمایید.

توجه داشته باشید وقتی یکی از دو Action را که شامل Seize هستند انتخاب می کنید و سپس ماژول را می پذیرید؛ آرنا به طور خودکار در نزدیکی آن ماژول Process، صف وابسته به آن را قرار داده و انیمیشن می کند. این کار اجازه می دهد انتظار نهاده ها را در صف در طول شبیه سازی تجسم کنید. اگر بر روی یک صف کلیک نمایید، نام آن صف نمایش داده خواهد شد.



| | |
|--------|---------------------|
| Name | Prep A Process |
| Action | Seize Delay Release |

| Resources | |
|--------------------|------------|
| Type | Resources |
| Resources Name | Prep A |
| Quantity | 1 |
| Delay Type | |
| Unite | Triangular |
| Minimum | Minutes |
| Value(Most Likely) | 1 |
| Maximum | 4 |
| | 8 |

نمایشگر ۷-۵ کادر محاوره ایی Prep A Process

ماژول Process دوم به استثنای نام (Prep B Process)، نام منبع (Prep B) و پارامترهای زمان فرآیند (۳,۵,۱۰)، تقریباً به طور یکسان تکمیل می شود؛ به همین دلیل نمایشگر این ماژول را در اینجا نیاورده ایم.

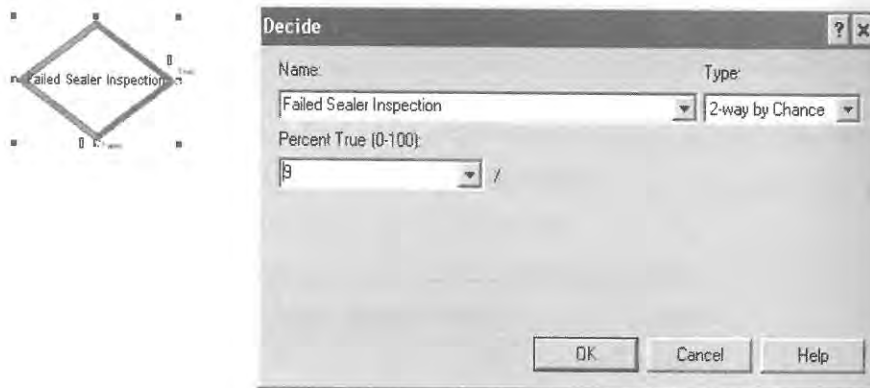
گام بعدی تکمیل داده های مربوط به فرآیند بازرسی است. ماژول Process سوم را به همین منظور در مدل قرار داده ایم. کادر محاوره ایی ورودی های این ماژول در نمایشگر ۷-۶ نشان داده شده است. توجه کنید که پیش از این در ماژول های Assign صفت Sealer Time را تعریف کرده ایم. وقتی یک نهاد منبع را در اختیار می گیرید، تأخیری که فرآیند متحمل می شود برابر مقدار موجود در Sealer Time می باشد.

| Name | |
|----------------|----------------|
| Action | Sealer Process |
| Resources | |
| Resources Name | Sealer |
| Quantity | 1 |
| Delay Type | |
| Unite | Expression |
| Expression | Minutes |
| | Sealer Time |

نمایشگر ۷-۶ کادر محاوره ایی Sealer

بازرسی پس از عمل کنترل مقدماتی با استفاده از اولین ماژول Decide مدل سازی شده است. ما پیش فرض Type یعنی 2-way by Chance را پذیرفته ایم؛ همچنین فقط یک گزینه

قبول یا رد شدن^۱ داریم. کادر محاوره ایی نیاز به وارد کردن یک Percent True دارد و دو مسیر برای ترک ماژول ایجاد می کند که عبارتند از: True یا False. در کادر Percent True مقدار ۹ درصد را وارد کرده ایم؛ به این مفهوم که ۹ درصد از نهادها (قطعات رد شده) شاخه True را دنبال می کنند و ۹۱ درصد آن ها (قطعات پذیرفته شده) شاخه False را دنبال می کنند. قطعه هایی که پذیرفته شده اند به بخش Shipping (حمل و نقل) فرستاده می شوند و قطعه هایی که رد شده اند به بخش Rework (کار مجدد) فرستاده می شوند. داده های مربوط به این ماژول Decide در نمایشگر ۷-۷ نشان داده شده است. در هر حال اگر تا اینجا مدل را به همراه ما بساخته اید اکنون زمان خوبی است که روی دکمه Save کلیک کنید، زیرا هرگز نمی دانید چه موقع ممکن است کامپیوتر شما بطور ناگهانی خاموش شود!



| | |
|--------------|--------------------------|
| Name | Failed Sealer Inspection |
| Percent True | 9 |

نمایشگر ۷-۷ کادر محاوره ایی Sealer Inspection

ماژول Process باقیمانده، برای مدل سازی فعالیت کار مجدد بکار گرفته می شود. داده های مربوط به این ماژول Process در نمایشگر ۷-۸ نشان داده شده است. این ماژول بسیار شبیه به ماژول های Prep A و B می باشد به استثنای Name، Resource Name و Expression.

| | |
|----------------|----------------------|
| Name | Rework Process |
| Action | Sesize Delay Release |
| Resources | |
| Resources Name | Rework |
| Quantity | 1 |
| Delay Type | Expression |
| Unite | Minutes |
| Expression | EXPO(45) |

نمایشگر ۷-۸ کادر محاوره‌ای Rework Process

ماژول Decide پایانی برای تفکیک قطعات بازیابی شده و اسقاطی در بخش کار مجدد استفاده می‌شود. داده‌های مربوط به این ماژول در نمایشگر ۷-۹ نشان داده شده است. ما شاخه True را برای نمایش قطعات اسقاطی (۲۰ درصد) و شاخه False را برای نمایش قطعات بازیابی شده، انتخاب کرده‌ایم.

| | |
|--------------|--------------------------|
| Name | Failed Rework Inspection |
| Percent True | 20 |

نمایشگر ۷-۹ کادر محاوره‌ای Rework Inspection

اکنون باید ماژول‌های Record و Dispose را تکمیل کنیم. یادآوری می‌شود که به عنوان قسمتی از خروجی شبیه‌سازی نیاز داریم آماره‌های مربوط به بکارگیری منبع، تعداد در صف و زمان در صف را برای هر یک از مراحل گردآوری کنیم. این سه آماره به‌طور خودکار هرگاه یک ماژول Process را با گزینه‌های Action که نیازمند Resource هستند، استفاده کنید گردآوری می‌شوند. همچنین می‌خواهیم آماره‌های مربوط به زمان دوره در بخش‌های قطعات حمل و نقل شده، بازیابی شده و اسقاط شده، تفکیک گردند. ماژول Record قابلیت گردآوری این زمان‌های دوره را به فرم ریز حساب‌ها^۱ فراهم می‌کند. کادر محاوره‌ای تکمیل شده مربوط به ریز حساب بخش قطعات اسقاط شده در نمایشگر ۷-۱۰ نشان داده شده است. در بخش Type از لیست pull-down حالت Time Interval را انتخاب کرده‌ایم. Tally Name

به‌طور پیش فرض نام ماژول می‌باشد. این باعث می‌شود آرنا آماره‌های ریز حساب را در زمان بین ورود (Arrive Time) قطعه‌ها به سیستم و وارد شدن به این ماژول Record، ثبت کند.

| | |
|----------------|-----------------------|
| Name | Part A Arrive |
| Type | Time Interval |
| Attribute name | Arrive Time |
| Tally Name | Record Scrapped Parts |

نمایشگر ۷-۱۰ کادر محاوره‌ای Scrapped Parts Tally

دو ماژول Record به نام‌های Record Shipped Parts و Record Salvaged Parts باقی مانده‌اند. از آنجایی که این ماژول‌ها کاملاً مشابه ماژول Record Scrapped Parts هستند نمایشگر مربوط به آنها را نشان نداده‌ایم.

سه ماژول انتهایی Dispose مربوط به نهادهایی هستند که سیستم را ترک می‌کنند. برای این مدل، می‌توانستیم تمام نهادهای را به سوی یک ماژول Dispose هدایت کنیم. در هر حال، یکی از خصوصیات ماژول Dispose این است که در بردارنده یک متغیر انیمیشن (شمارنده) می‌باشد که در بخش پایینی سمت راست ماژول ظاهر می‌شود. این شمارنده‌ی انیمیشنی، تعداد کل نهادهایی را که از این ماژول در طول شبیه‌سازی عبور کرده‌اند شمارش کرده و نمایش می‌دهد و همچنین به بیننده اجازه می‌دهد نسبت نهادهایی که سه مسیر ممکن را در سیستم گذرانده‌اند، تشخیص دهد.

در این بخش وارد کرده‌ایم. در بخش گردآوری آمارها^۱ علامت گزینه Entities را حذف نموده‌ایم زیرا برای تحلیل خود به این داده‌ها نیازی نداریم. اگر در اجرای شبیه‌سازی این مربع را علامت بزنید، در این صورت گزارش خروجی متفاوتی را مشاهده خواهید نمود.

| | |
|-----------------------|------------------------------|
| Project Title | Electronic Assembly and Test |
| Analyst Name | Mr.P |
| Statistics Collection | |
| Entities | uncheak |

نمایشگر ۷-۱۲ Project Parameters منوی Run Setup

همچنین لازم است طول اجرا را مشخص کنیم. این کار در Replication Parameters قابل انجام است. ما گزینه‌ی Replication Length را برای ۳۲ ساعت (برای شیفت‌های ۸

داده‌های مربوط به ماژول Scrapped Dispose در نمایشگر ۷-۱۱ نشان داده شده است. ما مربع مربوط به Record Entity Statistics را علامت زده‌ایم. در هر حال، اگر بخواهیم فقط آمار نهادهای مربوط به مسیر قطعات حمل و نقل شده، که شامل قطعات بازبینی شده است، ذخیره گردد می‌توانیم این مربع را علامت نزنیم. انجام این کار موجب می‌شود فقط قطعات انتخاب شده در آمار جریان-نهاد به حساب آیند.

دو ماژول Dispose دیگر یعنی Salvaged و Shipped به طریق مشابه تکمیل شده‌اند.

Name Scrapped

نمایشگر ۷-۱۱ کادر محاوره‌ای Scrapped Dispose

اکنون مدل برای اجرا تقریباً آماده شده است. اگرچه شاید در حال حاضر این امر بعید به نظر برسد اما هنگامی که کار با آرنا برای شما عادی شود، فقط در ظرف چند دقیقه می‌توانید انجام این مراحل را به پایان برسانید.

در این لحظه مدل می‌تواند عملاً اجرا گردد؛ اما هرگاه اجرا شروع شود این اجرا به طور مدام ادامه خواهد یافت زیرا آرنا نمی‌داند در چه هنگامی باید شبیه‌سازی را متوقف کند. شما می‌توانید با انتخاب منوی Run/Setup پارامترهایی برای اجرای مدل تعیین کنید. کادر محاوره‌ای Setup Run پنج بر چسب دارد که می‌توان از آن‌ها برای کنترل اجرای شبیه‌سازی استفاده کرد. داده‌های بر چسب اول، یعنی Project Parameters، در نمایشگر ۷-۱۲ نشان داده شده‌اند. عنوان پروژه^۱ و نام تحلیل‌گر^۲ که در گزارش خروجی ظاهر می‌شود را

1- Project Title

2- Analyst Name

1- Statistics Collection

ساعتی) تنظیم کرده ایم. Base Time Units روی Minutes قرار داده شده است و سایر فیلدها در حالت پیش فرض خود باقی گذاشته شده اند. کادر محاوره ایی تکمیل شده در نمایشگر ۷-۱۳ نشان داده شده است. همچنین برای سه بر چسب باقیمانده یعنی Speed, Run Control و Reports تنظیمات پیش فرض را پذیرفته ایم.

| | |
|--------------------|---------|
| Replication Length | 32 |
| Base Tim Units | Minutes |

نمایشگر ۷-۱۳ Replication Parameters منوی Run Setup

قبل از اجرای مدل اجازه دهید تغییری جزئی در آن ایجاد کنیم. چون دو قطعه متفاوت داریم، بهتر است که در انیمیشن مدل خود بین آن ها تفاوتی ایجاد کنیم. بر روی ماژول داده ای Entity کلیک کرده؛ در آن پانل Basic Process را پیدا نمایید و توجه کنید که تصویر آغازی برای هر دو قطعه Picture.Report می باشد. وقتی مدل را اجرا می کنیم، همه قسمت ها از این آیکون (تصویر) یکسان برای نشان دادن نهادها در انیمیشن استفاده می کنند.

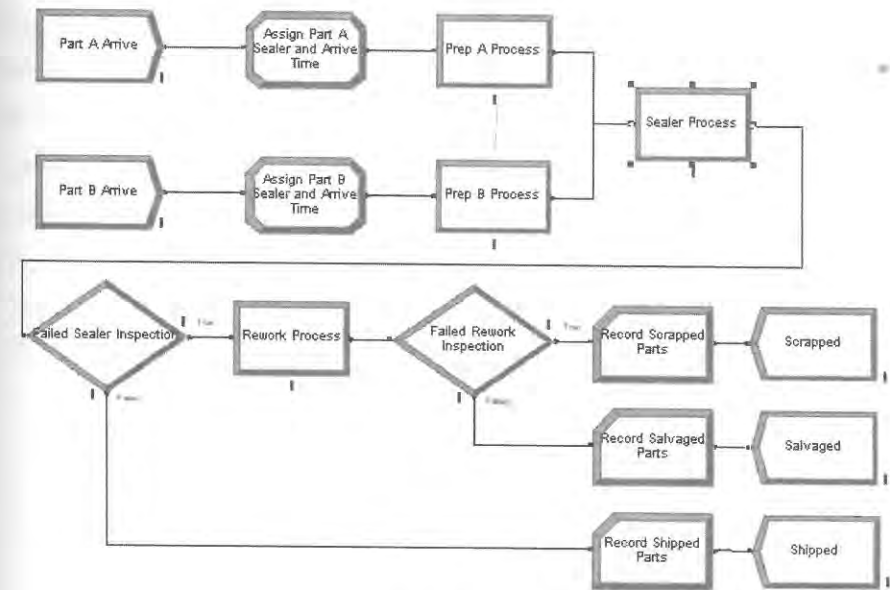
اکنون بر روی Initial Picture مربوط به Part A کلیک نمایید و برای انتخاب یک تصویر متفاوت از لیست pull-down استفاده کنید. همان طور که در نمایشگر ۷-۱۴ می بینید ما توپ آبی را برای Part A و توپ قرمز را برای Part B انتخاب نموده ایم. این انتخاب اجازه می دهد در انیمیشن به سادگی بین دو قطعه تمایز ایجاد شود. اگر می خواهید این آیکون ها را ببینید، می توانید از منوی بالای صفحه نمایش خود Edit/Entity Pictures انتخاب و پنجره Entity Pictures Placement را که به شما اجازه می دهد آیکون ها را ببینید، باز کنید.

| Entity - Basic Process | | |
|------------------------|-------------|-------------------|
| | Entity Type | Initial Picture |
| 1 ▶ | Part A | Picture.Blue Ball |
| 2 | Part B | Picture.Red Ball |

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Initial Picture(Part A) | Picture.Blue Ball |
| Initial Picture(Part B) | Picture.Red Ball |

نمایشگر ۷-۱۴ ماژول داده ای Entity

مدل نهایی شما باید چیزی شبیه به شکل ۷-۳ باشد.



شکل ۳-۷ مدل نهایی

۳-۱-۷ اجرای مدل

قبل از اجرای مدل ممکن است بخواهید آن را برای مشخص کردن خطاهای احتمالی بررسی کنید. برای انجام این کار می‌توانید بر روی دکمه (✓) در نوار ابزار Run Interaction کلیک کنید، از گزینه Run/Check Model استفاده نمایید یا کلید F4 را در صفحه کلید فشار دهید. با کمی شانس پنجره کوچکی با این پیام "No errors or warnings in model" نمایش داده می‌شود! در غیر این صورت، پنجره‌ای به همراه پیغامی که خطا را شرح می‌دهد گشوده خواهد شد. در صورت مواجه شدن با این پیغام، می‌توانید گزینه‌ی Find (در صورتی که این دکمه در دسترس باشد) را انتخاب کنید. این گزینه کوشش می‌کند بگوید که آرنا در کجای مدل خطا در نظر گرفته است. پیشنهاد می‌کنیم که عمداً یک خطا در مدل ایجاد کنید و سپس نحوه انجام عمل گفته شده را ببینید. اگر مدل‌های پیچیده‌تری هم بسازید، اغلب به کمک این گزینه می‌توانید خطای خود را به درستی پیدا کنید.

اگر نتیجه بررسی مدل عدم وجود خطا باشد، می‌توانید اجرا شبیه‌سازی را شروع کنید. چهار روش برای اجرای شبیه‌سازی وجود دارد، اما ما فقط در مورد سه روش صحبت خواهیم نمود. اولین راه این است که شبیه‌سازی را با انیمیشن اجرا کنید. از دکمه Go (▶) در نوار ابزار

Run استفاده کرده، گزینه Run/Go را به کار ببرید یا کلید F5 را فشار دهید. اگر هنوز مدل را بررسی نکرده یا پس از آخرین بررسی تغییری در آن ایجاد کرده‌اید، آرنا ابتدا آن را بررسی می‌کند سپس با داده‌های شما به آن ارزش اولیه داده و در نهایت مدل را اجرا می‌کند. در طول اجرا توجه داشته باشید که آرنا برخی از گرافیک‌ها را نشان نمی‌دهد. این گرافیک‌ها پس از خاتمه اجرا دوباره نمایش داده خواهند شد.

اگر به نوار وضعیت بروید (در پایین صفحه نمایش)، می‌توانید بگویید آرنا در حال انجام چه کاری است. در طرف راست این نوار سه قسمت وجود دارد که عبارتند از: تعداد تکرارها، زمان جاری شبیه‌سازی و وضعیت شبیه‌سازی.

بعد از شروع اجرای شبیه‌سازی شاید بخواهید سرعت انیمیشن را زیاد یا کم کنید. این کار را در هنگام اجرا می‌توانید با فشار دادن کلید < برای کند کردن سرعت یا کلید > برای زیاد کردن سرعت، انجام دهید. اگر یکی از این کلیدها را فشار دهید میزان سرعت انیمیشن^۱ در حال حاضر، در سمت چپ نوار وضعیت نمایش داده خواهد شد. همچنین می‌توانید سرعت انیمیشن را از طریق بر چسب Speed در نوار ابزار Run Setup نیز افزایش یا کاهش دهید. از این گزینه می‌توان برای وارد کردن دقیق عامل سرعت نیز استفاده کرد.

در طول اجرای مدل، می‌توانید با استفاده از دکمه Pause (⏸) در نوار ابزار Run، گزینه Run/Pause یا کلید Esc، شبیه‌سازی را متوقف کنید. این عمل به‌طور موقت شبیه‌سازی را متوقف ساخته و پیغام "User interrupted" بر روی نوار ابزار وضعیت ظاهر می‌گردد.

هنگامی که در حالت Pause هستید، دوبار کلیک بر روی یکی از نهادها موجب می‌شود آن نهاد در انیمیشن آشکار شود. کادر محاوره‌ای Entity Summary مقادیر نسبت داده شده به نهادها را لیست می‌کند. این عمل در هنگام اشکال زدایی مدل می‌تواند بسیار مفید باشد. همچنین می‌توانید با استفاده از دکمه Step (▶) در نوار ابزار Run، نهادها را در سیستم یک گام در زمان حرکت دهید. اجرای شبیه‌سازی را در هر زمان می‌توان با استفاده از دکمه Go ادامه داد.

این روش اجرای شبیه‌سازی اطلاعات بسیار زیادی تولید کرده اما زمان زیادی هم برای پایان کار صرف می‌کند. در این حالت، زمان مورد نیاز برای اجرا به Speed Factor وابسته می‌باشد. در هر زمان می‌توانید با استفاده از Pausing و سپس انتخاب دکمه Fast-Forward (⏩)

1- Animation Speed Factor

در نوار ابزار Run یا Run/Fast-Forward، به سمت جلو حرکت کنید. این عمل موجب می‌شود شبیه‌سازی با سرعت بسیار بیشتری اجرا شود اما گرافیک انیمیشن به روز نخواهد شد. در هر زمان در طول اجرا، می‌توانید Pause نمایید و به حالت انیمیشن باز گردید، یا می‌توانید Zoom In (+) یا Zoom Out (-) کرده و یا در اطراف پنجره شبیه‌سازی حرکت کنید (با استفاده از کلیدهای فلش یا اسکرول کردن).

با استفاده از Fast-Forward می‌توانید اجرای شبیه‌سازی را در زمان کمتری به پایان برسانید. اما اگر فقط به دنبال نتایج عددی شبیه‌سازی هستید، می‌توانید انیمیشن را به‌طور کلی غیر فعال کنید. این کار با استفاده از گزینه‌ی Run/Run Control/Batch Run انجام می‌شود.

گزینه‌ی Run/Run Control همواره به شما اجازه تعیین وضعیت سایر گزینه‌های اجرا را می‌دهد. اکنون گزینه Batch Run (No Animation) را انتخاب نمایید. توجه کنید اگر این گزینه را دوباره ببینید، در سمت چپ آن یک مربع برای علامت زدن وجود دارد. این گزینه را انتخاب و دکمه Run را کلیک نمایید. توجه کنید اجرای شبیه‌سازی چه‌قدر سریع‌تر انجام می‌گیرد. تنها نقص این عمل این است که برای باز گرداندن انیمیشن باید اجرا را پایان و تنظیمات انیمیشن را دوباره انجام دهید. اگر مدل شما بزرگ است یا اجرا طولانی می‌باشد و فقط مایلید نتایج عددی آن را ببینید، می‌توانید این گزینه را انتخاب کنید زیرا حتی از Fast-Forward نیز سریع‌تر است.

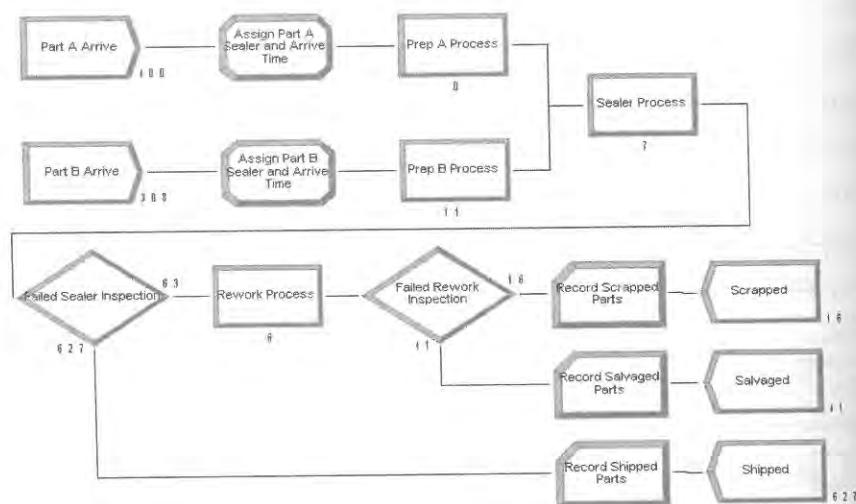
در طی ساختن مدل، احتمالاً باید بسیاری از نوار ابزارها را قابل رویت و در دسترس داشته باشید. در هر حال، هنگامی که مدل را اجرا می‌کنید، بسیاری از نوار ابزارها ناپدید می‌شوند زیرا در طول زمان اجرا فعال نیستند. آرنای این امر را تشخیص داده و تنظیمات نوار ابزارها را برای هر حالت ذخیره می‌کند. برای استفاده از این مزیت، در طول اجرا وقفه ایجاد کنید و نوار ابزارهایی را که نمی‌خواهید در طول اجرای شبیه‌سازی فعال باشند، پاک نمایید.

۴-۱-۷ نمایش نتایج

اگر گزینه‌ی Run/Go (یا دکمه Go) را انتخاب کرده باشید متوجه شده‌اید که علاوه بر توپ‌های آبی و قرمز (مربوط به نهادهای Part A و Part B) که در سرتاسر سیستم حرکت می‌کنند، چندین شمارنده نیز وجود دارند که در طول اجرای شبیه‌سازی افزایش می‌یابند. یک شمارنده برای هر یک از ماژول‌های Create، Process، Dispose و دو شمارنده برای هر

ماژول Decide وجود دارد. شمارنده‌های مربوط به ماژول‌های Create، Dispose و Decide در هر زمان که یک نهاد از ماژول خارج می‌شود، افزایش پیدا می‌کنند. برای ماژول Process شمارنده تعداد نهادهایی را که در حال حاضر در ماژول هستند، مشخص می‌کند که شامل تمام نهادهایی که در صف منتظر منبع هستند و نهادهای که در حال حاضر در فرآیند قرار دارد می‌باشد. اگر گزینه‌ی منوی Run/ Fast-Forward (یا دکمه Fast-Forward) را انتخاب کنید، این شمارنده‌ها (و نهادهایی که در صف هستند) در پایان اجرا و وقتی اجرا را متوقف می‌کنید یا نمایش مدل را تغییر می‌دهید، به روز رسانی می‌شوند. شماره‌های نهایی شبیه‌سازی مدل ما در شکل ۴-۷ نشان داده شده‌اند.

اگر اجرای مدل را به اتمام برسانید، آرنای شما سوال می‌کند که آیا می‌خواهید نتایج را ببینید؟ اگر گزینه Yes را انتخاب کنید، پنجره Category Overview Report (پیش فرض گزارش) نمایش داده خواهد شد. وقتی اولین صفحه گزارش ظاهر شد، ممکن است پیغام عجیب "No Summary Statistics Are Available" نمایش داده شود. سیستم خلاصه آمارها شامل آمار نهادها و برآورد هزینه‌ها می‌باشد، و وقتی که علامت گزینه Entities در بر چسب Project Parameters از نوار ابزار Run Setup را حذف کرده باشیم این داده‌ها گردآوری نمی‌شوند (نمایشگر ۷-۱۲ را ببینید). در برخی مواقع ممکن است بخواهید این گزینه‌ها را تغییر داده و نمایش متفاوتی برای گزارش‌ها داشته باشید.



یادآوری می‌کنیم که می‌توانید با استفاده از لیست درختی بر چسب Preview در سمت چپ پنجره گزارش و یا با استفاده از دکمه‌های فلشی (Figure) در گوشه بالایی سمت چپ پنجره گزارش، در میان صفحه‌های گزارش حرکت کنید. این گزارش به وسیله طبقه‌بندی‌های انتخاب شده در کادر محاوره‌ای Run Setup (بر چسب Project Parameters، قسمت Statistics Collection)، آمارها را تهیه می‌کند. برای مدل ما، به بخش‌هایی در مورد داده‌های User Specified، Process، Queue، Resource و User Specified برخورد خواهید کرد. بخش User Specified به‌طور خودکار توسط آرنای ایجاد شده است زیرا ماژول‌های Record را در مدل خود برای گردآوری آمارهای مربوط به مدت چرخه مرتب شده بوسیله نوع حرکت^۱ منظور کرده‌ایم.

همانند فصل قبل، می‌توانید سه نوع آمار در گزارش پیدا کنید که عبارتند از: ریز حساب^۲، زمان-پایا^۳ و شمارنده^۴. چهارمین نوع آمار (خروجی‌ها)^۵ هنگامی در دسترس است که تکرارهای چندگانه^۶ ساخته شوند. آمارهای ریز حساب در اینجا شامل زمان فرآیند، زمان صف و فواصل زمانی که به‌وسیله ماژول‌های Record گردآوری شده‌اند می‌باشد. آمارهای زمان-پایا شامل تعداد انتظارها در صف، منابع مورد استفاده و منابع مصرف می‌باشد. آمارهای شمارنده شامل زمان جمع شده، تعداد ورودها، تعداد خروج‌ها و زمان‌های استفاده شده می‌باشد.

آمارهای ریز حساب و زمان-پایا، داده‌های مربوط به میانگین، نیم دامنه‌ی^۷ فاصله اطمینان^۸ ۹۵٪ و مینیمم و ماکزیمم مقادیر مشاهده شده را تهیه می‌کنند. در پایان هر تکرار، آرنای کوشش دارد با استفاده از روشی به نام Batch Means، نیم دامنه‌ی فاصله اطمینان ۹۵٪ را برای حالت ایستا مقدار مورد انتظار هر آماره مشاهده شده، محاسبه کند. آرنای ابتدا بررسی می‌کند که آیا داده‌های کافی برای آزمون فرض آماری بحرانی (گروه‌های ناهمبسته) مورد نیاز در روش Batch Means گردآوری شده‌اند؟ اگر داده‌ها کافی نباشند، زیرنویس "Insufficient" در گزارش ظاهر می‌شود و نیم دامنه‌ی فاصله اطمینان تولید نمی‌شود. اما اگر داده‌های کافی برای تست گروه‌های ناهمبسته وجود داشته باشد، تست انجام شده و نیم

1- Departure

2- Tally

3- Time-persistent

4- Counter

5- Outputs

6- Multiple replication

7- half width

8- Confidence-interval-interval

دامنه‌ی فاصله اطمینان ۹۵٪ برای مقدار مورد انتظار آماره داده خواهد شد (این عمل برای همه نتایج حاصل از اجرا اتفاق نمی‌افتد). در این روش، آرنای مقادیر نیم دامنه‌ی غیر قابل اطمینان را در گزارش نمی‌پذیرد حتی اگر از نقطه نظر محاسباتی این کار قابل انجام باشد.

Usage

| Number Busy | Average | Half Width | Minimum Value | Maximum Value |
|-------------|---------|----------------|---------------|---------------|
| Prep A | 0.8879 | (Correlated) | 0.00 | 1.0000 |
| Prep B | 0.9090 | (Insufficient) | 0.00 | 1.0000 |
| Rework | 1.2771 | (Insufficient) | 0.00 | 2.0000 |
| Sealer | 0.9118 | 0.038484993 | 0.00 | 1.0000 |

شکل ۷-۵ خلاصه گزارش آرنای از Resource Usage مربوط به مدل ۷-۱

تلاش برای نتیجه‌گیری تنها از این اجرای کوتاه می‌تواند گمراه کننده باشد زیرا هنوز مواردی مانند طول اجرا، تعداد تکرارها یا حتی اینکه کدام نتایج حالت پایا، مناسب هستند را نداریم. در هر حال اگر به‌دقت نتایج را ببینید (شکل ۷-۵)، توجه خواهید داشت که منبع کار مجدد تقریباً ۹۵٪ از زمان اجرا مشغول است و در پایان شبیه‌سازی در بخش فرآیند کار مجدد ۲۵ قطعه وجود دارد (۲۴ عدد در صف و یک عدد در فرآیند). این تعداد در انیمیشن پایان اجرا نمایش داده شده است (شکل ۷-۴ را ببینید). همچنین این تعداد از اختلاف بین شمارنده‌های Number In و Number Out در بخش Process گزارش قابل محاسبه می‌باشد. این بدین معنی است که بخش کار مجدد ظرفیت کافی را برای پرداختن به کارش ندارد که می‌تواند دلالت بر اندازه بزرگ تغییر پذیری در این بخش هم داشته باشد.

۷-۲ مدل ۷-۲: بهبود مونتاژ الکترونیکی و تست سیستم

اکنون مدل را ساخته و آن را اجرا نموده‌ایم، عمل بعدی بازبینی و تایید اعتبار این است که مدل واقعاً نشان دهنده‌ی سیستم مورد مطالعه باشد. برای این مثال، این کار نسبتاً ساده است. می‌توانیم ساختارهای منطقی را که از ماژول‌های مورد استفاده انتخاب کرده‌ایم امتحان کنیم و برای تعریف مشکل آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. برای سیستم‌های بزرگ‌تر و پیچیده‌تر، ممکن است این عمل چالش برانگیز باشد. انیمیشن اغلب در طی مراحل بازبینی و تایید اعتبار بسیار مفید است زیرا اجازه می‌دهد سرتاسر سیستم ساخته شده را ببینید. اگر مدلی را که آن را

توسعه و نمایش داده‌ایم اجرا کنید، باید توجه داشته باشید که کارکرد موجود کاملاً مشابه روشی است که سیستم را تشریح کرده‌ایم. اگرچه بازبینی می‌تواند بسیار مشکل و تایید اعتبار بعضی اوقات می‌تواند تقریباً غیر ممکن باشد. به این دلیل که اعتبار سنجی مستلزم آن است که شبیه‌سازی دقیقاً همانند سیستم در دنیای واقعی (که ممکن است عملاً وجود نداشته باشد) رفتار کند. حتی اگر سیستم موجود باشد، باید خود و دیگران را قانع کنید که مدل واقعاً می‌تواند پیشامدهای سیستم واقعی را به دست آورده و پیش‌بینی کند.

اکنون فرض کنید به عنوان قسمتی از این تلاش مدل و نتایج ضمیمه آن را برای مدیر تولید نمایش داده‌اید. او ابتدا مشاهده می‌کند که تعریف کاملی از چگونگی کار سیستم ندارید. اگرچه تعریف ظاهر مساله تنها در عملکرد اولین شیفت توسعه یافته است. این سیستم در عمل دو شیفت در روز کار می‌کند و در شیفت دوم دو اپراتور برای عمل کار مجدد اختصاص داده شده است. این مطلب، مشاهده پیشین ما را که گمان می‌کردیم ممکن است عمل کار مجدد ظرفیت کافی نداشته باشد، توجیح می‌کند. همچنین مدیر تولید متوجه هست که در عمل بازرسی با مشکل کمبود روبه‌رو می‌باشد. به طور مرتب ماشین بازرسی با مشکل مواجه می‌شود. مدتی قبل به این مشکل از دیدگاه مهندسی پرداخته شده و داده‌هایی برای تعیین اثر آن بر روی عمل بازرسی جمع آوری گردیده است. آن‌ها دریافته‌اند این نقص تاثیر چشمگیری در اصلاح مشکل ندارد زیرا احساس نمی‌کنند که عمل بازرسی یک گلوگاه^۱ (موجب کندی) می‌باشد. با این وجود آن‌ها گزارش مشاهدات روزانه‌ی خود را ارایه کرده‌اند و این گزارش اکنون در دسترس است. فرض کنید میانگین زمان کار ماشین در بین نقص‌ها ۱۲۰ دقیقه و دارای توزیع نمایی باشد. زمان تعمیر نیز از توزیع نمایی با میانگین ۴ دقیقه پیروی می‌کند.

به علاوه مدیر تولید اشاره کرده که در نظر دارد قفسه‌های مخصوصی را برای انبار کردن قطعات در حال انتظار در بخش بازرسی خریداری نماید. این قفسه‌ها می‌توانند ۱۰ قطعه مونتاژی را نگه دارند و مایلیم بدانیم چند قفسه باید خریداری شود. قدم بعدی این است که مدل را به گونه‌ای اصلاح کنیم که این سه جنبه جدید را شامل شود. این عمل اجازه می‌دهد با ویژگی‌های دیگری از آرنا آشنا شده و آن‌ها را به کار ببریم.

برای اعمال این تغییرات در مدل، نیاز به معرفی مفاهیم جدیدی داریم. تغییر یک شیفت به دو شیفت کاری نسبتاً ساده است. در مدل ۷-۱، طول اجرا را برای چهار شیفت ۸ ساعتی تنظیم کرده‌ایم و کوششی برای قرار دادن شیفت روزانه در طول اجرا نکردیم. فقط فرض کردیم که

وضعیت سیستم در پایان یک شیفت همانند وضعیت آن در شروع شیفت بعدی است و فواصل زمانی بین شیفت‌ها را نادیده گرفتیم. اکنون نیاز داریم که در شیفت‌های مدل تغییر ایجاد شود، زیرا تنها یک اپراتور در شیفت اول و دو اپراتور در شیفت دوم برای فرآیند کار مجدد داریم.

اکنون می‌خواهیم این مطلب را بوسیله درج کردن یک Resource Schedule برای منبع کار مجدد به مدل اضافه کنیم که به‌طور خودکار تعداد منابع کار مجدد در تمام طول اجرا را با تنظیم ظرفیت منبع تغییر می‌دهد. پس از ایجاد این تغییر، طول اجرا را نیز افزایش می‌دهیم برای اینکه بیشتر از دو روز را از دو شیفت کاری شبیه‌سازی کنیم. نقص‌های بازرسی را با یک Resource Failure که اجازه می‌دهد ظرفیت در دسترس منبع را تغییر دهیم اما ویژگی‌های اضافی خاصی را برای نمایش تجهیزات ناقص طرح می‌کند، مدل‌سازی می‌کنیم. در نهایت از آمار Frequencies برای به‌دست آوردن اطلاعاتی که برای تعیین تعداد قفسه‌هایی که باید خریداری شوند نیاز داریم، استفاده می‌نماییم.

۷-۲-۱ توسعه‌ی نمایش منبع: زمانبندی و وضعیت‌ها

تا اینجا منابع (بخش آماده سازی، بازرسی و کار مجدد) را به عنوان یک منبع منفرد با ظرفیت یک مدل سازی کردیم. همچنین به یاد دارید که همه‌ی این اطلاعات را در ماژول Resource قرار دادیم. برای مدل‌سازی اپراتور اضافی کار مجدد، می‌توانیم به سادگی ظرفیت منبع کار مجدد را به ۲ تغییر دهیم. اما این به این معنی است که همواره دو اپراتور در دسترس می‌خواهیم. کاری که باید انجام دهیم زمانبندی یک اپراتور کار مجدد برای شیفت اول (با فرض اینکه هر شیفت ۸ ساعت است) و دو اپراتور کار مجدد برای شیفت دوم می‌باشد. آرنا یک ساختار داخلی به نام Schedule برای مدل‌سازی این موضوع دارد که اجازه می‌دهد ظرفیت یک منبع را در هر زمان تغییر دهید. Schedule منبع به‌وسیله یک دنباله از تغییرات ظرفیت منبع وابسته به زمان، تعریف شده است.

همچنین نیاز است در مدل خود خرابی‌های (نقص‌های) دوره‌ای دستگاه بازرسی را در نظر بگیریم. این مورد را می‌توان با استفاده از Schedule مدل‌سازی کرد که یک منبع قابل دسترسی با ظرفیت ۱ برای زمان کار دستگاه و با ظرفیت ۰ برای زمان تعمیر تعریف می‌کند. در هر حال یک ساختار داخلی که به‌طور خاص طراحی شده برای مدل‌سازی نقص‌ها وجود دارد. ابتدا اجازه دهید مفهوم Resource States را بیان نماییم.

آرنا بطور خودکار چهار Resource States دارد که عبارتند از: Inactive, Busy, Idle و Failed. یک منبع Idle گفته می شود اگر هیچ نهادی آن را تصاحب نکرده باشد. همچنین یک نهاد وارد ماژول Process شود و منبع را تصاحب کند، وضعیت به Busy تغییر می یابد. وضعیت به حالت Inactive تغییر می یابد اگر آرنا منبع را برای تخصیص غیر قابل دسترس نماید؛ این کار می تواند با تغییر ظرفیت به ۰ با Schedule انجام شود. وضعیت به Failed تغییر می یابد اگر آرنا منبع را در حالت نقص قرار دهد که باز هم دلالت دارد به اینکه منبع برای تخصیص در دسترس نیست.

زمانی که نقص رخ می دهد، آرنا منابع را غیر قابل دسترس می کند. اگر برای مثال ظرفیت ۲ باشد، هر دو واحد منبع در طول زمان تعمیر در وضعیت Failed قرار داده می شوند.

۲-۲-۷ زمانبندی منبع

قبل از اینکه زمانبندی منبع را برای عملکرد کار مجدد اضافه کنیم، ابتدا اجازه دهید روز ۱۶ ساعتی جدید را تعریف نماییم. این کار را در بر چسب Replication Parameters از منوی Run/Setup و با تغییر Hours Per Day از 24 به 16، انجام می دهیم. اکنون که در این کادر محاوره ای هستیم، اجازه دهید Time Units را برای Replication Length به Days و خود Replication Length را به 10 روز تغییر دهیم.

تعریف زمانبندی منبع را می توان در هر دو ماژول داده ای Resource یا Schedule شروع کرد. ما کار را با ماژول داده ای Resource آغاز نموده ایم. هنگامی که از پانل Basic Process بر روی این ماژول کلیک می کنید، اطلاعات منبع جاری مدل در نمایش صفحه گسترده ی پنجره ی مدل در امتداد پایینی صفحه نمایش ظاهر می شود. اکنون بر روی ستون Type از سطر منبع Rework کلیک کرده و از لیست pull-down گزینه ی Based on Schedule را انتخاب کنید. با انتخاب این گزینه، آرنا دو ستون جدید را به نمایش صفحه گسترده اضافه می کند. این گزینه ها عبارتند از: Schedule Name و Schedule Rule. توجه کنید که سلول Capacity برای منبع Rework از حالت خاکستری خارج شده، زیرا ظرفیت بر پایه زمانبندی می باشد. به علاوه، سلول ها برای دو ستون جدید نیز از حالت خاکستری خارج شده اند زیرا آن ها ظرفیت ثابتی دارند. در ادامه باید نام زمانبندی (برای مثال Schedule Rework) را در سلول Schedule Name وارد کنید.

در نهایت باید Schedule Rule را انتخاب کنید که تنظیم زمان ویژه ای را از وقتی که ظرفیت تعریف شده به وسیله زمانبندی واقعا تغییر خواهد کرد، تعیین می کند. سه گزینه برای Schedule Rule وجود دارد که عبارتند از: Wait, Ignore و Preempt. اگر کاهش ظرفیت در زمانبندی رخ دهد و منبع در وضعیت بدون استفاده^۱ باشد، هر سه گزینه بلافاصله موجب می شوند واحد (ها) منبع غیر فعال^۲ گردد. اما اگر منبع در حال حاضر به یک واحد اختصاص داده شده باشد، هر کدام از گزینه ها واکنش متفاوتی را نشان می دهند.

■ گزینه ی Ignore بلافاصله ظرفیت منبع را کاهش می دهد و این حقیقت که منبع در حال حاضر به یک نهاد اختصاص داده شده نادیده گرفته می شود. هنگامی که منبع توسط نهاد آزاد شد، در وضعیت Inactive قرار داده می شود. در هر حال اگر قبل از اینکه نهاد منبع را آزاد کند ظرفیت منبع دوباره افزایش یابد، هرگز تغییر زمانبندی رخ نمی دهد. تاثیر اصلی این است که زمان برای کاهش ظرفیتی که زمانبندی شده ممکن است با این گزینه کوتاه تر گردد.

■ گزینه ی Wait همان طور که از نام آن مشخص است، موجب در انتظار بودن تا زمانی که نهاد منبع را آزاد کند می شود؛ قبل از اینکه کاهش ظرفیت واقعی آغاز شود. بنابراین زمان کاهش ظرفیت همواره به درستی مدل سازی می شود، اما زمان بین این کاهش ها ممکن است افزایش یابد.

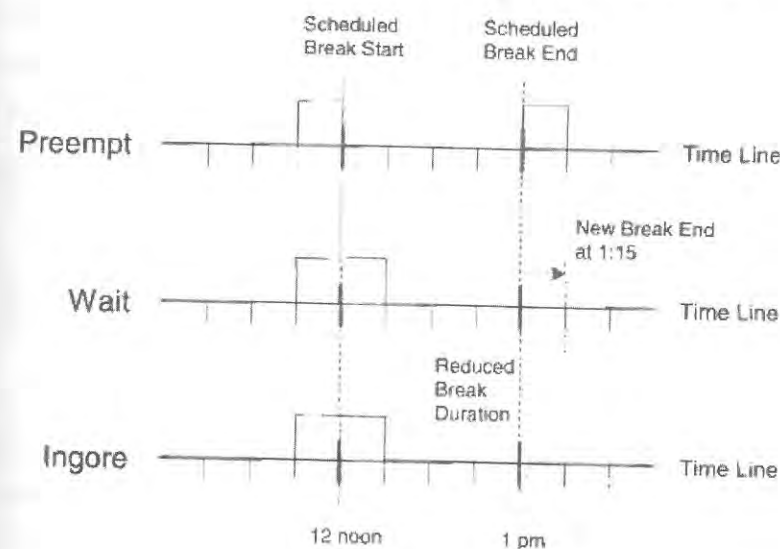
■ گزینه ی Preempt با خارج کردن کنترل منبع از نهاد به آن حق تقدم می دهد و شروع به کاهش ظرفیت می کند. نهادی که حق تقدم دارد تا موقعی که منبع در دسترس قرار گیرد توسط آرنا نگه داشته می شود، که در این زمان نهاد منبع را اختصاص خواهد داد و با زمان باقیمانده به پردازش ادامه می دهد. این عمل یک روش دقیق برای مدل سازی زمانبندی ها و نقص ها فراهم می کند زیرا در بسیاری از حالت ها، پردازش در یک بخش در پایان شیفت کاری و هنگامی که منبع نقص پیدا می کند خاتمه می یابد. در هر حال قواعد خاصی وجود دارند که راه هایی را که نهادها می توانند حق تقدم داشته باشند تعیین می کنند.

سوالی که مطرح می شود این است که چه موقع هر یک از این قواعد مورد استفاده قرار می گیرند؟ وقتی که هیچ خط مشی دقیقی وجود ندارد بعضی از قواعد ممکن است کمک کننده باشند. اولاً، اگر مدت زمانبندی شده ی کاهش ظرفیت در مقایسه با زمان پردازش بسیار بزرگ

1- Idle

2- Inactive

باشد، ممکن است گزینه‌ی Ignore برای نمایش آن کافی باشد. اگر زمان بین کاهش ظرفیت در مقایسه با مدت کاهش بزرگ باشد، گزینه‌ی Wait می‌تواند در نظر گرفته شود. به طور کلی، توصیه می‌کنیم که به‌دقت فرآیند واقعی را آزمایش کرده و گزینه‌ای را انتخاب کنید که آنچه واقعا در زمان تغییر زمانبندی یا نقص منبع رخ می‌دهد بهتر تشریح کند. اگر منبع تحت بررسی عامل کند کننده (گلوگاه) سیستم باشد، انتخاب شما می‌تواند تاثیر مهمی بر روی نتایج بدست آمده داشته باشد. برای این مدل، گزینه‌ی Ignore انتخاب گردیده است، زیرا در بیشتر حالت‌ها یک اپراتور وظیفه خود را قبل از ترک کردن به پایان می‌رساند و زمان کار اضافی به ندرت در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۷-۶ گزینه‌های Wait, Ignore, Preempt

آخرین نمایش صفحه‌ی گسترده از چهار ستون اول در نمایشگر ۷-۱۵ نشان داده شده است. همچنین شکل محاوره‌ای برای ورود این داده‌ها وجود دارد، که با راست کلیک کردن بر روی سلول Rework در ستون Name و انتخاب Edit از گزینه Dialog باز می‌شود.



| Resource Basic Process | | | | | |
|------------------------|--------|-------------------|----------|-----------------|---------------|
| | Name | Type | Capacity | Schedule Name | Schedule Rule |
| 1 | Prep A | Fixed Capacity | 1 | | |
| 2 | Prep B | Fixed Capacity | 1 | | |
| 3 | Sealer | Fixed Capacity | 1 | | |
| 4 | Rework | Based on Schedule | | Rework Schedule | Ignore |

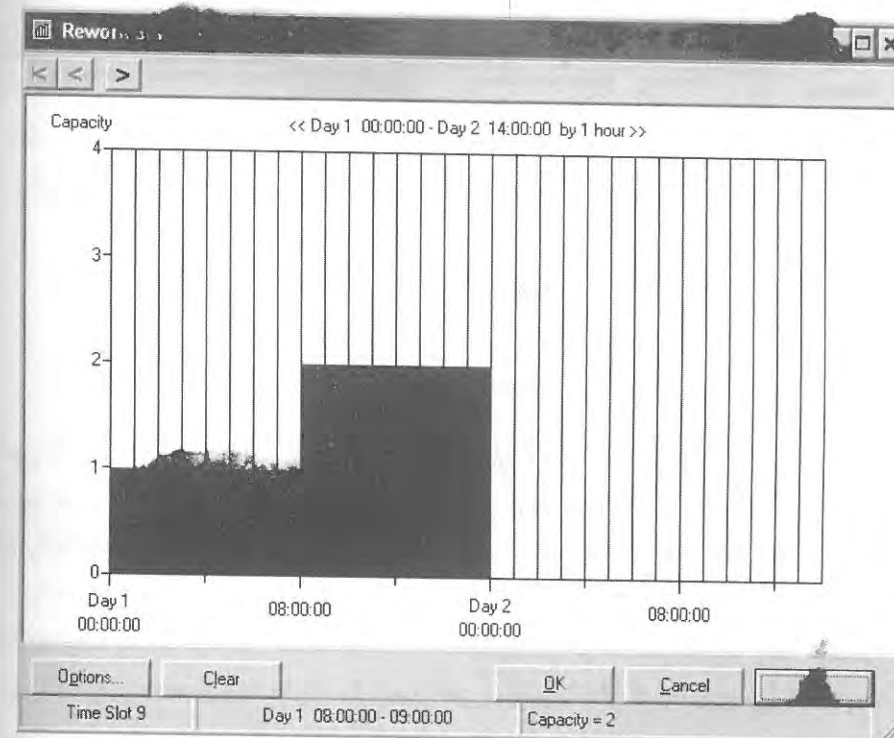
Rework Resource

| | |
|---------------|-----------------|
| Type | Based On |
| Schedule Name | Rework Schedule |
| Schedule Rule | Ignore |

نمایشگر ۷-۱۵ مازول داده‌ی Resource: انتخاب Resource Schedule

اکنون که زمانبندی نام گذاری و قاعده زمانبندی نشان داده شده، باید زمانبندی واقعی منبع تعریف شود. یک روش برای انجام این کار کلیک بر روی مازول داده‌ی Schedule و وارد کردن اطلاعات زمانبندی در نمایش صفحه گسترده‌ی آن می‌باشد. در حال حاضر یک سطر به آن اضافه شده که شامل تعریف جدید Rework Schedule است. با کلیک بر روی ستون Durations قسمت Graphical Schedule Editor باز خواهد شد، که یک رابط گرافیکی برای وارد کردن داده‌های زمانبندی است. محور افقی، تقویم یا زمان شبیه‌سازی می‌باشد (توجه کنید که با توجه به تعریف ما در کادر محاوره‌ای Run Setup یک روز ۱۶ ساعت می‌باشد). محور عمودی، ظرفیت منبع است. داده‌ها با کلیک بر روی موقعیت X-Y که نشان دهنده‌ی یک روز، یک ساعت و مقدار ظرفیت است، وارد می‌شوند. این عمل موجب می‌گردد یک میله‌ی آبی رنگ ظاهر شود که نشان دهنده‌ی ظرفیت خواسته شده در طول این ساعت است که در این مدل، یک می‌باشد. می‌توان داده‌های ورودی را با کلیک‌های تکراری یا با کلیک، نگه داشتن و سپس کشیدن میله بر روی هشت ساعت اول، کامل کرد. داده زمانبندی با وارد کردن یک ظرفیت از دو برای نه ساعت از ۱۶ ساعت کامل می‌گردد. نیازی نیست برای Day 2 داده را اضافه کنید، چون داده‌های وارد شده برای Day 1 به‌طور خودکار برای ادامه اجرای شبیه‌سازی تکرار می‌گردند. زمانبندی تکمیل شده در شکل ۷-۴ نشان داده شده است. توجه دارید که از دکمه‌ی Options برای کاهش ماکزیمم مقدار محور عمودی (ظرفیت) از ده به چهار استفاده کرده‌ایم. موارد دیگری از قبیل این که، یک شکاف زمانی چه مدت طول می‌کشد، تعداد

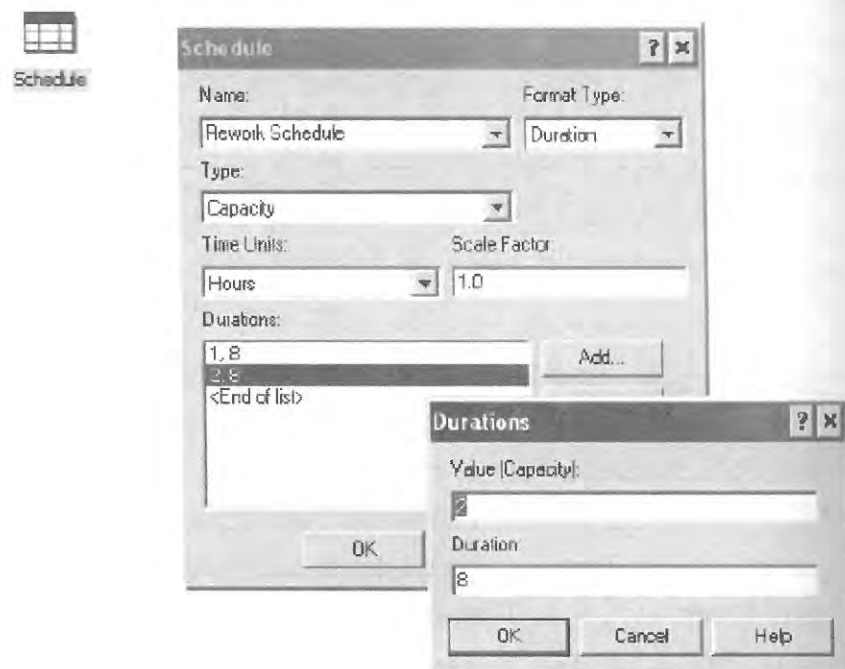
شکاف‌های زمانی چه اندازه باشد و اینکه آیا زمانبندی از آغاز تکرار شود یا همیشه در یک سطح ثابت ظرفیت باقی بماند، را می‌توان به کمک کادر محاوره‌ای Options تغییر داد.



شکل ۷-۷ ویراستار زمان بندی گرافیکی: Rework Schedule

همچنین می‌توان با راست کلیک بر روی ستون Durations در نمایش صفحه گسترده‌ی مازول Schedule و انتخاب Edit در گزینه‌ی Dialog، این داده‌ها را به صورت دستی وارد کرد. اگر این گزینه را انتخاب کرده‌اید، ابتدا نام زمانبندی را وارد و سپس بر روی دکمه‌ی Add کلیک کنید تا پنجره‌ی Durations باز شود. در این پنجره جفت‌هایی (Capacity, Duration) که زمانبندی را ایجاد می‌کنند، تعریف نمایید. در این مورد، دو جفت داریم که عبارتند از 1، 8 و 2، 8 (نمایشگر ۷-۱۶). این ایجاد می‌کند که برای ۴۸۰ دقیقه اول ظرفیت ۱ باشد و سپس برای ۴۸۰ دقیقه بعدی ظرفیت ۲ گردد. این زمانبندی در مدت اجرای شبیه‌سازی تکرار می‌شود. ممکن است جفت‌های زیادی (Capacity, Duration) داشته باشید که برای مدل‌سازی دقیق سیستم لازم هستند. برای مثال، شاید بخواهید زمانبندی شامل دوره‌ی استراحت و نهار اپراتور باشد. همچنین یک ویژگی وجود دارد که باید از آن آگاه

باشید. اگر برای هر جفتی، هیچ ورودی برای Duration ایجاد نشود، به‌طور پیش فرض نامتناهی فرض می‌گردد. این موضوع موجب می‌شود منبع در سراسر زمان باقی مانده از طول اجرای شبیه‌سازی آن ظرفیت را داشته باشد. تا زمانی که ورودی‌های مثبت برای تمام مدت وجود دارند، زمانبندی در تمام طول اجرای شبیه‌سازی تکرار خواهد شد.



| Name | Rework Schedule |
|----------|-----------------|
| Value | 1 |
| Duration | 8 |
| Value | 2 |
| Duration | 8 |

نمایشگر ۷-۱۶ کادر محاوره‌ای مازول داده‌ی Schedule

اگر از Graphical Schedule Editor برای ایجاد زمانبندی استفاده و سپس کادر محاوره‌ی را باز کنید، داده‌هایی را که به‌طور خودکار وارد شده‌اند پیدا خواهید کرد. توجه

داشته باشید که اگر یکی از طول زمان ها عدد صحیح نباشند یا یکی از ورودی ها به یک Expression نیاز داشته باشد (به عنوان مثال اگر طول زمان از یک متغیر تصادفی پیروی کند)، نمی توان از Graphical Schedule Editor استفاده نمود.

۷-۲-۳ نقص^۱ منابع

زمانبندی ها به مدل سازی تغییرات از پیش برنامه ریزی شده در دسترسی به منابع به دلیل تغییر شیفت ها، استراحت ها و جلسات و ... اختصاص دارند. اما نقص ها اساساً به مدل سازی رویدادهای تصادفی که موجب می شوند منبع غیر قابل دسترس گردد اختصاص دارند. تعریف نقص را می توان از هر یک از دو ماژول داده ای Resource یا Failure شروع کرد. از آنجایی که در توسعه زمانبندی کار را از ماژول Resource آغاز نمودیم، اجازه دهید برای نقص بخش Sealer با ماژول داده Failure شروع کنیم.

برای شروع بر روی Advanced Process در Project Bar کلیک و سپس بر روی ماژول داده ای Failure کلیک نمایید. نمایش صفحه گسترده ای این ماژول ورودی های جاری را نشان نمی دهد. در ناحیه باز پایین ستون دوبار کلیک کنید تا یک سطر جدید اضافه شود. در ادامه در ستون Name کلیک نمایید و نام نقص، مثلاً Sealer Failure را وارد کنید. پس از وارد کردن نام Failure، با استفاده از لیست pull-down در سلول Type تعیین کنید که نقص مورد نظر از نوع Count-based است یا Time-based. نقص بر پایه Count موجب می شود منبع پس از آنکه تعداد مشخص شده ای از نهادها آن را به کار گرفتند، Fail شود. این تعداد ممکن است یک عدد ثابت باشد و یا بر حسب یک عبارت تولید گردد. فعالیت های بر پایه Count در مدل های صنعتی رایج هستند. برای مثال، تعویض ابزار کار، تمیز کردن ابزارها و تنظیم دستگاه ها نمونه هایی از این نوع می باشند که بر پایه تعداد قطعاتی هستند که در فرآیند وجود دارد. اگرچه مشاهده نقص ها طبیعی نیست، آن ها بر پایه دوره های زمانی رخ می دهند و از تولید قطعات جلوگیری می کنند. از طرف دیگر اغلب نقص ها را بر پایه Time مدل سازی می کنیم زیرا بر اساس روشی است که داده های مربوط به نقص را جمع آوری کرده ایم. در مدل ما، مشکل برای یک نقص بر پایه Time اعلام می شود. بنابراین بر روی سلول Type کلیک و گزینه Time را انتخاب کنید. پس از انجام این کار، شکل صفحه گسترده تغییر می کند. یک سلول پاک می شود و سه سلول جدید اضافه می گردد که منعکس کننده داده های مختلف مورد نیاز بین دو گزینه می باشد. ورودی های Up Time و Down Time

دارای توزیع نمایی به ترتیب با میانگین های ۱۲۰ و ۴ می باشند. همچنین باید واحد زمانی دو گزینه Up Time Units و Down Time Units را از Hours به Minutes تغییر دهیم.

آخرین فیلد یعنی فیلد Uptime in this State Only، اجازه می دهد وضعیت منبع را تعریف کنیم که باید به عنوان "شمارش" برای زمان کار ماشین در نظر گرفته شود. اگر این فیلد در حالت پیش فرض قرار داده شود همه ی وضعیت ها در نظر گرفته می شود. استفاده از این ویژگی تا حد زیادی به چگونگی گردآوری داده ها و تقویم زمانی مدل بستگی دارد. اکثر داده های نقص داده های ساده ی مربوط به گزارش های روزانه هستند؛ برای مثال فقط زمان نقص گزارش شده است. در این حالت، تعطیلات، زمان استراحت و نهار و زمان بیکاری در زمان های بین نقص ها منظور شده اند و باید این فیلد را به طور پیش فرض قرار داد. فقط اگر زمان بین نقص ها بتواند به شکل مستقیم به یک وضعیت خاص لینک شود باید این گزینه انتخاب گردد. بسیاری اوقات فروشندگان تجهیزات بر اساس ساعات عملیاتی فعلی شما را با داده ی نقص تامین می کنند؛ در این حالت، این گزینه انتخاب و وضعیت Busy مشخص می گردد. توجه داشته باشید که اگر این گزینه انتخاب شود باید وضعیت Busy با استفاده از ماژول داده ای StateSet که در پانل Advanced Process قرار دارد، تعریف گردد.

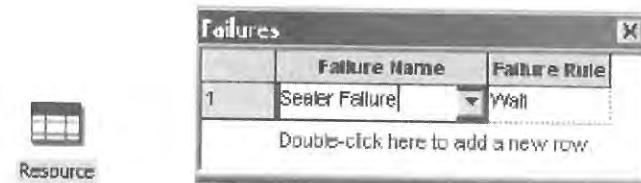
آخرین نمایش صفحه ی گسترده برای Sealer Failure در نمایشگر ۷-۱۷ نشان داده شده است.

| Failure - Advanced Process | | | | | | |
|----------------------------|------------------|------|-----------|---------------|-----------|-----------------|
| | Name | Type | Up Time | Up Time Units | Down Time | Down Time Units |
| Failure | 1 Sealer Failure | Time | EXPO(120) | Minutes | EXPO(4) | Minutes |

| | |
|-----------------|-----------------|
| Name | Rework Schedule |
| Type | Time |
| Up Time | EXPO(120) |
| Up Time Unit | Minutes |
| Down Time | EXPO(4) |
| Down Time Unite | Minutes |

نمایشگر ۷-۱۷ نمایش صفحه ی گسترده ی Sealer Failure

پس از تکمیل تعریف Sealer Failure، اکنون نیاز داریم آن را به منبع Sealer بچسبانیم. ماژول داده‌ی Resource (در پانل Basic Process) را باز کرده و بر روی ستون Failures مربوط به سطر منبع Sealer کلیک کنید. با این کار پنجره‌ی دیگری با نمایش صفحه گسترده‌ی Failures باز می‌شود. برای اضافه کردن یک سطر جدید دوبار کلیک کنید و در سلول Failure Name با استفاده از لیست pull-down حالت Sealer Failure را انتخاب نمایید. همچنین باید Failure Rule که عبارت است از Wait, Ignore یا Preempt انتخاب گردد. این گزینه‌ها شبیه به گزینه‌های مربوط به زمانبندی هستند و به طریق مشابه به آن‌ها واکنش نشان داده می‌شود. برای انتخاب گزینه‌ی Fail When، از آنجایی که زمان مورد انتظار کار دستگاه (۱۲۰ دقیقه) در مقایسه با طول زمان نقص (۴ دقیقه) بزرگ است، از گزینه‌ی Wait استفاده می‌کنیم. نمایش صفحه گسترده‌ی نهایی در نمایشگر ۷-۱۸ نشان داده شده است. اگر منابع چندگانه با شرح حال نقص یکسان داشته باشیم، همه آن‌ها می‌توانند به Failure Name یکسان رجوع کنند. اگرچه همه آن‌ها از شرح حال نقص یکسانی استفاده می‌کنند اما هر یک پیشامدهای تصادفی وابسته به خودشان را در طول اجرای شبیه‌سازی می‌گیرند.



Sealer Resource Failure

| | |
|--------------|----------------|
| Failure Name | Sealer Failure |
| Failure Rule | Wait |

نمایشگر ۷-۱۸ ماژول داده‌ی Sealer Resource: نمایش صفحه گسترده‌ی Failures

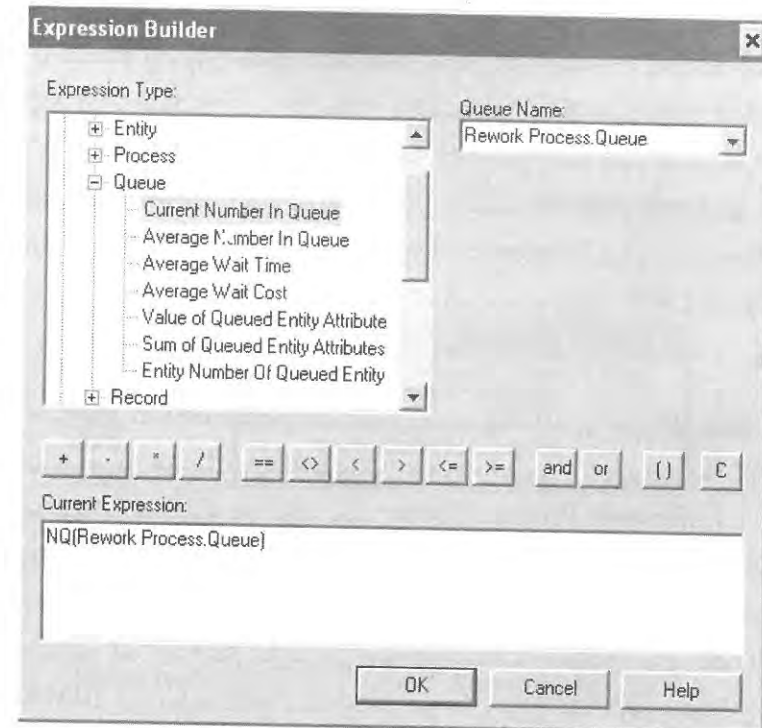
۷-۲-۴ فراوانی‌ها

فراوانی‌ها^۱ برای ضبط فراوانی رویدادهای تکرار شونده استفاده می‌شوند. می‌توان از نوع آمار Frequencies برای بدست آوردن اطلاعات لازم برای تعیین تعداد قفسه‌های مورد نیاز در قسمت Rework استفاده کرد. ما می‌خواهیم بدانیم در وضعیت صف بخش Rework، چه تعداد قفسه ۱۰ تایی باید خریداری شود تا تضمین گردد در تقریباً همه زمان‌ها فضای ذخیره سازی کافی در اختیار داریم. در این حالت، مایلیم در طول این مدت تعداد در صف صفر باشد، بزرگ‌تر از صفر باشد اما از ۱۰ بیشتر نباشد، بزرگ‌تر از ۱۰ اما از ۲۰ بیشتر نباشد و به همین ترتیب.

آمار فراوانی با استفاده از ماژول داده‌ی Statistic که در پانل Advanced Process قرار دارد، وارد می‌گردد. با کلیک بر روی این ماژول داده، نمایش صفحه گسترده‌ای که در حال حاضر خالی است باز می‌شود. اکنون برای اضافه شدن یک سطر جدید دوبار کلیک کنید. ابتدا نام Rework Queue Stats را وارد نموده‌ایم. سپس از لیست pull-down گزینه‌ی Type گزینه‌ی Frequency را انتخاب کرده و برای Frequency Type پیش فرض Value را وارد می‌کنیم. توجه داشته باشید وقتی Type را انتخاب کردیم، سلول Report Label به طور خودکار نامی همانند سلول Name یعنی Rework Queue Stats می‌گیرد.

اکنون لازم است یک Expression را که نمایش دهنده‌ی تعداد در صف کار مجدد است، گسترش دهیم. برای درخواست این اطلاعات، نیاز است نام متغیر آرنا را برای تعداد در صف، یعنی NQ بدانیم. ما می‌توانیم نام صف، یعنی Rework Process.Queue، را از ماژول داده‌ی Queue در پانل Basic Process به دست آوریم. بنابراین Expression که می‌خواهیم وارد کنیم NQ (Rework Process.Queue) می‌باشد. در این مرحله، باید سوال داشته باشید که "آیا انتظار دارید من همه این مطالب را بدانم؟" برای یک کاربر با تجربه‌ی SIMAN، این موارد واضح است. اما در هر حال، برای یک کاربر جدید این موارد روشن نیست. خوشبختانه آرنا یک راه ساده برای توسعه‌ی این نوع از Expression ها بدون نیاز به دانستن تمام کلمات مخفف (مانند NQ) فراهم نموده است. مکان نما را بر روی جای خالی سلول Expression قرار دهید، راست کلیک کرده و گزینه‌ی Build Expression را انتخاب کنید. پنجره Arena Expression Builder که در نمایشگر ۷-۱۹ نشان داده شده، باز می‌شود. در زیر Expression Type در دسته‌ی Basic Process Variables

می‌توانید زیر دسته Queue را پیدا کنید. بر روی علامت + کلیک نمایید تا گزینه‌ها گسترده شوند و سپس Current Number In Queue را انتخاب کنید. پس از انجام این کار، دو چیز اتفاق می‌افتد: گزینه‌ی Queue Name در سمت راست ظاهر می‌شود و کادر مربوط به Current Expression در پایین با استفاده از نام صف نمایش داده شده پر می‌شود. در مدل ما، Current Expression عبارت NQ(Rework Process.Queue) بود، که هنوز آنچه می‌خواهیم نیست. اکنون از گزینه‌های pull-down برای Queue Name و برای انتخاب Rework Process.Queue استفاده می‌کنیم. حال وقتی دکمه‌ی OK را فشار دهید، این Expression به طور خودکار از آن Expression Builder که باز بود وارد فیلد می‌گردد.



نمایشگر ۷-۱۹ کادر محاوره‌ای Expression Builder

شما می‌توانید بر روی هر فیلدی که می‌توان در آن یک Expression وارد کرد راست کلیک کنید تا Expression Builder باز شود. برای مثال، از Expression Builder در یافتن Expression برای زمان جاری شبیه‌سازی (TNOW) استفاده کرده‌ایم. همچنین می‌توانید

با استفاده از دکمه‌های عملکرد در Expression Builder یک Expression پیچیده بسازید.

نمایش صفحه گسترده از این مورد در نمایشگر ۷-۲۰ نشان داده شده است.

| Statistic - Advanced Process | | | | | | |
|------------------------------|--------------------|-----------|----------------|--------------------------|---------------|--------------------|
| | Name | Type | Frequency Type | Expression | Resource Name | Report Label |
| 1 | Rework Queue stats | Frequency | Value | NQ(Rework Process.Queue) | | Rework Queue stats |

| | |
|----------------|---------------------------|
| Name | Rework Queue Stats |
| Type | Frequency |
| Frequency Type | Value |
| Expression | NQ(Rework Process. Queue) |

نمایشگر ۷-۲۰ مآزول داده‌ی Statistic

آخرین گام برای راه اندازی آماره‌ی صف کار مجدد، ساختن دسته‌هایی است که چگونگی نمایش داده‌ها را تعریف می‌کنند. این کار در ستون Categories سمت راست انجام می‌شود. نمایشگر ۷-۲۱ ورودی‌ها را برای سه دسته نخست نشان می‌دهد. اولین ورودی برای طول صف مقدار ثابت ۰ و ورودی‌های بعدی برای یک قفسه، دو قفسه و ... می‌باشد. در حال حاضر، این اطلاعات را فقط برای تا ۴ قفسه در خواست می‌کنیم. اگر صف از ۴۰ قطعه تجاوز کند، آرنا یک دسته‌ی خارج از محدوده^۱ در گزارش خروجی خود ایجاد می‌کند. در مورد Range، باید توجه کنید که Value در محدوده گنجانده نشده اما High Value گنجانده شده. بنابراین برای مثال، $Valu = 10$ و $Valu = 20$ محدوده‌ی اعداد $[10, 20)$ را تعریف می‌کنند؛ یعنی اکیدا بزرگ‌تر از ۱۰ و کوچک‌تر یا مساوی ۲۰.

pull-down در سلول Resource Name انتخاب کرده‌ایم. این کار آمارهای مربوط به همه وضعیت‌های منبع Sealer، یعنی Busy، Idle و Failed، را به ما ارائه خواهد کرد.

| Statistic - Advanced Process | | | | | |
|------------------------------|--------------------|-----------|----------------|--------------------------|---------------|
| | Name | Type | Frequency Type | Expression | Resource Name |
| 1 | Rework Queue stats | Frequency | Value | NG(Rework Process.Queue) | Sealer States |
| 2 | Sealer States | Frequency | State | | Sealer |

| | |
|----------------|---------------|
| Name | Sealer States |
| Type | Frequency |
| Frequency Type | State |
| Frequency Name | Sealer |

نمایشگر ۷-۲۲ مازول داده‌ی Statistic برای وضعیت‌های مختلف منبع Sealer

پیشنهاد می‌کنیم قبل از آنکه مدل را اجرا نمایید، گزینه‌ی No Animation را از مسیر Run/Run Control/Batch Run علامت بزنید، تا طول زمان مورد نیاز برای اجرای مدل به‌طور محسوسی کاهش پیدا کند. اگر چه برای اجرای سریع‌تر، یک راه جایگزین انتخاب گزینه‌ی Run/Fast-Forward (▶▶) می‌باشد. همچنین اکنون زمان مناسبی برای ذخیره کار نیز هست. توجه داشته باشید که هنوز هم می‌توانید اجرا را در هر زمان برای تعیین مقدار پیشرفت، متوقف کنید.^۱

۷-۲-۵ نتایج مدل ۷-۲

جدول ۷-۱ برخی از نتایج انتخاب شده از بخش Reports را برای این مدل (ستون سمت راست) و همچنین مدل ۷-۱، به منظور مقایسه آن‌ها با یکدیگر نشان می‌دهد. همه این داده‌ها تا دو رقم اعشار گرد گردیده‌اند به جز دو نوع از نتایج مربوط به مصرف^۲، که تا چهار رقم اعشار گرد شده‌اند.

به چند دلیل نتایج حاصل از این مدل با نتایج حاصل از مدل ۷-۱ تفاوت دارد. اکنون به جای ۳۲ ساعته که مدل ۷-۱ را اجرا کردیم، شبیه‌سازی را برای ده روز شانزده ساعته (یعنی ۱۶۰ ساعت) اجرا می‌کنیم. البته فرض‌های مدل‌سازی متفاوتی در مورد منابع Sealer و Rework

1- Pause

2- Utilization

| Categories | | | | | |
|------------|-------------------|-------|------------|---------------|-----------------|
| | Constant or Range | Value | High Value | Category Name | Category Option |
| 1 | Constant | 0 | | No Racks | Include |
| 2 | Range | 0 | 10 | 1 Rack | Include |
| 3 | Range | 10 | 20 | 2 Racks | Include |
| 4 | Range | 20 | 30 | 3 Racks | Include |
| 5 | Range | 30 | 40 | 4 Racks | Include |

Double-click here to add a new row.

| | |
|----------------|----------|
| Constant Range | Constant |
| Value | 0 |
| Category | No Racks |

| | |
|----------------|----------|
| Constant Range | Constant |
| Value | 0 |
| High Value | 10 |
| Category Name | 1 Rack |

| | |
|----------------|----------|
| Constant Range | Constant |
| Value | 0 |
| High Value | 10 |
| Category Name | 1 Rack |

نمایشگر ۷-۲۱ Categories برای آمارهای فراوانی صف کار مجدد

قبل از ترک مازول داده‌ی Statistic، می‌خواهیم اطلاعات اضافی در مورد منبع Sealer در خواست کنیم. اگر مدل فعلی خود را اجرا نماییم، اطلاعات مصرف منبع Sealer مانند قبل در گزارش‌ها منظور شده است. در هر حال، گزارش ویژه‌ای در مورد مدتی که منبع در حالت نقص قرار دارد وجود ندارد. این آمارها را می‌توانیم با افزودن یک سطر جدید به مازول داده‌ی Statistic، همان‌طور که در نمایشگر ۷-۲۲ نشان داده شده، در خواست کنیم. برای این آمار، Name و Type، به ترتیب Sealer States و Frequency، را وارد کرده و برای Frequency Type گزینه‌ی State را انتخاب می‌کنیم. در انتها منبع Sealer را از لیست

داریم. در نهایت ترکیب تمام این نکات موجب می‌شود، جریان اعداد تصادفی به طور متفاوتی مورد استفاده قرار بگیرند.

رفتن از مدل ۱-۷ به مدل ۲-۷ شامل تغییری در قطعات Prep A و Prep B نمی‌شود؛ بنابراین تفاوت‌هایی که مشاهده می‌کنیم فقط ناشی از تفاوت در طول اجرا یا جهش‌های تصادفی است. تفاوت نتایج صف Prep B تا حدودی چشمگیر است؛ بنابراین یکی از این مناطق با گذشت زمان پر ازدحام‌تر می‌شوند یا نتایج در معرض عدم قطعیت زیادی قرار می‌گیرند.

| Result | Model 7-1 | Model 7-2 |
|-----------------------------------|-----------|-----------|
| Average Waiting Time in Queue | | |
| Prep A | 14.62 | 19.20 |
| Prep B | 29.90 | 51.42 |
| Scaler | 2.52 | 7.83 |
| Rework | 456.35 | 116.25 |
| Average Number Waiting in Queue | | |
| Prep A | 3.17 | 3.89 |
| Prep B | 3.50 | 6.89 |
| Scaler | 0.86 | 2.63 |
| Rework | 12.95 | 3.63 |
| Average Time in System | | |
| Shipped Parts | 28.76 | 47.36 |
| Salvaged Parts | 503.85 | 203.83 |
| Scarapped Parts | 737.19 | 211.96 |
| Utilization of Resource | | |
| Prep A | 0.9038 | 0.8896 |
| Prep B | 0.7575 | 0.8011 |
| Scaler | 0.8595 | 0.8425 |
| Rework | 0.9495 | 0.8641 |
| Scheduled Utilization of Resource | | |
| Prep A | 0.9038 | 0.8896 |
| Prep B | 0.7575 | 0.8011 |
| Scaler | 0.8595 | 0.8425 |
| Rework | 0.9495 | 0.8641 |

جدول ۱-۷ نتایج انتخاب شده از مدل ۱-۷ و مدل ۲-۷

برای Sealer، آمارهای مربوط به صف (میانگین زمان انتظار در صف و میانگین طول صف)، نشان دهنده‌ی تراکم نسبتاً زیادتری برای مدل ۲-۷ هستند. دلیل آن این است که چون در این مدل Failures را به Sealer اضافه کرده‌ایم، آن را خارج از فعالیت نگه داشته، بنابراین طول زمان صف افزایش یافته است. آمارهای مصرف برای Sealer در بین دو مدل تفاوت چندانی ندارند. در هر حال وقتی در وضعیت Failed قرار دارد Sealer در دسترس نیست؛ بنابراین این دوره‌ها در مقایسه با مصرف‌های Sealer به حساب نمی‌آیند.

بر خلاف Sealer، به نظر می‌رسد عمل Rework در مدل ۲-۷ روان‌تر است. البته دلیل آن این است که واحد منبع دوم Rework را در طول شیفت هشت ساعتی دوم از روز ۱۶ ساعتی، به مدل اضافه کرده‌ایم. این کار ظرفیت عمل Rework را ۵۰٪ افزایش می‌دهد، بنابراین در حال حاضر میانگین زمان ظرفیت به جای ۱، ۱.۵ می‌باشد. از این رو آمارهای مصرف عمل Rework تا حد زیادی کاهش را نشان می‌دهند.

با نگاهی به میانگین زمان در سیستمی از سه نوع قطعه خروجی، به نظر می‌رسد تغییرات در عملکردهای Sealer و Rework باعث این اثرات می‌گردد. همه‌ی قطعاتی که تحمل عملیات کندتر در Sealer دارند، برای افزایش زمان در سیستم حمل قطعات به حساب می‌آیند. در هر حال قطعات بازبینی شده و اسقاط گردیده، با سرعت بیشتری از عمل Rework عبور می‌کنند، که با تاثیر خالص خود موجب می‌شوند میانگین زمان آن‌ها در سیستم کاهش بسیار زیادی پیدا کند.

۳-۷ بهبود انیمیشن

تا اینجا در این فصل برای سادگی کار، از انیمیشن‌های پیش فرض ماژول‌ها استفاده کردیم. اگر چه این انیمیشن‌های پایه‌ای تقریباً همیشه برای نشان دادن اینکه مدل به درستی کار می‌کند کافی هستند اما ممکن است بخواهید قبل از این که مدیریت مدل را ببیند انیمیشن‌ها بیشتر شبیه به سیستم واقعی باشند. واقعی‌تر کردن انیمیشن کار بسیار ساده‌ای است و وقت زیادی نمی‌گیرد. مدت زمانی که صرف این کار می‌کنید تا حد زیادی به سطح جزئیاتی که تصمیم دارید به انیمیشن اضافه کنید بستگی دارد. یک دیدگاه کلی این است که، برای آرایه مقصود به بهترین شکل، احتمالاً باید وقت بیشتری را صرف انیمیشن نمایید. همچنین زیباتر کردن

انیمیشن می‌تواند مدل را جذاب‌تر کند. به دلایلی که گفته شد، اجازه دهید در اینجا به برخی از کارهایی که می‌توان انجام داد اشاره نماییم.

کار را با نگاهی به انیمیشن موجود شروع می‌کنیم. انیمیشن فعلی سه بخش دارد که عبارتند از: نهادها، صف‌ها و متغیرها. نهادهایی که با استفاده از ماژول داده‌ی Entity انتخاب کرده‌ایم را می‌توان هنگامی که از یک ماژول به ماژول دیگر می‌روند یا وقتی که در صف قرار دارند، مشاهده نمود. برای هر ماژول Process که در مدل قرار داده‌ایم، آرنا به‌طور خودکار یک انیمیشن صف اضافه می‌کند که نشان دهنده‌ی انتظار نهادها در طول اجرا می‌باشند. متغیرها نیز به‌طور خودکار توسط آرنا برای نمایش تعداد نهادهای در انتظار یا تعداد نهادهایی که از ماژول خارج شده‌اند، قرار داده می‌شوند.

همان‌طور که در چگونگی وجود نهادها در مدل گفته شد، هنگامی که ماژول را در مدل قرار می‌دهید نهادها اضافه می‌شوند و ساختارهای انیمیشنی در دو جهت به ماژول می‌چسبند. در اینجا دو نکته قابل توجه است. نکته اول اینکه نام آن‌ها یا Identifiers از مقادیر کادر محاوره‌ای ماژول به دست می‌آیند و نمی‌توان آن‌ها را به‌طور مستقیم در کادر محاوره‌ای ساختار انیمیشن تغییر داد. نکته مهم دوم اینکه، اگر ماژول را حرکت دهید، انیمیشن آن نیز به همراهش حرکت می‌کند. اگر می‌خواهید انیمیشن در جایی که هست بماند، فقط کافی است هنگامی که ماژول را حرکت می‌دهید کلید Shift را فشار دهید.

بعضی اوقات لازم است انیمیشن را به یک ناحیه‌ی کاملاً متفاوت از پنجره‌ی مدل بکشانیم. اگر می‌خواهید این کار را انجام دهید، ممکن است برای تسهیل در رفت و آمد به عقب و جلوی راه اندازی، برخی از Named Views (بخش ۴-۱۳ را ببینید) را در نظر بگیرید. اگر می‌خواهید یک ساختار انیمیشن را به‌طور کامل از ماژول مربوط به آن جدا کنید، آن را در Cut, Clipboard کرده و سپس در جایی دیگر از مدل Paste کنید. با این عمل کلیه ویژگی‌های آن انیمیشن حفظ می‌شود اما دیگر پیوندی با ماژول نخواهد داشت. یک راه دیگر پاک کردن ساختار انیمیشنی که همراه ماژول می‌آید و اضافه کردن آن از ابتدا با استفاده از ساختارهای نوار ابزار Animaye می‌باشد.

حتی گاهی ممکن است بخواهید برخی از ساختارهای انیمیشن همراه ماژول را که به‌طور خودکار قرار داده می‌شوند رها کرده و فقط برای یک انیمیشن جداگانه از آن‌ها کپی بگیرید. اگر تصمیم به انجام این کار دارید، چند قاعده پایه‌ای برای این کار وجود دارد. هر ساختار انیمیشنی را که اطلاعاتی (مثل متغیرها و منحنی‌ها) تولید می‌کند می‌توان کپی کرد. نباید

ساختارهای انیمیشنی را که نشان دهنده‌ی فعالیت یک نهاد (مثل صف‌ها و منابع) است در یک انیمیشن دیگر کپی کرد. دلیل این موضوع این است که اگر دو صف انیمیشن شده با اسم یکسان داشته باشند آرنا متوجه نمی‌شود که کدام صف انیمیشن شده باید نشان دهنده‌ی انتظار نهادها باشد. اگرچه آرنا اجازه می‌دهد یک صف انیمیشن شده را کپی کنید، به‌طور کلی تمام نهادهای منتظر در آخرین صف انیمیشن شده‌ای را که در مدل قرار داده‌اید، نمایش می‌دهد.

ما از روش pull apart برای ساخت انیمیشن بهبود داده شده، استفاده خواهیم کرد. ابتدا اجازه دهید با استفاده از ویژگی زوم، View/Zoom Out (یا کلید -)، اندازه‌ی بزرگ‌نمایی مدل را کاهش دهیم. روی یک صف کلیک کنید و با استفاده از گزینه‌ی Edit/Cut (یا Ctrl-X) آن را از مدل فعلی بریده و سپس با استفاده از گزینه‌ی Edit/Paste (یا Ctrl-V) صف را در جایی که می‌خواهید انیمیشن خود را بسازید، قرار دهید. این عمل را برای صف‌های باقیمانده نیز تکرار کنید؛ آن‌ها را همانند مدل اصلی در الگوی جدید خود قرار دهید. اکنون می‌توانید روی ناحیه جدید Zoom In کرده و ساختن انیمیشن بهبود داده شده را شروع کنید. کار را با تغییر صف‌ها شروع می‌کنیم. سپس تصاویر جدیدی برای نهادها ایجاد کرده و تصاویر منابع را اضافه می‌کنیم. در نهایت بعضی از متغیرها و نمودارها را به مدل اضافه می‌نماییم.

۷-۳-۱ تغییر انیمیشن صف‌ها

اگر به‌دقت به انیمیشن نگاه کرده باشید، توجه داشته‌اید که هرگز بیشتر از حدود ۱۴ نهاد در یک صف قابل رویت نیستند؛ حتی اگر متغیرها نشان دهنده‌ی چیز دیگری باشند. دلیل این است که آرنا تعداد نهادهای انیمیشن شده در هر صف را به تعدادی که در فضای کشیده شده برای انیمیشن صف مناسب است، محدود می‌کند. ممکن است شبیه‌سازی دارای ۳۰ نهاد در صف باشد، اما تنها ۱۴ نهاد (فقط ۱۴ نهاد اول) در انیمیشن گنجانده می‌شوند. سپس هنگامی که یک نهاد از صف خارج شد نهاد بعدی که تا کنون نمایش داده نمی‌شد در صف نمایش داده خواهد شد. تا زمانی که آمارهای خروجی گزارش شده در انتهای شبیه‌سازی مشاهده نشوند، ممکن است این موضوع برای یک کاربر مبتدی تا اندازه‌ای فریبنده باشد و زمانی که در حقیقت صف‌ها بسیار طولانی هستند، گمان کند که سیستم به درستی کار می‌کند. برای دوری از این مشکل سه راه وجود دارد: اولین راه، نگاه کردن به متغیر انیمیشن برای دانستن تعداد نهادهای

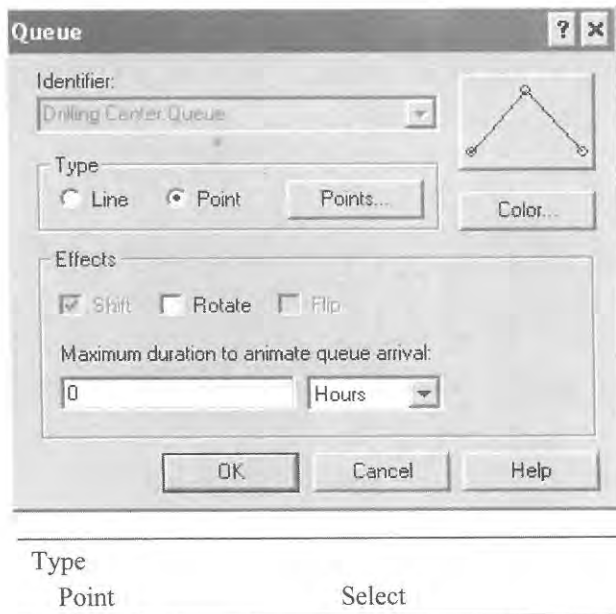
موجود در صف است، دومین راه افزایش سایز انیمیشن صف و سومین راه کاهش سایز تصاویر نهاده‌ها می‌باشد.

اجازه دهید ابتدا سایز انیمیشن صف را زیاد کنیم. شکل ۷-۹ مراحل انجام شده برای تغییر اندازه‌ی صف را نشان می‌دهد. ابتدا صف را (View 1) با یک کلیک بر روی صف Rework Process.Queue، انتخاب می‌کنیم. توجه کنید که دو دستگیره^۱ ظاهر می‌شود، یکی در هر انتها. اکنون می‌توانید مکان نما را بر روی دستگیره انتهای سمت چپ قرار دهید، با این کار مکان نما به cursor hair تبدیل می‌گردد. دستگیره را بکشید تا صف به هر طول و در هر جهتی که می‌خواهید گسترده شود (View 2). اگر اکنون شبیه‌سازی را اجرا کنید، باید تعداد قطعات بیشتری را در حال انتظار در صف Rework ببینید.



شکل ۷-۹ یک راه جایگزین برای نمایش صف

ما همچنین می‌توانیم شکل صف را تغییر دهیم تا نقطه‌ی مکان فیزیکی هر نهاد در آن نمایش داده شود. بر روی صف انتخاب شده دوبار کلیک کنید. کادر محاوره‌ای Queue همانند نمایشگر ۷-۲۳ ظاهر خواهد شد.

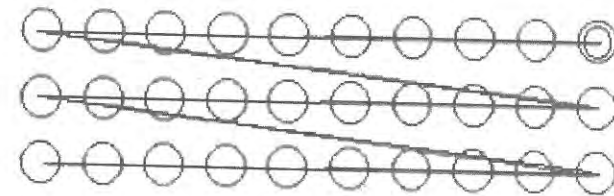


نمایشگر ۷-۲۳ کادر محاوره‌ای Queue

Point Type را انتخاب و بر روی دکمه‌ی Points کلیک کنید. سپس با کلیک‌های متوالی بر روی دکمه‌ی Add نقاط را اضافه نمایید. می‌توانیم چرخش^۱ نهاد را در هر نقطه تغییر دهیم اما در حال حاضر در این مورد وضعیت پیش فرض را می‌پذیریم. پس از پذیرفتن این تغییرات، صف نتیجه شده باید چیزی شبیه به آنچه در View 3 از شکل ۷-۹ نشان داده شده باشد. توجه کنید جلوی صف با نقطه‌ای که دو دایره آن را احاطه کرده مشخص شده است. بعداً می‌توانید هر یک از این نقاط را به جایی که مایلید بکشید و طرح مورد نظر خود را ایجاد کنید (View 4). اگر مایلید تمام این نقاط به طور مرتب در یک خط قرار گیرند، می‌توانید از گزینه Snap که در فصل قبل در مورد آن بحث شد استفاده کنید. اکنون آرنا در طول اجرای انیمیشن نهاده‌ها را در این نقاط قرار داده و شبیه‌تر به صف انتظار در دنیای واقعی، آن‌ها را به سمت جلو حرکت می‌دهد.

ما صف‌ها را در انیمیشن مدل خود به طور ساده برای Prep A، Prep B و بخش Sealer امتداد داده‌ایم (همان‌طور که در View 2 از شکل ۷-۹ می‌بینید). همچنین در صف

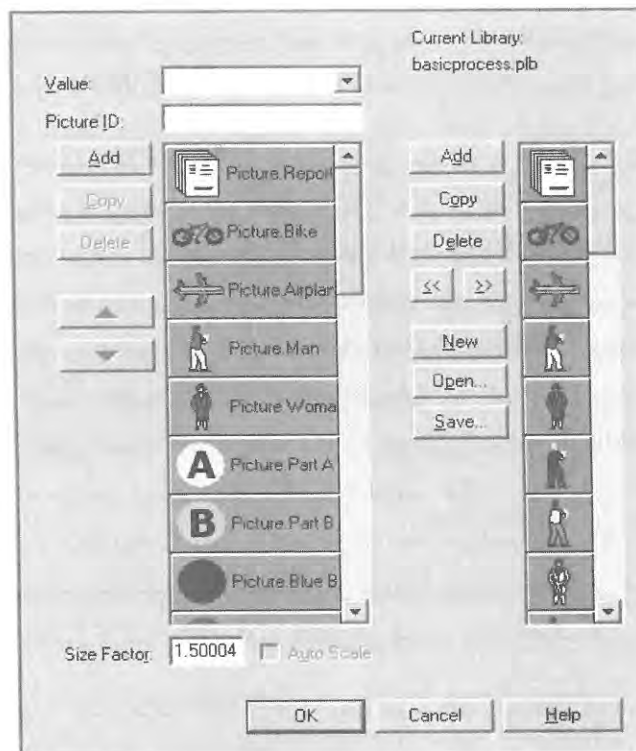
Rework تغییرات اندکی ایجاد کرده ایم. شکل صف را به نقاط تغییر داده و ۲۸ نقطه به صف اضافه کرده ایم. این کار اجازه می دهد آن ها را در سه ردیف ده تایی قرار دهیم که همان طور که در شکل ۷-۱۰ می بینید نشان دهنده ی سه قفسه قابل دسترس می باشند (این کار بسیار راحت تر از استفاده از گزینه ی Snap است).



شکل ۴-۱۰ صف Rework با ۳۰ نقطه

۷-۳-۲ تغییر تصاویر نهادها

اکنون تمرکز خود را بر روی انیمیشن نهادها قرار می دهیم. در انیمیشن فعلی، به طور دلخواه توپ های آبی و قرمز را برای دو نوع از نهادها انتخاب کردیم. حال می خواهیم نهادها شبیه توپ ها باشند اما حروف "A" و "B" در داخل این توپ ها نمایش داده شوند. همان طور که در شکل ۷-۱۱ مشاهده می کنید، می توانید در پنجره ی **Entity Picture Placement** تصاویر جدیدی ایجاد نمایید. این پنجره با استفاده از گزینه ی منوی **Edit/Entity Pictures** باز شده است. سمت چپ این پنجره شامل تصاویری است که در حال حاضر در مدل در دسترس هستند، که به صورت یک لیست از دکمه ها با تصویر و نام مربوط به آن ها نمایش داده شده اند. همچنین سمت راست آن برای دسترسی به کتابخانه های تصاویر استفاده می شود که در آن مجموعه ای از تصاویر به طور ساده در یک فایل ذخیره شده اند. آرنا تعدادی از این کتابخانه ها را با یک مجموعه از آیکون ها فراهم کرده است. می توانید قبل از این که مدل بعدی خود را انیمیشن کنید آن ها را باز کرده و امتحان نمایید (نام فایل آن ها با پسوند **.plp** به پایان می رسد).



شکل ۷-۱۱ پنجره ی Entity Picture Placement

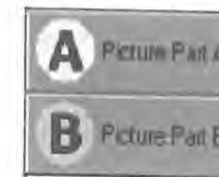
چندین راه برای اضافه کردن یک تصویر جدید به انیمیشن وجود دارد. می توانید از دکمه ی **Add** در سمت چپ برای کشیدن یک تصویر جدید به لیست فعلی یا از دکمه ی **Copy** (در سمت چپ) برای کپی کردن یک تصویر در لیست فعلی استفاده کنید. اگر از **Add** بهره بگیرید، ورودی جدید، تصویر یا نام مرتبط را تا زمانی که آن را نکشیده اید و در فیلد **Value** در بالای لیست به آن نامی نداده اید، نخواهد داشت. اگر از **Copy** استفاده کنید، وقتی کپی کردید تصویر و نام جدید همانند تصویر انتخاب شده خواهد شد.

برای اضافه کردن یک تصویر از یک کتابخانه به لیست فعلی تصاویر نهادها، تصویری را که می خواهید در سمت چپ جایگزین کنید برجسته نمایید. سپس تصویر جدید را در کتابخانه ی سمت راست برجسته کرده، بر روی دکمه ی فلش سمت چپ (←) کلیک کنید تا تصویر مورد نظر در لیست تصاویر شما کپی گردد. همچنین با استفاده از دکمه ی **New** می توانید کتابخانه ی تصاویر دلخواه خود را ساخته و نگهداری نمایید؛ تصاویر مورد نظر خود را بسازید و

برای استفاده در آینده فایل آن را ذخیره کنید یا می‌توانید با استفاده از دستورات Copy و Paste استاندارد از Clip Art نیز استفاده کنید.

برای این مثال همانند مثال‌های دیگر، تصاویر بسیار ساده‌ای را در نظر گرفته‌ایم اما شما می‌توانید برای نهاد و منبع تصاویر مورد نظر خود را به‌کار ببرید. توپ‌های آبی و قرمز را به عنوان نقاط آغازی استفاده می‌کنیم. بر روی آیکن Picture.Blue Ball در لیست فعلی سمت چپ کلیک کرده؛ سپس روی Copy کلیک کنید. اکنون یکی از این دو تصویر یکسان را انتخاب کنید و نام آن را (در کادر Value) به Picture.Part A تغییر دهید. توجه نمایید هنگامی که نام جدید را تایپ می‌کنید نام آیکن انتخاب شده نیز تغییر می‌کند. برای تغییر تصویر، بر روی آیکن تصویر دوبار کلیک کنید. با این کار پنجره‌ی Picture Editor باز می‌شود که اجازه می‌دهد ترسیم تصویر را اصلاح نمایید. قبل از تغییر این تصویر، به دایره خاکستری در مرکز مربع توجه کنید. این نقطه مرجع نهاد^۱ می‌باشد که ارتباط نهاد با انیمیشن سایر چیزها را مشخص می‌کند. به‌طور اساسی، این نقطه وقتی نهاد حرکت می‌کند یک مسیر را دنبال نموده و هنگامی که نهاد یک منبع را کنترل می‌کند در نقطه تصرف^۲ قرار می‌گیرد.

این تصویر را با وارد کردن حرف "A" در مرکز توپ تغییر داده و رنگ پر کننده را به یک رنگ روشن‌تر تغییر می‌دهیم تا حرف فوق قابل مشاهده باشد. وقتی این پنجره را ببندید، تصویر جدید بر پایه نام Picture.Part A نمایش داده می‌شود. اکنون همین روش را برای ساختن یک تصویر جدید برای Part B تکرار کنید. تصاویر نهایی باید چیزی شبیه به آنچه در شکل ۱۲-۴ می‌بینید باشند.



شکل ۱۲-۴ تصاویر نهایی نهادها

قبل از بستن این پنجره، توجه کنید که "A" و "B" در نام تصویر ظاهر نشده‌اند زیرا در آنجا فضای کافی وجود ندارد. در هر حال اگر بر روی یکی از تصاویر کلیک کنید نام کامل آن در

فیلد Value نمایش داده می‌شود. همچنین توجه کنید که یک فیلد Size Factor در قسمت پایین سمت چپ این پنجره وجود دارد (شکل ۷-۱۱ را ببینید). می‌توانید با تغییر این مقدار اندازه‌ی تصویر نهاد را کوچکتر یا بزرگتر کنید. برای انیمیشن این مثال، Size Factor را از ۱ به ۱.۵ افزایش داده‌ایم.

گام آخر اختصاص دادن این تصاویر جدید به قطعات است تا در انیمیشن قرار گیرند. این کار را می‌توانید با کلیک بر روی ماژول داده‌ی Entites و وارد کردن نام‌های جدید در سلول Initial Picture برای دو قطعه، انجام دهید. توجه داشته باشید که نام‌های جدید در لیست pull-down ظاهر نمی‌شوند؛ بنابراین باید آن‌ها را تایپ کنید. در هر حال اگر یک بار نام‌های جدید را وارد و داده‌ها را تایید کنید این نام‌ها در لیست pull-down قرار خواهند گرفت.

۷-۳-۳ اضافه کردن تصاویر به منابع

اکنون که انیمیشن صف‌ها و نهادها را تکمیل کرده‌ایم، می‌خواهیم تصاویر منابع را نیز به انیمیشن اضافه کنیم. با کلیک بر روی دکمه‌ی Resource (🔍) که در نوار ابزار Animate قرار دارد می‌توانید یک تصویر به منبع اضافه نمایید. کلیک بر روی دکمه‌ی گفته شده موجب باز شدن پنجره‌ی Resource Picture Placement می‌شود که بسیار شبیه به پنجره‌ی Entity Picture Placement می‌باشد. تفاوت‌های بسیار اندکی بین یک تصویر نهاد و یک تصویر منبع وجود دارد. نهادها تصاویر را با تخصیص یک نام تصویر در جایی از مدل به‌دست می‌آورند. تصاویر مربوط به منابع به موقعیت آن‌ها بستگی دارند. هنگامی که پنجره‌ی Resource Picture Placement را باز کردید، توجه دارید که تصاویر مربوط به هر چهار وضعیت پیش فرض یکسانند. همانند تغییری که در تصاویر نهادها ایجاد کردیم، می‌توانید تصاویر استفاده شده برای منبع در این وضعیت‌های مختلف را نیز تغییر دهید.

1- Entity reference point

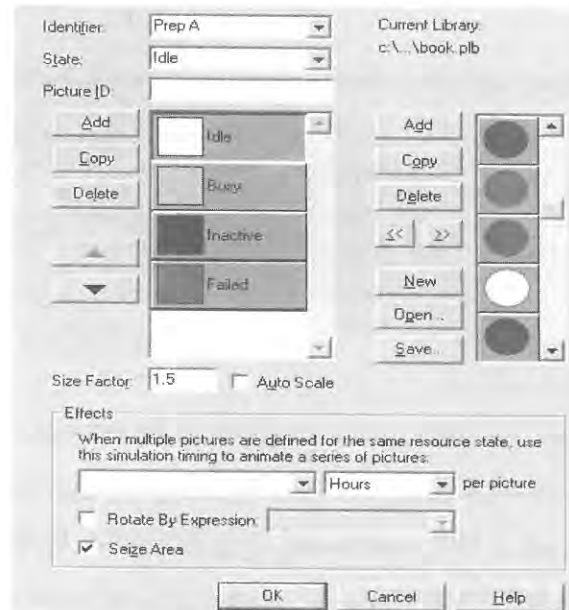
2- Seize point

ابتدا باید مشخص کنید که می‌خواهید تصویر کدام منبع را ایجاد نمایید. برای این کار از لیست pull-down فیلد Identifier یکی از منابع را انتخاب کنید (برای مثال Prep A). اکنون همانند تصاویر نهاده‌ها، تصاویر منبع را جایگزین می‌کنیم. بر روی تصویر Idle دوبار کلیک کنید تا پنجره‌ی Picture Editor باز شود. از رنگ پس زمینه برای پر کردن استفاده نمایید، ضخامت خط را به ۷ تغییر داده (از نوار ابزار Draw) و رنگ آن را نیز تغییر دهید. توجه داشته باشید برای انجام این تغییرات کادر باید برجسته گردد^۱. دایره کوچک با علامت ضربدر نقطه مرجع منبع می‌باشد، که نشان می‌دهد چگونه سایر چیزها (مانند تصاویر نهاده‌ها) با تصویر آن هم راستا می‌شوند؛ آن را به وسط کادر بکشید. این آیکون را تایید کنید (با بستن پنجره‌ی Picture Editor) و به پنجره‌ی Resource Picture Placement برگردید. اکنون می‌خواهیم کتابخانه تصاویر را گسترش دهیم. از پنجره‌ی Resource Picture Placement دکمه‌ی New را کلیک کنید تا یک فایل کتابخانه خالی باز شود. اکنون آیکونی را که جدیداً ساخته‌اید انتخاب نمایید؛ بر روی دکمه‌ی Add در کتابخانه فعلی و سپس بر روی دکمه‌ی فلش سمت راست کلیک کنید. برای دادن نام و ذخیره‌ی فایل کتابخانه جدید بر روی دکمه Save کلیک کنید (برای مثال Book.plb).

اکنون از این تصویر برای ساختن سایر تصاویر منبع استفاده می‌کنیم. تصویر Busy را در سمت چپ و نیز در کتابخانه‌ی تصویر جدید سمت راست برجسته نمایید و با استفاده از دکمه فلش سمت چپ، تصویر Busy را درست همانند تصویر Idle کنید. وقتی انیمیشن اجرا می‌شود، تصویر نهاد در مرکز این کادر قرار خواهد گرفت؛ بنابراین متوجه می‌شویم این منبع مشغول است. با این وجود برای اینکه این اتفاق رخ دهد لازم است ضامن Seize Area را در پایین پنجره علامت بزنید. اکنون کتابخانه‌ی تصویر را برای وضعیت‌های غیر فعال^۲ و نقص^۳ کپی نمایید. هر یک از این تصاویر را باز کنید و کادر را با یک رنگ که نشان می‌دهد منبع در وضعیت غیر فعال یا نقص است، پر کنید (به عنوان مثال رنگ قرمز برای نقص). اکنون این دو تصویر جدید را در کتابخانه کپی کرده و آن‌ها را ذخیره کنید. تصاویر منبع در نهایت باید

- 1- Highlight
- 2- Inactive
- 3- Failed

چیزی شبیه به آنچه در شکل ۷-۱۳ می‌بینید باشند. همچنین Size Factor را به ۱.۵ افزایش داده‌ایم؛ بنابراین اندازه منبع با اندازه نهاد یکسان است.



شکل ۷-۱۳ منبع نهایی

وقتی تصاویر منبع را تایید کنید و به پنجره‌ی اصلی مدل بر گردید، مکان نما به Cross hair تبدیل خواهد شد. این مکان نما را در نزدیک محلی که می‌خواهید منبع را بگذارید، قرار داده و کلیک کنید. با این کار منبع جدید در انیمیشن قرار می‌گیرد (ضمناً، آیا به تازگی مدل خود را ذخیره کرده‌اید؟). ممکن است آیکون منبع جدید بزرگ‌تر از آنچه می‌خواستید باشد. در این صورت با کشیدن یکی از گوشه‌هایش، اندازه‌ی آن را به‌طور مناسب تنظیم کنید. همچنین تصویر منبع شامل چیزی است که به‌صورت دو دایره با یک خط فاصله‌ی متصل به قسمت پایین سمت چپ تصویر منبع ظاهر می‌گردد که همان Seize Area است. این Seize Area در جایی قرار دارد که نهاد کنترل منبع را در اختیار گرفته است. آن را به مرکز تصویر منبع بکشید. اکنون انیمیشن را اجرا کنید تا ببینید که آیا اندازه‌ی نهاد و منبع مطابق آنچه می‌خواستید هست یا خیر. اگر نیست، می‌توانید موقعیت Seize Area را با مکث در اجرا،

نمایش Seize Area (با استفاده از گزینه‌ی منو View/Layers) و کشیدن آن به موقعیتی که مورد نظرتان است، تنظیم نمایید. بعد از تنظیم دقیق موقعیت، ممکن است بخواهید قبل از پایان اجرا نمایش لایه‌ی Seize Area را خاموش کنید.

هرگاه از انیمیشن مربوط به منبع Prep A راضی شدید، ممکن است بخواهید انیمیشن‌های مربوط به سایر منابع را نیز اضافه کنید. برای این کار باید اعمال بالا را برای هر یک از منابع تکرار نمایید یا اینکه می‌توانید تصویر منبع Prep A را برای تصاویر Prep B و Sealer، Copy و سپس Paste کنید. وقتی این کار را انجام دادید، لازم است بر روی منبع جدید دوبار کلیک کنید تا پنجره‌ی Resource Picture Placement باز شود و نام مناسب را از لیست pull-down در فیلد Identifier انتخاب کنید.

تصویر مربوط به منبع Rework باید اصلاح شود زیرا در طول شیفت دوم ظرفیت آن ۲ می‌باشد. مانند حالت قبل کار را با Copy و Paste شروع می‌کنیم. اما وقتی پنجره‌ی Resource Picture Placement را باز کردیم، تصویر Idle را ویرایش کرده و مربع دیگری را در کنار یا در زیر تصویر اول اضافه می‌کنیم (Edit/Duplicate یا Copy/Paste). این کار به اتاق اجازه می‌دهد دو نهاد را در شیفت دوم در خود داشته باشد. این تصویر جدید را به کتابخانه‌ی خود اضافه کرده و از آن، برای ساختن تصاویر سایر Rework ها استفاده کنید. به منبع (Rework) دوبار اسم بدهید و پنجره را ببندید.

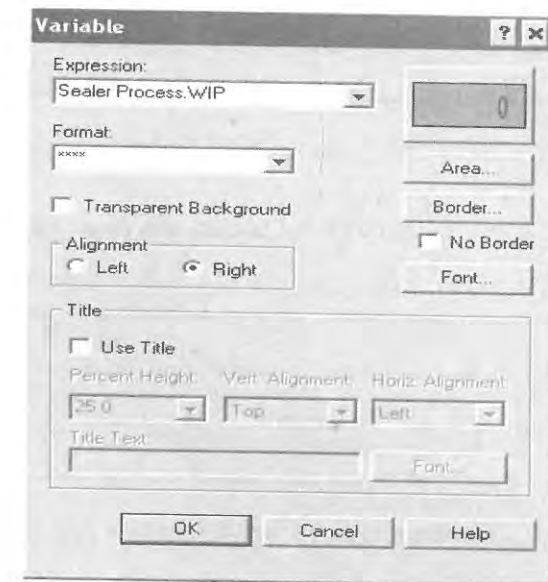
انیمیشن اصلی منبع تنها یک Seize Area دارد، بنابراین بر روی Seize Area دوبار کلیک کنید و سپس بر روی دکمه‌ی Points کلیک نموده و Seize Area دوم را اضافه کنید. Seize Area ها بسیار شبیه به صف‌ها هستند و می‌توانند هر تعداد نقطه داشته باشند؛ هر چند تعداد نقاط مورد استفاده به ظرفیت منبع وابسته است. همانند یک صف، Seize Area نیز می‌تواند مانند یک خط نمایش داده شود. این پنجره را ببندید و دو نقطه‌ی Seize Area را در داخل دو کادر نشان دهنده‌ی منبع قرار دهید.

اکنون باید انیمیشنی داشته باشید که به سیستم مورد نظرتان شبیه‌تر شده است. البته ممکن است هنوز بخواهید منابع، صف‌ها، ایستگاه‌ها و سایر اجزا را تا زمانی که به انیمیشنی که به

نظرتان مناسب‌تر است برسید، بار دیگر جاگذاری کنید. همچنین می‌توانید برای بر چسب گذاری چیزها متن اضافه کنید و یا خطوطی را برای اشاره کردن به صف‌ها یا موانع قرار دهید یا حتی تعدادی گلدان را نیز به آن اضافه کنید.

۷-۳-۴ اضافه کردن نمودارها و متغیرها

آخرین کاری که قصد داریم انجام دهیم، افزودن تعدادی متغیر (شمارنده) و نمودار اضافی به انیمیشن مدل است. متغیرها تعداد قطعات در هر فرآیند و تعداد قطعات تکمیل شده را مشخص می‌کنند. برای انجام این کار از Variable در نوار ابزار Animate (🔧) استفاده می‌کنیم. اما روش ساده‌تر این است که فقط متغیرهایی را که به همراه مدل می‌آیند را Copy و Paste کنیم. ابتدا چهار متغیری را که همراه با ماژول Process می‌آیند Copy و Paste می‌کنیم. آن‌ها را در سمت راست زیر تصویر منبعی که ساختیم قرار دهید. سپس متغیرها را برجسته کرده و با کشیدن تصویرشان آن‌ها را بزرگ‌تر یا کوچک‌تر کنید تا تصویر منبع بار دیگر به اندازه‌ای که می‌خواهید تبدیل شود. همچنین می‌توانید برای تغییر فورمت، فونت، رنگ و ... بر روی متغیر دوبار کلیک کرده و با استفاده از پنجره‌ی باز شده‌ی Variable (شکل ۷-۱۴)، این کار را انجام دهید.

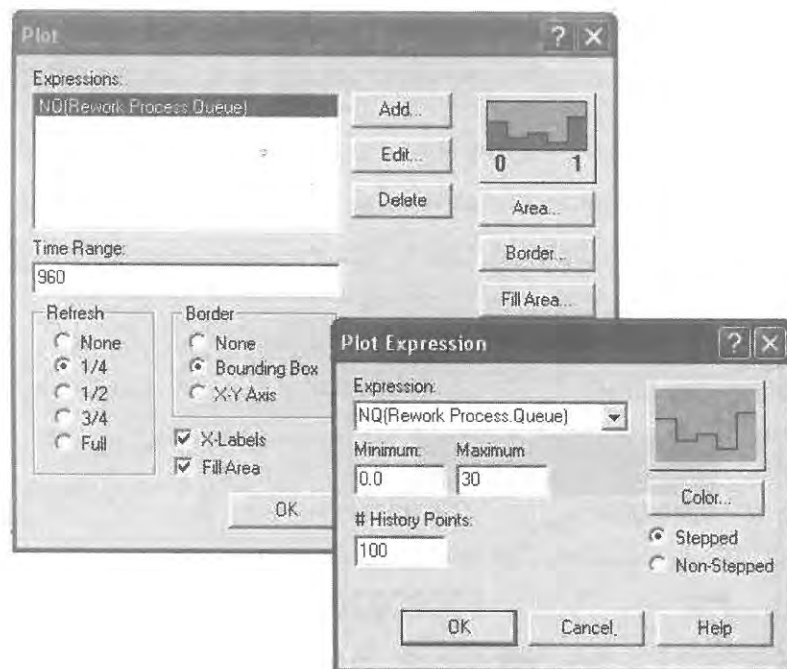


شکل ۷-۱۴ پنجره Variable

همین کار را برای سه متغیر که همراه ماژول Dispose می‌آیند نیز تکرار می‌کنیم. در نهایت از ابزار Text در نوار ابزار Animate برای بر چسب گذاری این متغیرها استفاده می‌نماییم.

اکنون می‌خواهیم برای تعداد در صف کار مجدد یک طرح اضافه کنیم. بر روی دکمه‌ی Plot (📊) در نوار ابزار Animate کلیک کنید تا پنجره‌ی Plot باز شود. از دکمه‌ی Add برای وارد کردن عبارت^۱ NQ (Rework Process.Queue) استفاده کنید. به یاد دارید که از همین عبارت برای ساختن داده‌ی Frequencies نیز استفاده کردیم. همچنین همان‌طور که در نمایشگر ۷-۲۴ می‌بینید، تعداد دیگری ورودی نیز ایجاد کرده‌ایم. # History Points به آرنا بیشترین تعداد ممکن نقاط "گوشه‌ای" را که طرح در هر لحظه خواهد داشت اطلاع می‌دهد. اگر این تعداد خیلی کوچک باشد، بخش سمت چپ طرح هیچ داده‌ای را نشان نمی‌دهد. اگر این اتفاق رخ دهد، می‌توان براحتی این مقدار را بزرگ‌تر کرد. در انتها، رنگ‌های Area و Fill Area را تغییر داده‌ایم تا طرح جذاب‌تر شود.

1- Expression



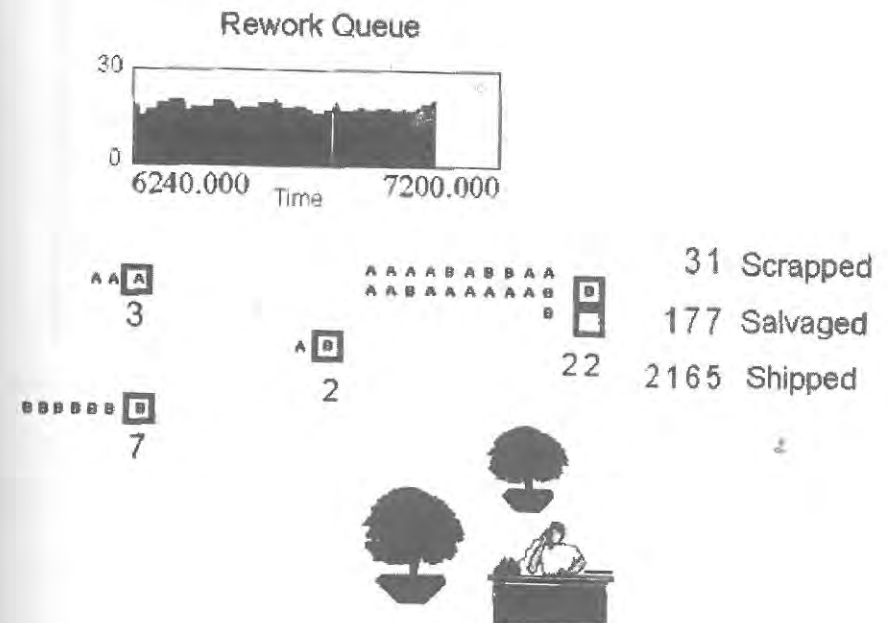
| Plot Expression | |
|-----------------|---------------------------|
| Expression | NQ(Rework Process. Queue) |
| Maximum | 30 |
| Plot | |
| Time Range | 960 |
| Refresh-1/4 | select |
| X- Labels | check |
| Fill Area | check |

نمایشگر ۷-۲۴ پنجره Plot

پس از آنکه این داده‌ها را تایید کردید، ممکن است بخواهید اندازه‌ی این طرح را در پنجره‌ی مدل افزایش داده و یا آن را به جای دیگری از انیمیشن حرکت دهید. در انتها، از ابزار Text در نوار ابزار Animate برای افزودن برخی اطلاعات به طرح خود استفاده کرده‌ایم.

سرزنده تر کردن انیمیشن می توانید موارد دیگری مانند خطوط، نقاشی ها و Clip Art را نیز به آن اضافه کنید.

اکنون انیمیشن، تکمیل شده و باید چیزی شبیه به عکسی که حدوداً در زمان 7067 شبیه سازی گرفته ایم و آن را در شکل ۷-۱۵ می بینید، شده باشد. نتایج عددی مشابه نتایج مدل ۲-۷ می باشد زیرا تنها شکل ظاهری انیمیشن را تغییر داده ایم تا مدل ۳-۷ را بسازیم.



شکل ۷-۱۵ انیمیشن نهایی مدل ۳-۷

۷-۴ آنالیز ورودی: تعیین پارامترهای مدل و توزیع ها

همان طور که هیچ تردیدی در این مورد ندارید، جزییات زیادی وجود دارند که شما برای یک مدل شبیه سازی مجبور هستید آن ها را به طور کامل تعیین کنید. احتمالاً، ابتدا به جنبه ی منطقی مدل فکر می کنید؛ مانند اینکه نهادها و منابع چه هستند، چه طور نهادها وارد می شوند و چه طور ممکن است مدل را ترک کنند، منابعی که آن ها احتیاج دارند، مسیرهایی که دنبال

می کنند و از این قبیل. این نوع فعالیت ها ممکن است مدل سازی ساختاری^۱ نامیده شوند زیرا آن ها اساس منطقی چیزی را که می خواهید مدل شبیه آن به نظر برسد و انجام دهد طرح بندی می کنند.

همچنین متوجه می شوید که چیزهای دیگری نیز در تعیین مدل وجود دارد که بیشتر دارای ماهیت عددی یا ریاضی هستند. به عنوان مثال، در تعیین مدل ۲-۷ اظهار کردیم که بازه های زمانی برای Part A توزیع نمایی با میانگین ۵ دقیقه دارند. کل زمان های پردازش برای Part B Prep از توزیع مثلی (۳,۵,۱۰) پیروی می کند. زمان های "مشغول به کار" برای بخش بازرسی توزیع نمایی (۱۲۰) دارد و Schedule را برای تعداد عملگرهای کار مجدد در زمان های مختلف تنظیم می کنیم. همچنین نیاز به ساختن مشخصاتی داریم که مدل سازی کمی^۲ نامیده می شوند و به طور کلی به اندازه ی فرضیات مدل سازی ساختاری مهم هستند.

بنابراین سوال این است که از کجا تمام این اعداد و توزیع ها را برای مدل ۲-۷ (و مدل های دیگر این کتاب) به دست آورده ایم؟ همچنین نیازمند مشاهده سیستم های واقعی و استفاده از مشخصات آن ها، جمع آوری داده ها برای آنچه که مرتبط با مدل سازی کمی ورودی ها است و تحلیل این داده ها برای طرح مدل های منطقی یا نمایش چگونگی تعیین یا تولید آن ها در شبیه سازی، هستید. برای مدل ۲-۷ این امر، مستلزم جمع آوری داده روی بازه های زمانی واقعی برای Part A، زمان های پردازش برای Part B Prep، زمان های "مشغول به کار" برای بخش بازرسی و زمان های واقعی در بخش کار مجدد (همچنین تمامی ورودی های کمی دیگر مورد نیاز در مدل) می باشد. پس نیازمند بررسی این داده ها و انجام نوعی تحلیل بر روی آن ها برای تعیین ورودی های مربوط به مدل، به صورت دقیق، واقع گرایانه و قابل قبول هستیم.

در این بخش، این فرآیند را شرح خواهیم داد و نشان می دهیم که چگونه می توانید از ویژگی Arena Input Analyzer (که یک کاربرد مجزا است و به همراه آرنا کار می کند) استفاده کنید تا به شما در پردازش توزیع های احتمالی مناسب برای داده های مشاهده شده ی نهادها و بخش های مختلف مدل مورد نظرتان کمک کند.

1- Structural modeling
2- Quantitative modeling

۷-۴-۱ ورودی‌های قطعی در مقابل ورودی‌های تصادفی

یک موضوع اساسی در مدل سازی کمی این است که آیا قصد مدل سازی یک نهاد را به عنوان یک نهاد قطعی (به عبارت دیگر غیر تصادفی) دارید یا قصد دارید آن را به عنوان یک متغیر تصادفی که از یک توزیع احتمال پیروی می کند، مدل کنید. گاهی اوقات، واضح است که چیزی باید قطعی باشد، مانند تعداد عملگرهای کار مجدد. به هر حال ممکن است بخواهید برای دیدن تاثیر آن‌ها بر روی اجرا، مقادیر را تغییر دهید.

اما گاهی اوقات این موضوع چندان واضح نیست و تنها می توانیم تا جایی که ممکن است به آنچه که باید انجام دهید تا کار شما واقع گرایانه تر و قابل قبول تر به نظر برسد، اشاره کنیم. در بخش ۷-۴-۲، کمی در مورد به کار گرفتن آنچه تحلیل حساسیت^۱ نامیده می شود صحبت می کنیم که برای اندازه گیری اینکه یک ورودی خاص چقدر برای خروجی مهم است استفاده و ممکن است نشان دهد چه قدر باید در مورد اینکه آن ورودی به عنوان ورودی قطعی یا تصادفی مدل سازی شود، نگران باشید.

ممکن است وسوسه شوید فرض تصادفی بودن ورودی ها را در نظر نگیرید، چون این کار ساده تر است و این فایده را دارد که خروجی های مدل غیر تصادفی خواهند بود. اما این کار می تواند خطرناک باشد، زیرا از نقطه نظر اعتبار مدل^۲ اغلب تصادفی بودن خودش در رفتار سیستم نقش مهمی دارد. برای مثال در یک صف تک-سرویس دهنده ی ساده، ممکن است فرض کنیم که تمام بازه های زمانی دقیقاً ۱ دقیقه هستند و بنابراین تمام زمان های پردازش دقیقاً ۵۹ ثانیه می باشند؛ هر دوی این اشکال ممکن است مطابق میانگین مقادیر داده های مشاهده شده در ورودی ها و سرویس دهنده باشند. اما اگر مدل با در جا کار کردن سرویس دهنده شروع شود و اولین ورود در زمان ۰ باشد، آن گاه هرگز صف به وجود نمی آید زیرا هر مشتری سرویس را دریافت کرده و ۱ ثانیه قبل از ورود مشتری بعدی آنجا را ترک می کند. هر چند که واقعیت این است که زمان بین ورودها و زمان سرویس، متغیرهای تصادفی نمایی به ترتیب با میانگین های ۱ دقیقه و ۵۹ ثانیه هستند، و یک داستان بسیار متفاوت برای طول صف خواهید داشت (برای این کار یک مدل کوچک آرنا بسازید و آن را به مدت طولانی اجرا کنید)؛ در واقع، در بلند مدت میانگین مشتری ها در صف ۵۸.۰۱۶۷ خواهد شد که با ۰ بسیار فاصله دارد. چیزی که در اینجا اتفاق می افتد این است که در مدل تصادفی گاهی اوقات بعضی از

مشتری ها به سرویس طولانی تری نیاز دارند یا اینکه چندین مشتری تقریباً در یک زمان به بخش سرویس وارد می شوند؛ این نوع رخدادها تصادفی که منجر به ایجاد صف می گردند هیچ گاه در مدل های قطعی اتفاق نمی افتند.

۷-۴-۲ جمع آوری داده ها

یکی از اولین مراحل در طرح ریزی یک پروژه ی شبیه سازی، شناسایی داده هایی است که برای پشتیبانی از مدل نیاز داریم. پیدا کردن داده ها و آماده کردن آن ها برای استفاده در مدل می تواند زمان بر، پر هزینه و اغلب ناامید کننده باشد. همچنین موجودیت و کیفیت داده ها می تواند در روش مدل سازی انتخاب شده و سطح جزئیاتی که در مدل اتخاذ می نمایید، تاثیر گذار باشد.

انواع مختلفی از داده ها وجود دارند که ممکن است نیاز به جمع آوری آن ها داشته باشید. اکثر مدل ها نیازمند داده هایی هستند که با تاخیرهای زمانی درگیرند. مانند: زمان های ورودها، زمان های پردازش، زمان های حمل، زمان بندی های کار اپراتور و مواردی از این دست. همچنین در بسیاری از حالت ها نیازمند برآورد احتمالاتی مانند درصد بازدهی یک عملیات، نسبت هر یک از انواع مشتری ها و از این قبیل هستیم. اگر بخواهید سیستمی را مدل سازی کنید که در آن جابه جایی فیزیکی نهادها در بین ایستگاه وجود دارد و این موضوع باید در مدل نمایش داده شود، پارامترهای عملیاتی و لایه های فیزیکی سیستم انتقال نیز مورد نیاز خواهد بود.

برای بدست آوردن داده ها می توانید از منابع مختلفی استفاده کنید. برای مثال از پایگاه های داده ی الکترونیکی برای مصاحبه با افرادی که در حال کار در سیستم هستند بهره بگیرید.

اگر سیستمی که می خواهید آن را مدل سازی کنید وجود داشته باشد، ممکن است گمان کنید که کار ساده تر است چون داده های زیادی در دسترس هستند. اما آنچه ممکن است متوجه شده باشید این است که داده هایی که دارید آن داده هایی نیستند که نیاز دارید. برای مثال، ممکن است در اولین نگاه، جمع آوری داده های زمان پردازش در ماشین ها (به عبارت دیگر محدوده ی زمانی ورود به ماشین تا کامل شدن فرآیند)، منبع خوبی برای زمان های پردازش در مدل شبیه سازی به نظر برسد. اما اگر داده ی زمان پردازش مشاهده شده شامل زمان صف یا زمان های شکست ماشین باشد، ممکن است این داده ها برای مدل منطقی مناسب نباشند.

1- Sensitivity analysis

2- Model-validity

از طرف دیگر، اگر با داده‌های کم و یا بدون داده در حال مدل سازی یک مدل جدید هستید یا می‌خواهید یک تغییر مهم در مدل موجود ایجاد کنید، ممکن است خود را در انتهای دیگر این زنجیره بیابید. در این حالت، مدل شما با تقریب‌های غیر دقیق طراحان، فروشندگان تجهیزات و ... روبه‌رو است. برای مواجه شدن با چنین شرایطی در بخش ۷-۴-۵ پیشنهادهایی ارائه شده است.

در هر دو حالت، وقتی تصمیم می‌گیرد چه داده‌هایی و به چه اندازه جمع آوری کنید، مهم است که تذکرات مفید زیر را به یاد داشته باشید:

■ **تحلیل حساسیت:** یکی از جنبه‌هایی که اغلب در انجام مطالعات شبیه‌سازی نادیده گرفته می‌شود، درک این مطلب است که چه چیزی مهم است و چه چیزی مهم نیست. تحلیل حساسیت می‌تواند براحتی در یک پروژه برای تشخیص اثر تغییرات در داده‌ها بر روی نتایج مدل به‌کار گرفته شود. اگر نمی‌توانید به آسانی داده‌های خوبی در مورد برخی از جنبه‌های سیستم به‌دست بیاورید، برای دیدن اینکه آیا تغییرات مهم سیستم قابل توجه است، مدل را با یک محدوده از داده‌ها اجرا کنید. اگر تغییرات قابل توجه نبود، ممکن است نیازی به سرمایه گذاری برای جمع آوری این داده نداشته باشید و می‌توانید اطمینان خوبی به نتایج داشته باشید. اما اگر تغییرات قابل توجه باشد، نیاز به پیدا کردن راهی برای بدست آوردن داده‌های معتبر خواهید داشت در غیر این صورت نتایج غیر واقعی می‌شوند.

■ **تطابق جزئیات مدل با کیفیت داده‌ها:** یک مزیت توسعه درک کیفیت داده‌های ورودی این است که می‌تواند به شما در تصمیم گیری اینکه چه میزان جزئیات در مدل وارد کنید، کمک کند. به طور نمونه، افزودن جزئیات بخشی از سیستم که مقادیر غیر واقعی برای داده‌های وابسته به آن دارید هیچ تغییری در دقت مدل ایجاد نمی‌کند مگر اینکه بدانید در زمانی دیگر به داده‌های بهتری دسترسی پیدا خواهید کرد.

■ **هزینه:** چون جمع آوری و تدارک داده برای استفاده در مدل می‌تواند پر هزینه باشد، ممکن است تصمیم به استفاده از برآوردهای نادقیق‌تر برای برخی از داده‌ها بگیرید. در این ارزیابی تحلیل حساسیت می‌تواند مفید باشد زیرا یک ایده در مورد تاثیر داده‌ها بر روی نتایج به شما می‌دهد.

■ **Garbage in و Garbage out:** به یاد داشته باشید که نتایج و توصیه‌هایی که از شبیه‌سازی حاصل شده است تنها به همان اندازه‌ی مدل و ورودی‌ها معتبر هستند. اگر نتوانید

داده‌های دقیق مربوط به مولفه‌های بحرانی مدل را تعیین کنید، نمی‌توانید فاصله اطمینان زیادی را در مورد دقت نتیجه گیری خود قرار دهید. البته این بدان معنا نیست که اگر نتوانید داده‌های خوبی به‌دست بیاورید هیچ ارزشی در اجرای شبیه‌سازی وجود نخواهد داشت. هنوز هم می‌توانید بینش چشمگیری در مورد عملیات یک سیستم پیچیده، تاثیر متقابل میان مولفه‌های آن و برخی پیش‌بینی‌ها در خصوص چگونگی انجام آن، به‌دست بیاورید. اما توجه داشته باشید که واقع گرایانه بودن پیشگویی‌ها به کیفیت داده‌های ورودی بستگی دارد.

آخرین مطلبی که باید به آن اشاره کنیم این است که جمع آوری داده‌ها (و بعضی از تحلیل‌های آن‌ها) اغلب به عنوان مشکل‌ترین، پر هزینه‌ترین، زمان‌برترین و خسته کننده‌ترین بخش شبیه‌سازی به شمار می‌آید. این موضوع از یک طرف ناشی از مشکلات مختلفی است که ممکن است در جمع آوری داده‌ها و تحلیل داده‌ها با آن‌ها روبرو شوید و از طرف دیگر ناشی از این واقعیت انکار ناپذیر است که جمع آوری داده به اندازه‌ی ساختن مدل جالب نیست. بنابراین خودتان را برای انجام این فعالیت تشویق کنید و به خود یادآوری کنید که جمع آوری داده‌ها مهمترین بخش (اگرچه خوش آیند و مهیج نیست) شبیه‌سازی است.

۷-۴-۳ به کار بردن داده‌ها

اگر داده‌های قدیمی (برای مثال، زمان‌های ثبت شده برای از کار افتادن و تعمیر یک ماشین) دارید، یا اگر بدانید یک بخش سیستم چگونه کار می‌کند (مثلا زمانبندی‌های اپراتور طرح بندی)، هنوز با مساله تصمیم گیری در مورد اینکه داده‌ها را چگونه در مدل خود قرار دهید روبه‌رو هستید. انتخاب اساسی این است که آیا باید داده‌ها را به‌طور مستقیم استفاده کنید یا اینکه یک توزیع احتمالی مناسب برای داده‌ها وجود دارد. هر کدام از روش‌هایی که می‌توانید تصمیم به استفاده از آن بگیرید بر پایه موضوعات تئوری و ملاحظات عملی هستند.

از نقطه نظر تئوری، داده‌هایی که جمع آوری کرده‌اید آنچه را در گذشته اتفاق افتاده نمایش می‌دهند که ممکن است یک پیش‌بینی از آنچه در آینده اتفاق خواهد افتاد باشد یا نباشد. اگر شرایط گردهاگرد تولید این داده‌های قدیمی مدت زیادی نیست که به‌کار برده می‌شوند (یا اگر در طول زمانی که داده‌ها ثبت می‌شوند، تغییر کنند)، آنگاه داده‌های قدیمی ممکن است جهت دار باشند و جنبه‌های مهمی از فرآیند را از دست بدهند. به عنوان مثال اگر داده‌های قدیمی از یک پایگاه داده‌ی سفارش‌های تولید طی ۱۲ ماه گذشته باشند، اما ۴ ماه قبل محصول جدیدی معرفی شده باشد، آن‌گاه داده‌های مربوط به سفارش‌های داده شده در ۸ ماه گذشته به‌طور

مستقیم مفید نیستند زیرا شامل گزینه‌ی محصول جدید نمی‌باشند. سبک سنگین کردن‌ها این است که اگر به‌طور مستقیم از داده‌های قدیمی استفاده کنید هیچ مقداری غیر از آن‌هایی که ثبت شده‌اند نمی‌تواند تجربه شود؛ اما اگر از یک توزیع احتمال نمونه‌گیری کنید، ممکن است مقادیری بگیرید که غیر ممکن هستند (مثلاً از دنباله‌های توزیع‌های بی‌کران^۱) یا ویژگی‌های مهمی را از دست بدهید (مثلاً داده‌های دو نمایی^۲، الگوهای متوالی^۳).

ملاحظات عملی نیز می‌تواند وارد بازی شود. ممکن است داده‌های قدیمی کافی برای اینکه اجرای شبیه‌سازی منجر به تحلیل مناسب شود، نداشته باشید. همچنین شاید نیاز باشد که تاثیر دسترسی به یک فایل را بر روی سرعت اجرای شبیه‌سازی در نظر بگیرید. خواندن داده‌های فراوان از روی یک فایل نوعاً آهسته‌تر از نمونه‌گیری از یک توزیع احتمال است.

صرفه نظر از انتخاب شما، آرنا ابزارهایی برای مراقبت از ماشین‌هایی که در مدل از داده‌های قدیمی استفاده می‌کنند، فراهم می‌نماید. اگر تصمیم به برآزش یک توزیع احتمال برای داده‌ها دارید، Input Analyzer به‌طور اتوماتیک این فرآیند را انجام می‌دهد و یک عبارت^۴ فراهم می‌کند که می‌توانید از آن به‌طور مستقیم در مدل خود استفاده کنید؛ در بخش ۴-۴-۴ در این مورد بحث شده است. اگر می‌خواهید مدل را به‌طور مستقیم از داده‌های قبلی راه اندازی کنید، می‌توانید مقادیر را یک بار برای تبدیل شدن به بخشی از ساختار داده‌های مدل بیاورید یا داده‌های پویا را در طول اجرای شبیه‌سازی بخوانید.

۴-۴-۷ برآزش توزیع‌های ورودی از طریق Input Analyzer

اگر تصمیم به وارد کردن مقادیر داده‌های موجود به وسیله برآزش یک توزیع احتمال برای آن‌ها گرفته‌اید، می‌توانید خودتان توزیع را انتخاب و از Input Analyzer برای تهیه برآوردهای عددی پارامترهای مناسب استفاده کنید یا می‌توانید تعدادی توزیع برای داده‌ها برآزش کرده و مناسب‌ترین آن‌ها را انتخاب نمایید. در هر دو حالت Input Analyzer برآوردهای مقادیر پارامترها را (بر اساس داده‌هایی که تهیه کرده‌اید) برای شما فراهم می‌کند و یک عبارت می‌دهد که می‌توانید آن را کپی کرده و به مدل خود بچسبانید.

هنگامی که Input Analyzer یک توزیع برای داده‌ها برآزش می‌کند، پارامترهای توزیع را برآورد کرده (شامل هر انتقال یا انحرافی که برای یک عبارت معتبر لازم است) و اینکه توزیع‌های برآزش شده چه قدر برای داده‌ها مناسب هستند را محاسبه می‌کند. شما می‌توانید از این اطلاعات برای انتخاب توزیعی که می‌خواهید در مدل به کار بگیرید استفاده کنید. در ادامه در این مورد بحث خواهیم کرد.

توزیع‌های احتمال می‌توانند در دو دسته‌ی اساسی در نظر گرفته شوند: تئوری^۱ و تجربی^۲. توزیع‌های تئوری، مانند نمایی و گاما، نمونه‌هایی را بر اساس فرمول‌های ریاضی تولید می‌کنند. توزیع‌های تجربی به سادگی داده‌های واقعی را گروه بندی کرده و نسبت مقادیر را در هر گروه محاسبه می‌کنند.

هر نوع از توزیع‌ها علاوه بر این به دو نوع پیوسته و گسسته تقسیم می‌شوند. توزیع‌های تئوری پیوسته‌ای که آرنا پشتیبانی می‌کند عبارتند از توزیع‌های نمایی، مثلثی و ویبال^۳، همچنین توزیع‌های بتا، ارلانگ^۴، گاما، لاگ نرمال^۵، یکنواخت^۶ و نرمال نیز وجود دارند. این توزیع‌ها به عنوان توزیع‌های پیوسته شناخته می‌شوند، زیرا می‌توانند هر کمیت با مقدار حقیقی را برگردانند. این توزیع‌ها معمولاً برای نمایش طول زمان‌ها در یک مدل شبیه‌سازی استفاده می‌شوند. توزیع پواسون یک توزیع گسسته است که تنها می‌تواند مقادیر صحیح را برگرداند. این توزیع اغلب برای شرح تعداد رویدادهایی که در یک بازه زمانی اتفاق می‌افتند یا توزیع اندازه‌های مختلف تصادفی استفاده می‌شود.

همچنین می‌توانید از یکی از دو توزیع تجربی استفاده کنید: توزیع‌های احتمال گسسته و پیوسته. هر یک از آن‌ها با استفاده از یک سری از جفت‌های مقادیر/احتمال، یک هیستوگرام از مقادیر داده‌هایی که می‌توانند برگردانند را نمایش می‌دهند. توزیع تجربی گسسته تنها مقادیر داده‌هایی را برمی‌گرداند که خودشان احتمالات را برای انتخاب از میان مقادیر مجزا استفاده می‌کنند. این توزیع اغلب برای اختصاص دادن احتمالی انواع نهادها استفاده می‌شود. توزیع تجربی پیوسته احتمالات و مقادیر را برای برگرداندن کمیت مقادیر حقیقی استفاده می‌کند.

1- Bounded distributions

2- Bimodal data

3- Sequential patterns

4 - Expression

1- Theoretical

2- Empirical

3- Weibull

4- Erlang

5- Lognormal

6- Uniform

این توزیع می‌تواند به جای یک توزیع تئوری در حالتی که داده‌ها ویژگی‌های غیر عادی دارند و یا هیچ کدام از توزیع‌های تئوری برازش خوبی فراهم نمی‌کنند، استفاده شود.

Input Analyzer می‌تواند هر کدام از توزیع‌های گفته شده را برای داده‌ها برازش کند. اما باید تصمیم بگیرید که می‌خواهید از توزیع تئوری استفاده کنید یا از توزیع تجربی. متأسفانه هیچ قوانین استاندارد برای این انتخاب وجود ندارد. به‌طور کلی اگر هیستوگرام داده‌ها (که به‌طور خودکار به‌وسیله Input Analyzer نمایش داده می‌شود) یک‌نواخت یا دارای تنها یک برآمدگی^۱ باشد و اگر دارای هیچ شکاف بزرگی که هیچ مقداری در آن وجود ندارد نباشد، آن‌گاه متمایل به بدست آوردن یک برازش خوب از یکی از توزیع‌های تئوری خواهید بود. اما اگر نقاط داده‌ای دارد که تفاوت قابل ملاحظه‌ای از مجموعه‌ی مشاهدات دارند، یک توزیع تجربی ممکن است نمایش بهتری از داده‌ها فراهم نماید. یک روش جایگزین برای توزیع تجربی تقسیم داده‌ها به نوعی است که در انتهای این بخش شرح خواهیم داد.

Input Analyzer یک ابزار استاندارد است که ضمیمه آرنا می‌باشد و به‌طور ویژه برای برازش توزیع‌ها برای داده‌های مشاهده شده، فراهم کردن برآوردهای پارامترهای آن‌ها و اندازه‌گیری اینکه چه قدر خوب داده‌ها را برازش می‌کنند، طراحی شده است. چهار مرحله برای استفاده از Input Analyzer برای برازش یک توزیع احتمال برای داده‌ها به منظور استفاده در مدل وجود دارد. این مراحل به صورت زیر هستند:

■ یک فایل text شامل مقادیر داده‌ها ایجاد کنید.

■ یک یا بیشتر توزیع برای داده‌ها برازش کنید.

■ توزیعی را که علاقه دارید استفاده کنید، انتخاب نمایید.

■ عبارت تولید شده توسط Input Analyzer را در فیلد مناسب مدل آرنا خود کپی کنید.

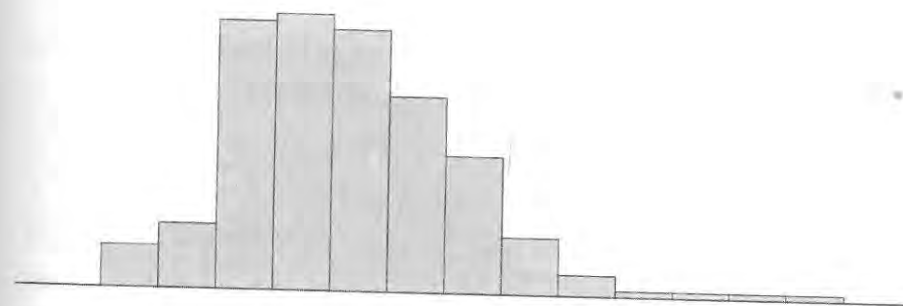
برای آماده کردن فایل داده، به سادگی یک فایل متن ASCII عادی شامل داده‌ها در شکل آزاد بسازید. هر نوع ویرایشگر متن، پردازشگر Word یا صفحه گسترده می‌تواند استفاده شود. مقادیر داده‌های انفرادی باید به‌طور جداگانه با یک یا بیشتر کاراکتر فاصله (فضاهای فاصله، tab یا linefeeds) از هم جدا شوند. هیچ فرمت دیگری مورد نیاز نیست. در حالت خاص،

می‌توانید هر مقدار داده‌ای که می‌خواهید در یک خط داشته باشید و تعداد مقادیر می‌تواند از یک خط به خط دیگر تغییر کند. هنگامی که از پردازشگر Word یا صفحه‌ی گسترده استفاده می‌کنید، توجه کنید که فایل را فقط در فرمت text ذخیره نمایید. این کار هر قالب‌بندی کارکتر یا پاراگرافی دیگری را حذف می‌کند. برای مثال، شکل ۷-۱۶ محتویات یک فایل ASCII به نام partbprp.dst (پسوند پیش فرض فایل‌های داده برای Input Analyzer، .dst است) را نشان می‌دهد که شامل مشاهدات روی زمان‌های ۱۸۷، Part B Prep است. توجه کنید که مقادیر به‌وسیله فاصله‌ها یا linefeedها از هم جدا شده‌اند، اعداد مختلفی از مشاهدات در هر خط وجود دارند و هیچ دستور خاص یا طرح بندی برای داده‌ها وجود ندارد.

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|------|-----|-----|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6.1 | 9.4 | 8.1 | 3.2 | 6.5 | 7.2 | 7.8 | 4.9 | 3.5 | 6.6 | 6.1 | 5.1 | 4.9 | 4.2 |
| 6.4 | 8.1 | 6.0 | 8.2 | 6.8 | 5.9 | 5.2 | | | | | | | |
| 6.5 | 5.4 | 5.9 | 9.3 | 5.4 | 6.5 | 7.4 | | | | | | | |
| 6.0 | 12.6 | 6.8 | 5.6 | 5.8 | 6.2 | 5.6 | 6.4 | 9.5 | 7.2 | 5.6 | 4.7 | 4.5 | 7.0 |
| 7.7 | 6.9 | 5.4 | 6.3 | 8.1 | 4.9 | 5.3 | 5.0 | 4.7 | 5.7 | 4.9 | 5.3 | 6.4 | 7.5 |
| 4.4 | 4.9 | 7.6 | 3.6 | 8.3 | 5.6 | 6.2 | 5.0 | | | | | | |
| 7.4 | 5.2 | 5.0 | 6.5 | 8.0 | 6.2 | 5.0 | 4.8 | 6.2 | 4.9 | | | | |
| 7.0 | 7.7 | 4.7 | 5.0 | 6.0 | 9.0 | 5.7 | 7.1 | 5.0 | 5.6 | | | | |
| 4.9 | 7.8 | 7.1 | 7.1 | 11.5 | 5.4 | 5.2 | | | | | | | |
| 6.1 | 6.8 | 5.4 | 3.5 | 7.1 | 5.7 | 5.4 | | | | | | | |
| 5.7 | 6.1 | 4.2 | 8.8 | 7.4 | 5.5 | | | | | | | | |
| 5.3 | 5.9 | 5.2 | 6.4 | 4.5 | 5.1 | 5.6 | 6.1 | | | | | | |
| 8.1 | 8.1 | 5.1 | 8.3 | 7.5 | 7.6 | 10.9 | 6.5 | 9.0 | 5.9 | 6.8 | 9.0 | 6.5 | 6.0 |
| 5.8 | 5.0 | 6.4 | 4.7 | 4.5 | 6.2 | 5.2 | 7.9 | 5.5 | 4.9 | 7.2 | 4.9 | 4.5 | 6.0 |
| 6.3 | 8.3 | 5.5 | 7.8 | 5.4 | 5.3 | 6.6 | 3.6 | 7.3 | 5.3 | 8.9 | 6.8 | 7.1 | 8.7 |
| 6.4 | 3.3 | 7.0 | 7.7 | 6.7 | 7.6 | 7.6 | 7.1 | 5.6 | 5.9 | 4.1 | 7.5 | 7.7 | 5.4 |
| 4.8 | 5.5 | 8.8 | 7.2 | 6.3 | 10.0 | 4.3 | 4.9 | 5.7 | 5.1 | 6.7 | 6.0 | 5.6 | 7.2 |
| 7.0 | 7.8 | 6.3 | 6.1 | 8.4 | | | | | | | | | |

شکل ۷-۱۶ لیست فایل ASCII، partbprp.dst

برای برازش یک توزیع برای این داده‌ها، Input Analyzer را اجرا کنید (منوی گزینه‌ی Tools/ Input Analyzer از آرنا انتخاب نمایید). در Input Analyzer، با ایجاد یک پنجره‌ی جدید (File/New یا دکمه ) و سپس ضمیمه کردن فایل داده‌های خود به آن با استفاده از منوی File/Data File/Use Existing و یا دکمه‌ی ، فایل داده‌ها را به پنجره‌ی برازش داده‌ها فراخوانی کنید. Input Analyzer یک هیستوگرام از داده‌ها را در قسمت بالا و خلاصه‌ای از ویژگی‌ای داده‌ها را در قسمت پایینی پنجره‌ای مانند شکل ۷-۱۷، نمایش می‌دهد.



Data Summary

| | |
|-----------------------|--------|
| Number of Data Points | = 187 |
| Min Data Value | = 3.2 |
| Max Data Value | = 12.6 |
| Sample Mean | = 6.33 |
| Sample Std Dev | = 1.51 |

Histogram Summary

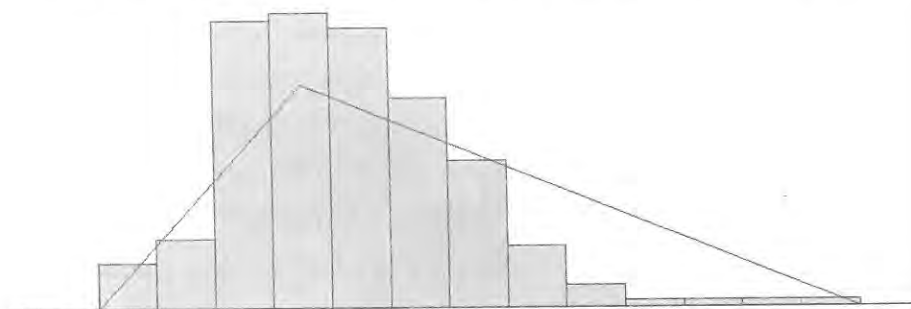
| | |
|---------------------|-----------|
| Histogram Range | = 3 to 13 |
| Number of Intervals | = 13 |

شکل ۷-۱۷ هیستوگرام و خلاصه‌ی مربوط به partbprp.dst

می‌توانید اندازه نسبی پنجره‌ها را با کشیدن نوار Splitter در مرکز پنجره تنظیم کنید. یا برای دیدن خلاصه‌ی داده‌ی بیشتر می‌توانید در طول متن به پایین حرکت نمایید.^۱ گزینه‌های بیشتری مانند تغییر خصوصیات هیستوگرام، در Help آنلاین شرح داده شده‌اند.

منوی برازش Input Analyzer گزینه‌هایی را برای برازش منحصر به فرد توزیع‌های احتمال داده‌ها فراهم می‌کند (یعنی برآورد پارامترهای مورد نیاز برای یک توزیع داده شده). بعد از اینکه یک توزیع را برازش کردید، تابع چگالی آن در بالای هیستوگرام نمایش داده می‌شود و خلاصه‌ای از ویژگی‌های برازش در قسمت بعدی پنجره نشان داده می‌شود. (همچنین این اطلاعات در یک فایل متنی ASCII به نام distribution.out نوشته شده است به طوری که distribution بیانگر توزیعی است که برای برازش انتخاب نموده‌اید). عبارت دقیق مورد نیاز برای نمایش داده‌ها در آرنا نیز در پنجره‌ی متن داده شده است. می‌توانید این عبارت را به آرنا انتقال دهید. برای این کار گزینه منوی Edit/Copy Expression در Input Analyzer.

را انتخاب کرده سپس کادر محاوره‌ای مناسب را در آرنا باز و عبارت را در فیلد مورد نظر Paste (Ctrl+V) کنید. شکل ۷-۱۸ این عمل را برای برازش یک توزیع مثلثی برای داده‌های partbprp.dst نشان می‌دهد. هر چند در ادامه در مورد این موضوع بحث خواهیم کرد، اما از نمودار شکل ۷-۱۸ متوجه می‌شویم که توزیع مثلثی این داده‌ها را به خوبی برازش نمی‌کند.



Distribution Summary

| | |
|---------------|-------------------|
| Distribution: | Triangular |
| Expression: | TRIA(3, 5.69, 13) |
| Square Error: | 0.024551 |

Chi Square Test

| | |
|-----------------------|---------|
| Number of intervals | = 10 |
| Degrees of freedom | = 8 |
| Test Statistic | = 60.6 |
| Corresponding p-value | < 0.005 |

Kolmogorov-Smirnov Test

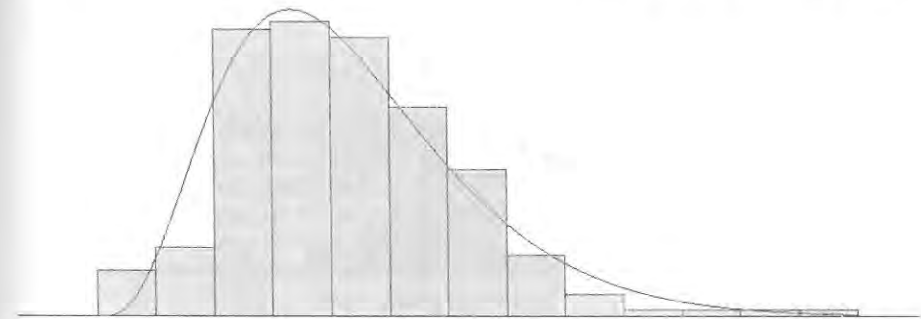
| | |
|-----------------------|---------|
| Test Statistic | = 0.222 |
| Corresponding p-value | < 0.01 |

Data Summary

شکل ۷-۱۸ برازش توزیع مثلثی برای partbprp.dst

اگر بخواهید از یک توزیع تئوری در مدل خود استفاده کنید، می‌توانید با انتخاب گزینه‌ی منوی Fit/Fit All شروع نمایید. با این انتخاب به‌طور خودکار تمام توزیع‌های کاربردی برای داده‌ها برازش می‌شوند، آزمون‌های آماری برای هر یک محاسبه می‌گردد و توزیع‌ای که کمترین مقدار خطای مربع (یک مقیاس برای کیفیت توزیع متناسب با داده‌ها) را دارد، نمایش داده می‌شود. شکل ۷-۱۹ نتایج برازش همه‌ی گزینه‌ها را برای زمان‌های Part B Prep نشان می‌دهد و

بیان می‌کند که توزیع گاما با پارامترهای ۰.۷۷۵ و ۴.۲۹ و ۳ واحد انتقال یافته به سمت راست، بهترین برازش را با کمترین خطای مربع ارایه می‌نماید. همچنین با مقایسه نمودار آن با نمودار مربوط به شکل ۷-۱۸ متوجه می‌شویم که توزیع گاما نسبت به توزیع مثلی نمایشی بهتری از داده‌ها ارایه می‌دهد. ملاحظات دیگر برای انتخاب یک توزیع تئوری مناسب برای مدل در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد.



Distribution Summary

Distribution: Gamma
Expression: $3 + \text{GAMM}(0.775, 4.29)$
Square Error: 0.003873

Chi Square Test
Number of intervals = 7
Degrees of freedom = 4
Test Statistic = 4.68
Corresponding p-value = 0.337

Kolmogorov-Smirnov Test
Test Statistic = 0.0727
Corresponding p-value > 0.15

شکل ۷-۱۹ برازش تمام گزینه‌ها برای partbprp.dst

اگر می‌خواهید از یک توزیع پیوسته تجربی استفاده کنید، گزینه‌ی Empirical را از منوی Fit به کار ببرید. ممکن است بخواهید در ابتدا تعداد ستون‌های هیستوگرام، که تعیین می‌کند چه تعداد از جفت‌های مقادیر/احتمال برای توزیع تجربی محاسبه شوند، را تنظیم کنید. برای انجام این کار، گزینه‌ی منوی Options/Parameters/Histogram را انتخاب کرده و تعداد بازه‌ها را تغییر دهید.

همچنین Input Analyzer برای "eyeballing" چگالی‌های برازش شده در بالای هیستوگرام، برای کمک به تصمیم‌گیری، سه مقیاس عددی کیفیت برازش یک توزیع برای داده‌ها، فراهم کرده است. اولین و قابل فهم‌ترین مقیاس، خطای میانگین مربع است. این مقیاس، میانگین مربع جملات خطا برای هر ستون هیستوگرام است، که مربعات تفاضل‌های میان فراوانی‌های نسبی مشاهدات در هر ستون و فراوانی نسبی برای تابع توزیع احتمال برازش شده روی حوزه داده‌های آن ستون، می‌باشد. بزرگ‌تر بودن مقدار این خطای مربع، به معنی دور شدن بیشتر توزیع برازش شده از داده‌های واقعی (و بنابراین ضعیف بودن برازش) است. اگر همه توزیع‌های کاربردی را برای داده‌ها برازش کنید جدول Fit All Summary توزیع‌ها را از کوچک‌ترین تا بزرگ‌ترین خطای مربع، همانند شکل ۷-۲۰ که مربوط به partbprp.dst است، مرتب می‌کند (گزینه‌ی منوی Window/ Fit All Summary را انتخاب کنید). در حالی که می‌دانیم توزیع گاما مسابقه خطای مربع را برده است، این توزیع با فاصله نزدیکی توسط توزیع‌های ویبال، بتا و ارلانگ تعقیب می‌شود، که هر یک از آن‌ها احتمالاً به اندازه‌ی توزیع گاما برای استفاده به عنوان ورودی مدل دقیق هستند.

| Function | Sq Error |
|-------------|----------|
| Gamma | 0.00387 |
| Weibull | 0.00443 |
| Beta | 0.00444 |
| Erlang | 0.00487 |
| Normal | 0.00633 |
| Lognormal | 0.00871 |
| Triangular | 0.0246 |
| Uniform | 0.0773 |
| Exponential | 0.0806 |

شکل ۷-۲۰ جدول Fit All Summary برای partbprp.dst

دو مقیاس دیگر برای برازش توزیع داده‌ها که آزمون‌های فرض بسیار خوبی هستند عبارتند از: مربع-خی^۱ و کالموگروف-اسمیرنف^۲ (K-S). این دو مقیاس آزمون‌های فرض استاندارد آماری هستند که می‌توانند برای ارزیابی اینکه آیا یک توزیع تئوری برازش شده، برازش مناسبی برای داده‌ها است بکار روند. Input Analyzer اطلاعات در مورد آزمون‌ها را در

1- Chi-square

2- Kolmogorov-Smirnov

پنجره‌ی متن (پایین شکل‌های ۷-۱۸ و ۷-۱۹ را ببینید) گزارش می‌کند. قسمت مورد توجه این است که Corresponding p-value، همیشه بین ۰ و ۱ قرار دارد. برای تفسیر این مطلب باید گفت که، p-value بزرگ‌تر بیانگر برازش‌های بهتر می‌باشد. p-value کمتر از ۰.۰۵ بیانگر این است که توزیع برازش خیلی خوبی نیست. البته، با هر آزمون فرض آماری، یک p-value بزرگ نمی‌تواند "اثبات" خوب بودن برازش باشد، بلکه فقط فقدان گواه در مقابل برازش را ارایه می‌دهد.

هنگامی که آن مقدار برای برازش یا انتخاب یک توزیع مورد استفاده پایین می‌آید، روش مورد توافق سراسری برای برگزیدن بهترین توزیع وجود ندارد. آزمون‌های آماری مختلف (مانند K-S و مربع-خی) ممکن است توزیع‌ها را به‌طور متفاوت رتبه‌بندی یا در آماده سازی داده‌ها تغییر پیدا کنند (برای مثال در تعداد ستون‌های هیستوگرام).

اولین تصمیم‌گیری بحرانی این است که از توزیع تئوری استفاده کنید یا از توزیع تجربی. آزمایش نتایج آزمون‌های K-S و مربع-خی می‌تواند مفید باشد. اگر p-value برای یک یا بیشتر از یک توزیع به‌طور مساعد بالا باشد (مثلاً ۰.۱۰ یا بزرگ‌تر)، آن‌گاه می‌توانید از یک توزیع تئوری استفاده نمایید و یک اندازه‌ی اطمینان خوب داشته باشید که این توزیع نمایش دهنده‌ی مناسبی برای داده‌ها خواهد بود (مگر اینکه نمونه شما کاملاً کوچک باشد که در این حالت قدرت تمیز آزمون‌های نیکویی برازش ضعیف خواهند بود). اگر p-value پایین است، ممکن است بهتر باشد که از یک توزیع تجربی برای نمایش مناسب‌تر داده‌ها استفاده کنید.

اگر تصمیم دارید از یک توزیع تجربی استفاده کنید، اغلب تعدادی از آن‌ها با آمارهای نیکویی برازش بسیار نزدیک وجود دارند. در این حالت، برای انتخاب آن‌ها ممکن است ملاحظات دیگری ارزش توجه داشته باشند:

■ اول از همه، ممکن است بر اساس درک این مطلب که داده‌ها چگونه در مدل مورد استفاده قرار خواهند گرفت، توجه خود را تنها به توزیع‌های کران‌دار یا بی‌کران محدود کنید. به عنوان مثال، توزیع‌های مثلثی (کران‌دار) و نرمال (بی‌کران) اغلب دارای برازش‌های خوبی برای داده‌های زمان‌های پردازش خواهند بود. در یک اجرای طولانی شبیه‌سازی، ممکن است هر یک از آن‌ها نتایج مشابهی را فراهم کنند اما در طول اجرا، توزیع نرمال ممکن است به‌طور متناوب مقادیر نسبتاً بزرگی را که در سیستم واقعی به شکل متناوب اتفاق نمی‌افتند، برگرداند. اگر یک توزیع نرمال با میانگین نزدیک به صفر برای مقادیری که نمی‌توانند منفی باشند، مانند زمان، به کار گرفته شده باشد، ممکن است یک عدد تصنعی بزرگ از نمونه‌های با مقدار صفر را برگرداند؛

این مساله می‌تواند یک دلیل اجباری برای دوری کردن از توزیع نرمال در نمایش کمیت‌هایی مانند زمان‌های پردازش که نمی‌توانند مقدار منفی بگیرند، باشد. از طرف دیگر، توزیع مثلثی کران‌دار در بدست آوردن نمایش کلی داده‌ها ممکن است تعداد کمی از مقادیر دور از مرکز که باید در مدل شبیه‌سازی مورد توجه قرار گیرند را مستثنی کند.

■ ملاحظه بعدی کمی تجربی‌تر است؛ یعنی تنظیم پارامترهای برخی از توزیع‌ها ساده‌تر از بقیه آن‌ها است. اگر در فکر ایجاد هر گونه تغییری در مدل خود هستید که شامل تنظیم پارامترهای توزیع می‌باشد (برای مثال، برای تحلیل حساسیت یا تحلیل سناریوهای مختلف)، باید به توزیع‌های با پارامترهای ساده‌تر و قابل فهم‌تر توجه کنید. برای مثال، در نمایش زمان‌های ورودها، توزیع‌های ویبال و نمایی ممکن است برازش‌های با کیفیت مشابه تولید کنند، اما تغییر زمان ورود با تنظیم میانگین نمایی بسیار ساده‌تر از تغییر پارامترهای توزیع ویبال است.

■ اگر نگران این هستید که آیا انتخاب درستی کرده‌اید یا نه، مدل را با هر یک از گزینه‌های خود برای دیدن تفاوت‌های مهم در نتایج آن‌ها اجرا کنید (ممکن است برای دریافت نتیجه بهتر مجبور باشید تا زمانی که مدل نزدیک به کامل شدن است صبر کنید). به‌علاوه می‌توانید فاکتورهای تاثیر گذار را بر روی برازش توزیع‌ها (مانند آزمون‌های نیکویی برازش) با استفاده از مشاهده‌ی Help آنلاین آرنا یا از طریق منابع دیگری مانند Shannon, Pegden و Sadowski (۱۹۹۵) یا Law و Kelton (۲۰۰۰)، بررسی کنید. در غیر این صورت یک توزیع را بر اساس موضوعات کیفی و تجربی که در بالا شرح داده شد، انتخاب نمایید.

قبل از اتمام بحث در مورد Input Analyzer، علاقه‌مندیم در باره‌ی موضوعی که قبلاً به آن اشاره کردیم، یعنی اینکه اگر داده‌ها دارای تعدادی مقدار اکسترمم بودن، که گاهی اوقات outliers نامیده می‌شوند، چه کاری باید انجام دهیم، دوباره بحث کنیم. هر کدام از این شرایط معمولاً دسترسی به یک برازش مناسب از توزیع‌های تئوری استاندارد را غیر ممکن می‌سازند. همان‌طور که پیش از این اشاره شد یک گزینه استفاده از یک توزیع تجربی است، که احتمالاً بهترین روش می‌باشد مگر اینکه اندازه‌ی نمونه کاملاً کوچک باشد. در حالت از outlierها باید به مجموعه داده‌های خود برگردید و مطمئن شوید که این داده‌ها واقعاً صحیح هستند. زیرا ممکن است خطاهایی رخ داده باشد یا یک اشتباه دفتری ساده پیش آمده باشد؛ اگر در مقادیر داده‌ها خطایی ظاهر گردد و نتوانید برای اصلاح آن کاری انجام دهید، احتمالاً باید آن داده‌ها را حذف کنید.

در هر دو حالت اکسترمم چندگانه یا outliers، ممکن است بخواهید داده‌ها را قبل از خوانده شدن توسط Input Analyzer به دو (و یا بیشتر) زیر مجموعه تقسیم کنید. برای مثال فرض کنید داده‌های زمان‌های از کار افتادن ماشین را دارید و از هیستوگرام متوجه می‌شوید که دو اکسترمم متمایز وجود دارد؛ به عبارت دیگر داده‌ها دو نمایی^۱ هستند. با بررسی مجدد داده‌های ثبت شده اصلی متوجه می‌شوید که این زمان‌های از کار افتادن از دو موقعیت متفاوت نتیجه شده‌اند که عبارتند از زمانبندی تعمیرات و از کار افتادن‌ها. جدا سازی داده‌ها به دو زیر مجموعه مشخص می‌کند که زمان‌های از کار افتادن نسبت به زمان‌های تعطیلی بدلیل زمانبندی تعمیرات، مدت طولانی‌تری دارند، که شرح دهنده دو اکسترمم می‌باشد. پس می‌توانید داده‌ها را جدا کنید (قبل از اینکه آن‌ها را به Input Analyzer بدهید)، توزیع‌های جداگانه‌ای برای این مجموعه‌های داده‌ها برازش نمایید و سپس مدل خود را برای در نظر گرفتن هر دو نوع زمان تعطیلی، اصلاح کنید.

همچنین می‌توانید یک نوع متفاوت جدا سازی داده‌ها را بر پایه محدوده‌ی آن‌ها، بطور مستقیم در Input Analyzer انجام دهید. پس از فراخوانی فایل داده‌ها، گزینه‌ی منوی Options/Parameters/Histogram را برای تعیین محدودیت‌هایی برای Low Value و High Value انتخاب نمایید. این محدودیت‌ها کران‌های یک زیر مجموعه از مجموعه داده‌ها را تعیین می‌کنند. برای داده‌های دو نمایی، بر روی اکسترمم سمت چپ تنها با Low Value تمرکز کنید و High Value را به عنوان نقطه‌ای که قسمت‌های پایینی هیستوگرام در بین دو اکسترمم خارج می‌شوند تعیین نمایید و سپس روی اکسترمم سمت راست با استفاده از این نقطه برش به عنوان Low Value و استفاده از High Value اصلی برای مجموعه داده‌های کامل، تمرکز کنید. به دست آوردن نقطه برش ممکن است نیازمند آزمون و خطا باشد. سپس هر توزیعی را که برای هر زیر مجموعه بهتر به نظر می‌رسد (یا از گزینه‌ی Fit All استفاده کنید) برای نمایش آن محدوده از داده‌ها برازش نمایید. اگر قبلاً یک توزیع برازش کرده‌اید (یا از گزینه‌ی Fit All استفاده کرده‌اید) Input Analyzer قبل از ساختن برش Low/High Value، فوراً برازش (ها) را دوباره انجام می‌دهد و نتایج جدید را برای زیر مجموعه داده‌های منظور شده در برش ارایه می‌دهد. اگر از Fit All استفاده کرده‌اید ممکن است یک توزیع متفاوت به عنوان "بهترین" مطرح شود. باید این فرآیند را برای هر زیر مجموعه از داده‌ها تکرار کنید. به عنوان یک توصیه کاربردی به یاد داشته باشید که تعداد زیر مجموعه‌ها را به دو یا سه

محدود نمایید زیرا این فرآیند می‌تواند پر زحمت شود و احتمالاً مشخص نگردد که بهترین نقاط برش کجاست.

۷-۴-۵ بدون داده‌ها؟

چه بخواهید چه نخواهید، با شرایطی مواجه خواهید شد که نمی‌توانید به داده‌های معتبر برای آنچه که در ورودی مدل خود به آن احتیاج دارید دسترسی پیدا کنید. این شرایط هنگامی رخ می‌دهد که برای مثال سیستم به‌طور آشکار وجود ندارد، جمع آوری داده‌ها بسیار پر هزینه یا در هم گسیخته است یا اینکه شاید همکاری یا صلاحیت لازم برای جمع آوری داده‌ها را ندارید. در این حالت مجبور خواهید بود به برخی فرضیات یا حدس‌های دلخواه استناد کنید، که ما از آن‌ها به عنوان "ad hoc data" یاد می‌کنیم. در اینجا ادعا نمی‌کنیم که می‌توانیم راه حل توانمندی را برای مواجه با چنین شرایطی در اختیاران قرار دهیم اما پیشنهادهایی ارایه می‌کنیم که می‌توانند مفید باشند. مهم نیست چه کاری انجام می‌دهید، به هر حال واقعاً باید برخی از انواع تحلیل حساسیت‌های خروجی را برای این ورودی‌های خلق الساعه^۱ انجام دهید تا یک ایده واقع گرایانه از اینکه چه مقدار اعتقاد به نتایج خود دارید، داشته باشید. همچنین نیاز به برداشتن بعضی مقادیر قطعی که در مطالعه‌ی خود از آن‌ها استفاده خواهید کرد دارید، یا اینکه باید ویژگی‌های سیستم را با استفاده از توزیع احتمال نمایش دهید.

اگر مقادیر برخی چیزها متفاوت از یک تاخیر زمانی هستند، مانند احتمالات، پارامترهای عملیاتی یا مشخصات طرح بندی فیزیکی، هم می‌توانید یک ثابت (مقدار قطعی) انتخاب کنید یا در برخی از حالت‌ها از یک توزیع احتمال استفاده نمایید. اگر از یک مقدار قطعی با وارد کردن یک ثابت در مدل استفاده کنید (مثلاً احتمال ۰.۱۵ برای نقص بازرسی)، این ایده‌ی خوبی برای انجام برخی از تحلیل حساسیت‌ها برای تشخیص اینکه پارامترها چه تاثیری روی نتایج مدل دارند می‌باشد. اگر تغییرات کوچک مقادیر، سطح کارایی سیستم را تحت تاثیر قرار می‌دهند، ممکن است بخواهید سیستم را به‌طور صریح برای دامنه‌ای از مقادیر (که ممکن است کوچک، متوسط یا بزرگ باشند) تحلیل کنید تا اینکه فقط بهترین حدس خود را بزنید.

اگر داده‌ها نمایش دهنده‌ی یک تاخیر زمانی باشند، تقریباً همیشه می‌خواهید از یک توزیع احتمال برای تغییر پذیری ذاتی فعالیت‌ها و نیز عدم اطمینان در مورد خود مقادیر استفاده کنید. توزیعی که به کار خواهید برد هم بر اساس ذات فعالیت و هم بر اساس نوع داده‌هایی که

دارید خواهد بود. وقتی توزیع را انتخاب کردید، نیازمند پارامترهای مناسب بر پایه برآوردها و ارزیابی های خود از تغییر پذیری فرآیند می‌شوید.

برای انتخاب توزیع در هنگام فقدان داده‌های تجربی، ابتدا می‌توانید به توزیع‌های نمایی، مثلثی، نرمال و یکنواخت نگاهی بیندازید. پارامترهای این توزیع‌ها قابل فهم‌تر و ساده‌تر هستند و همان‌طور که در جدول ۷-۲ می‌بینید، یک حوزه‌ی مناسب از مشخصات برای دامنه‌ای از کاربردهای مدل سازی فراهم می‌کنند.

| Distribution | Parameters | Characteristics | Example Use |
|--------------|----------------|--|--|
| Exponential | Mean | High variance
Bounded on left
Unbounded on right | Interarrival times
Time to machine failure
(constant failure rate) |
| Triangular | Min, Mode, Max | Symmetric or non-symmetric
Bounded on both sides | Activity times |
| Uniform | Min, Max | All values equally likely
Bounded on both sides | Little known about process |

جدول ۷-۲ توزیع‌های امکان پذیر برای بدون داده‌ها

اگر زمان‌هایی که برآورد می‌کنید بطور مستقل تغییر کنند (به عبارت دیگر یک مقدار تأثیری روی مقادیر دیگر نداشته باشد)، برآورد شما از میانگین خیلی بزرگ نباشد و تغییر پذیری زیادی در زمان‌ها وجود داشته باشد، توزیع نمایی ممکن است انتخاب مناسبی باشد. این مساله معمولاً برای زمان‌های ورودها اتفاق می‌افتد. مشتری‌هایی که به یک رستوران می‌آیند و یا گرفتن درخواست‌ها از یک انبار، مثال‌هایی در این مورد می‌باشند.

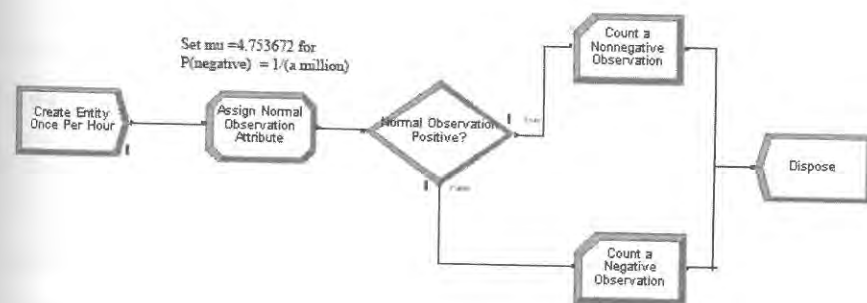
اگر زمان‌ها نمایش دهنده‌ی یک فعالیت باشند که یک زمان "با احتمال بیشتر" با برخی از تغییر پذیری‌ها در اطراف آن وجود داشته باشد، اغلب توزیع مثلثی به کار برده می‌شود زیرا این توزیع می‌تواند فرآیندهای با تغییر پذیری‌های کوچک یا بزرگ را بگیرد و پارامترهای آن ساده‌تر هستند. توزیع مثلثی با مقادیر مینیمم، بیشترین احتمال و ماکزیمم تعریف شده است، که یک راه طبیعی برای برآورد بعضی از فعالیت‌ها می‌باشد. مزیت این توزیع این است که اجازه‌ی یک توزیع نامتقارن مقادیر حول بیشترین احتمال، که به‌طور عادی در فرآیندهای واقعی با آن‌ها روبرو می‌شویم، را می‌دهد. همچنین این توزیع کراندار است، یعنی هیچ مقداری

کمتر از مینیمم یا بیشتر از ماکزیمم نیست، بنابراین ممکن است یک نمایش خوب از برخی از فرآیندهای واقعی باشد.

ممکن است تعجب کرده باشید که چرا از توزیعی که معروف‌تر از سایر توزیع‌ها است، یعنی توزیع نرمال که به‌طور کلاسیک "bell curve" است و به وسیله یک میانگین و انحراف معیار تعریف می‌شود، دوری کرده‌ایم. این توزیع مقادیری را بر می‌گرداند که بطور متقارن حول میانگین توزیع شده‌اند و یک توزیع بی‌کران است؛ به این معنی که می‌تواند یک مقدار خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک را بگیرد. در حالتی که نمونه‌های منفی نمی‌توانند در مدل بکار روند (مانند زمان تاخیر در فرآیند)، این نمونه‌ها از یک توزیع نرمال در مقدار صفر قرار می‌گیرند؛ اگر میانگین توزیع نزدیک صفر باشد (مثلاً بیشتر از حدود ۳ یا ۴ زمان انحراف معیار صفر نداشته باشند)، ممکن است توزیع نرمال مناسب نباشد.

از طرف دیگر اگر میانگین مثبت و کاملاً بزرگ‌تر از انحراف معیار است، شانس اندکی وجود دارد که یک مقدار منفی را بگیرد، شاید یک در میلیون. این احتمال کوچک است اما به خاطر داشته باشید که در اجرای شبیه‌سازی‌های طولانی و یا شبیه‌سازی‌هایی که چندین بار تکرار می‌شوند و بویژه در کامپیوترهای مدرن و سریع، یک در میلیون هم واقعا ممکن است اتفاق بیفتد. در این حالت آرنا مقادیر منفی‌ای را که در مدل تنها می‌توانند مثبت باشند به صفر تبدیل می‌کند. این عمل می‌تواند اتفاقات ناخواسته‌ای در شبیه‌سازی ایجاد کرده و حتی نتایج را باطل کند. شکل ۷-۲۱ یک مدل کوچک آرنا را نشان می‌دهد (مدل ۷-۴) که در آن نهادها با دقتاً فاصله یک ساعت وارد می‌شوند. یک مشاهده از توزیع نرمال با میانگین $\mu = 3.0$ و انحراف معیار $\sigma = 1$ به مشاهده‌ی Normal اختصاص داده شده است و نهادها بسته به اینکه مشاهده‌ی Normal نامنفی یا منفی است به یکی از دو ماژول Record می‌روند. همچنین تعداد مشاهدات نامنفی و منفی به‌دست آمده به‌طور کلی شمارش می‌شوند. جدول ۷-۳ نتایج را برای مقادیر مختلف μ نشان می‌دهد (σ در مقدار ۱ نگه داشته شده است) و می‌توانید مشاهده کنید که این موضوع حتی اگر میانگین ۳ یا ۴ (یا بیشتر) باشد و انحراف معیار بالای صفر باشد، می‌تواند اتفاق بیفتد. با استفاده از جدول‌های نرمال الکترونیکی، احتمال دقیق داشتن یک مقدار منفی قابل محاسبه است و از طرف دیگر این اعداد تعداد تقریبی مشاهداتی که برای داشتن مقادیر منفی نیاز دارید را با در نظر گرفتن سرعت تولیدشان می‌دهند. آخرین مقدار μ که در جدول انتخاب شده دقیقاً منجر به احتمال یک در میلیون گرفتن یک مشاهده منفی گردیده است (در یک میلیون اتفاق اول هیچ مقدار منفی‌ای تولید نشده است، اما هفت در ده میلیون به اندازه کافی به یک در یک میلیون نزدیک هست). با وجود احترام و تحسینی

که برای Gauss به عنوان یک ریاضیدان بزرگ قائلیم اما استفاده از توزیع نرمال به عنوان یک توزیع شبیه سازی ورودی برای نمایش چیزهایی که به طور منطقی نامنفی هستند، مانند زمان های پردازش، حتی با وجود اینکه آرنا این اجازه را می دهد، چندان مناسب نیست. برای مجموعه داده هایی که بوسیله توزیع نرمال با برازش خوبی ظاهر می شوند (حتی به عنوان بهترین برازش)، احتمالاً یک توزیع دیگر که کاملاً از مقادیر منفی جلوگیری می کند، مانند ویبال، گاما، لاگ نرمال، ارلانگ، بتا و یا حتی یک توزیع تجربی نیز می تواند برازش تقریباً خوبی تولید کرده و از مشکلات ناشی از تولید مقادیر منفی پیشگیری کند.



شکل ۲۱-۷ مدل ۴-۷ برای شمارش مشاهدات نرمال منفی

| Mean μ | Number of Draws | Number of Negative Draws | Exact Probability That an Observation Will Be Negative | "One In This Many" Will Be Negative (on Average) |
|------------|-----------------|--------------------------|--|--|
| 3.0 | One million | 1,409 | 0.001350 | 741 |
| 3.5 | One million | 246 | 0.000233 | 4,298 |
| 4.0 | One million | 37 | 0.000032 | 31,560 |
| 4.5 | One million | 3 | 0.000003 | 294,048 |
| 4.753672 | Ten million | 7 | 0.000001 | 1,000,000 |

جدول ۳-۷ مقادیر منفی بدست آمده از یک توزیع نرمال با انحراف معیار $\sigma = 1$

در نهایت اگر واقعا در مورد فرآیند چیز زیادی نمی دانید اما می توانید مقدار ماکزیمم و مینیمم را حدس بزنید، ممکن است استفاده از توزیع یکنواخت مناسب باشد. این توزیع تمام مقادیر بین ماکزیمم و مینیمم را با احتمال یکسان بر می گرداند.

۴-۶-۷ فرآیندهای ورود غیر ایستا^۱

این عنوان خاصی است که تا حد زیادی باید مورد توجه قرار گیرد زیرا به نظر می رسد در اغلب موارد بر حسب نمایش رفتار سیستم می تواند بسیار مهم باشد. بسیاری از سیستم ها که تحت ورودی های خارجی قرار دارند، مانند سیستم های سرویس برای افراد، مراکز تماس تلفنی و سیستم های تولید با تقاضاهای مربوط به مشتری های خارجی، ورودی هایی را تجربه می کنند که می توانند در چارچوب زمان شبیه سازی به طور چشمگیری تغییر کنند. تقاضاهای شدید هنگام ظهر در رستوران ها، تماس های زیاد با یک خط پشتیبانی تکنیکی در میان ظهر و تقاضاهای سنگین بر روی یک سیستم ساخت، می توانند مثال هایی در این مورد باشند. یک مدل احتمالی خاص، فرآیند پواسون غیر ایستا^۲ است، که برای چنین شرایطی بسیار مفید می باشد و اغلب روش دقیقی برای بازتاب الگوهای با زمان های ورود متغیر است. در اینجا با دو مساله سر و کار دارید: چگونه تابع نرخ^۳ را برآورد و یا تعیین و سپس چگونه الگوی ورود را در شبیه سازی ایجاد کنید.

راه های زیادی برای برآورد یا تعیین یک تابع نرخ از داده ها وجود دارد که بعضی از آن ها می تواند پیچیده باشد. ما بر روی یک روش ساده که Piecewise-Constant نامیده می شود و به نظر می رسد در بسیاری از کاربردها خوب عمل می کند، تمرکز خواهیم نمود. ابتدا طول زمان هایی را که نرخ ورود نسبتاً ثابت به نظر می رسد مشخص کنید؛ برای مثال، ورودی های یک مرکز تلفن ممکن است در دوره های زمانی نیم ساعته نسبتاً ثابت اما در پریودهای مختلف کاملاً متفاوت باشند. تعداد ورودی ها را در هر پریود شمارش کرده و سپس یک نرخ متفاوت را برای هر پریود محاسبه کنید. برای مثال فرض کنید یک مرکز تلفن تعداد تماس های زیر را برای ۴ پریود ۳۰ دقیقه ای در بین ساعت ۸:۰۰ تا ۱۰:۰۰ صبح تجربه می کند: ۲۰، ۳۵، ۴۵ و ۵۰. بنابراین نرخ ها، بر حسب واحد تلفن در هر دقیقه، برای ۴ پریود ۳۰ دقیقه ای اول به صورت ۰.۶۷، ۱.۱۷، ۱.۵ و ۱.۶۷ خواهند بود.

وقتی که تابع نرخ را به این طریق برآورد می کنید، باید اطمینان حاصل کرد که آرنا از این الگو برای تولید ورودی ها در مدل پیروی می کند. ماژول Create این کار را انجام می دهد اگر Schedule را به عنوان Type برای Time Between Arrivals انتخاب نمایید. بنابراین

1- Nonstationary Arrival Processes
2- Nonstationary Poisson Processes
3- Rate function

باید تابع نرخ را از طریق ماژول داده‌ی Schedule، مشابه آنچه در بخش ۷-۲-۲ برای Resource Schedule انجام دادید، انتخاب کنید. مزیتی که وجود دارد این است که، آرنا اجازه ترکیب و هماهنگ کردن هر نوع واحد زمانی‌ای را که بخواهید می‌دهد، اما باید دقت داشت که واحدهای اعداد و زمان بطور صریح تعریف شده باشند.

۷-۴-۷ داده‌های ورودی همبسته^۱ و چند متغیره^۲

بیشتر اوقات فرض می‌کنیم تمامی متغیرهای تصادفی موثر در شبیه‌سازی مستقل از یکدیگر به‌وسیله توزیعی که برای نمایش آن‌ها در نظر گرفته‌ایم، تولید شده‌اند. اما گاهی اوقات به دلایل کاملاً فیزیکی ممکن است این فرض مناسب نباشد. برای مثال در مدل ۷-۲ ممکن است تصور کنید قطعات به خصوصی "مشکل" هستند. شاید این مورد را با توجه به اینکه زمان زیاد آماده سازی برای یک قطعه خاص باید زمان بازرسی زیادی را برای آن قطعه به همراه داشته باشد، دریافته باشید؛ به عبارت دیگر، این دو زمان به‌طور مثبت همبسته هستند. چشم پوشی از این همبستگی ممکن است باعث بی اعتباری مدل گردد.

روش‌هایی برای مدل کردن چنین وضعیت‌هایی، برای برآورد پارامترها و تولید مشاهدات مورد نیاز روی متغیرهای تصادفی در طول شبیه‌سازی، وجود دارد. برخی از این روش‌ها مستلزم مشاهده متغیرهای تصادفی وابسته به عنوان مختصات یک بردار تصادفی که دارای توزیع چند متغیره برای برازش و تولید آن‌ها می‌باشد، است. همچنین ممکن است قادر به تعیین برخی از انواع پیوستگی‌های فرمول- پایه بین کمیت‌های ورودی مرتبط باشید. به هر حال برآورد رفتار و تولید چنین کمیت‌هایی در طول شبیه‌سازی کار مشکلی است. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این موضوع و موضوعات وابسته، Law و Kelton (۲۰۰۰) و یا Devroye (۱۹۸۶) را ببینید.

۷-۵ نتیجه

اگر موضوعات این فصل را خوانده و فهمیده باشید، باید در استفاده از آرنا دقت به خرج دهید. شما را به فشار دادن دکمه‌های دیگر ماژول‌ها و حتی ماژول‌هایی که تا کنون از آنها استفاده

نکرده‌اید تشویق می‌کنیم. اگر در موضوعی تردیدی دارید می‌توانید از Help آنلاین استفاده نمایید که به سوالاتی که مطرح می‌کنید پاسخ خواهد داد. همچنین می‌توانید مشخصه‌های انیمیشنی دیگر را امتحان کنید و تصاویر زیباتری را تدارک ببینید. بهترین توصیه‌ای که در اینجا می‌توانیم داشته باشیم، کار و استفاده از آرناست.

1- Correlated

2- Multivariate

فصل هشتم

مثال‌هایی از مدل‌های شبیه‌سازی شده به وسیله‌ی
آرنا

فصل هشتم

مثال‌هایی از مدل‌های شبیه‌سازی شده به وسیله‌ی آرنا

در این فصل مثال‌هایی از اجرای شبیه‌سازی سیستم‌های واقعی با استفاده از نرم افزار آرنا با جزئیات کامل ارائه می‌گردد.

۸-۱ شبیه‌سازی شعبه یک بانک

توصیف سیستم بانک: در شعبه بانک مورد بررسی، چهار باجه وجود دارد که عبارتند از: باجه‌های ۱ و ۲ که مربوط به انجام امور حساب‌های جاری، برداشت وجه، پرداخت قبوض و ... هستند. باجه ۳ برای کارهای مربوط به حساب‌های پس‌انداز و باجه ۴ برای کارهای مرتبط با تمپر، سفته و چک. با بررسی سیستم این بانک و نمونه برداری‌های آماری مشخص شد که با توجه به نیاز افراد، مراجعه به باجه‌های ۱ و ۲ بیشتر از دو باجه دیگر است. طبق نمونه‌برداری‌های آماری، ۶۵.۳ درصد از کل مشتری‌های بانک به باجه‌های ۱ و ۲ (۳۴.۶ درصد به باجه ۱ و ۳۰.۷ درصد به باجه ۲) مراجعه می‌کنند. همچنین ۲۲.۳ درصد از کسانی که وارد شعبه این بانک می‌شوند به باجه ۳ و سایر افراد یعنی ۱۲.۴ درصد از کل افرادی که وارد شعبه می‌شوند به باجه ۴ مراجعه می‌کنند.

در این سیستم پیشنهادهای اصلی عبارتند از:

۱- ورود افراد به بانک (مدت زمان بین دو ورود متوالی)

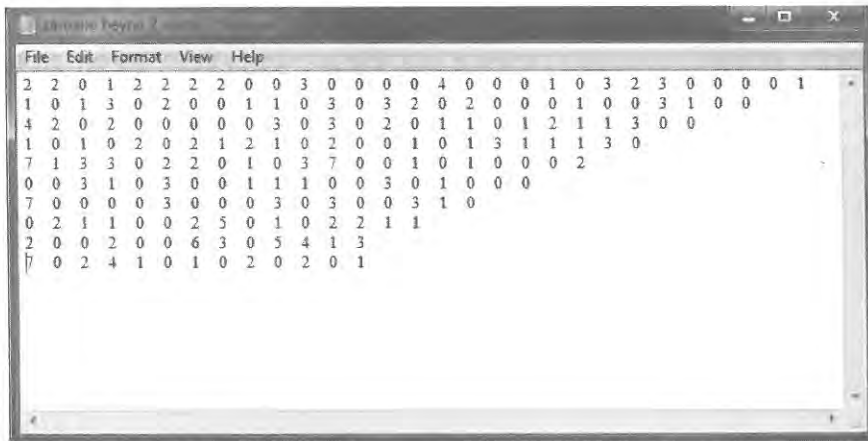
۲- مدت زمان سرویس دهی در باجه ۱

۳- مدت زمان سرویس دهی در باجه ۲

۴- مدت زمان سرویس دهی در باجه پس‌انداز (باجه ۳)

۵- مدت زمان سرویس دهی در باجه تمپر، سفته و چک (باجه ۴).

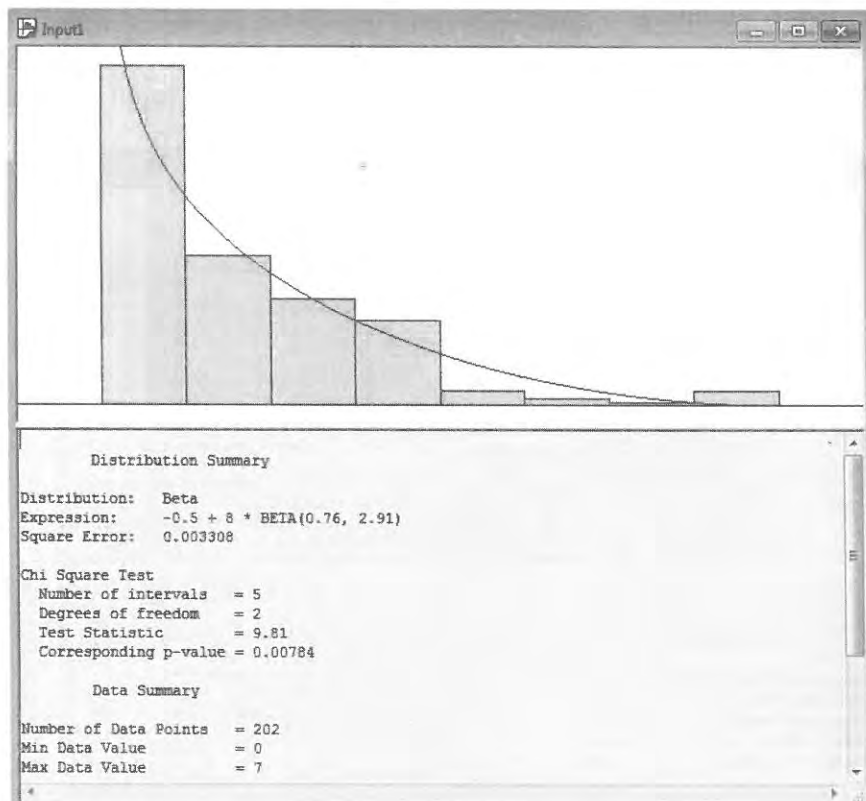
اطلاعات جمع‌آوری شده را برای مدت زمان بین دو ورود متوالی مشتری‌های بانک، در فایل text زیر مشاهده می‌کنید:



| |
|---|
| 2 | 2 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 3 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 3 | 0 | 3 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 3 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 3 | 3 | 0 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 3 | 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 3 | 0 | 3 | 0 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 6 | 3 | 0 | 5 | 4 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 2 | 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

مدت زمان بین دو ورود متوالی به دقیقه بوده و به این صورت محاسبه شده است که ورود اولین مشتری به شعبه در ساعت هشت صبح اتفاق افتاده و ورود دومین مشتری در ساعت هشت و دو دقیقه، بنابراین مدت زمان بین ورود مشتری اول و دوم ۲ دقیقه است. مشتری سوم در ساعت هشت و چهار دقیقه وارد شده است؛ پس مدت زمان بین ورود مشتری‌های دوم و سوم ۲ دقیقه می‌باشد. مشتری چهارم هم در ساعت هشت و چهار دقیقه وارد شعبه این بانک شده است پس مدت زمان بین ورود مشتری‌های سوم و چهارم صفر دقیقه بوده است. مشتری پنجم در ساعت هشت و پنج دقیقه وارد بانک شده است و با استفاده از این اطلاعات مدت زمان بین ورود مشتری‌های چهارم و پنجم ۱ دقیقه گردید. به همین ترتیب زمان ورود مشتری‌های بعدی به بانک ثبت شده است و مدت زمان بین دو ورود متوالی محاسبه گردیده و در یک فایل text ذخیره شد.

اکنون برای برآزش یک توزیع مناسب برای این داده ها، همان‌طور که در فصل قبل توضیح دادیم؛ Input Analyzer را اجرا کنید (می‌توانید در نرم افزار آرنا از منوی Tools گزینه‌ی Input Analyzer را انتخاب نمایید). در Input Analyzer یک پنجره جدید ایجاد می‌کنیم (File/New) یا دکمه  و سپس فایل داده‌های خود را که در فرمت text ذخیره

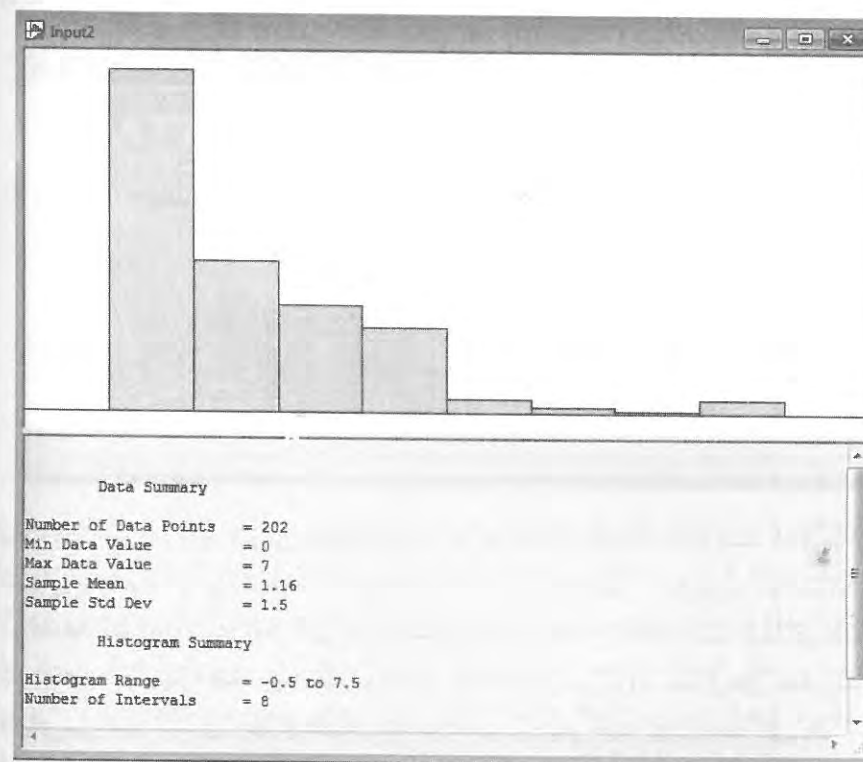


مدت زمان سرویس دهی به مشتری های بانک در باجه ۱ نیز جمع آوری و در فایل text به صورت زیر ثبت شده است:

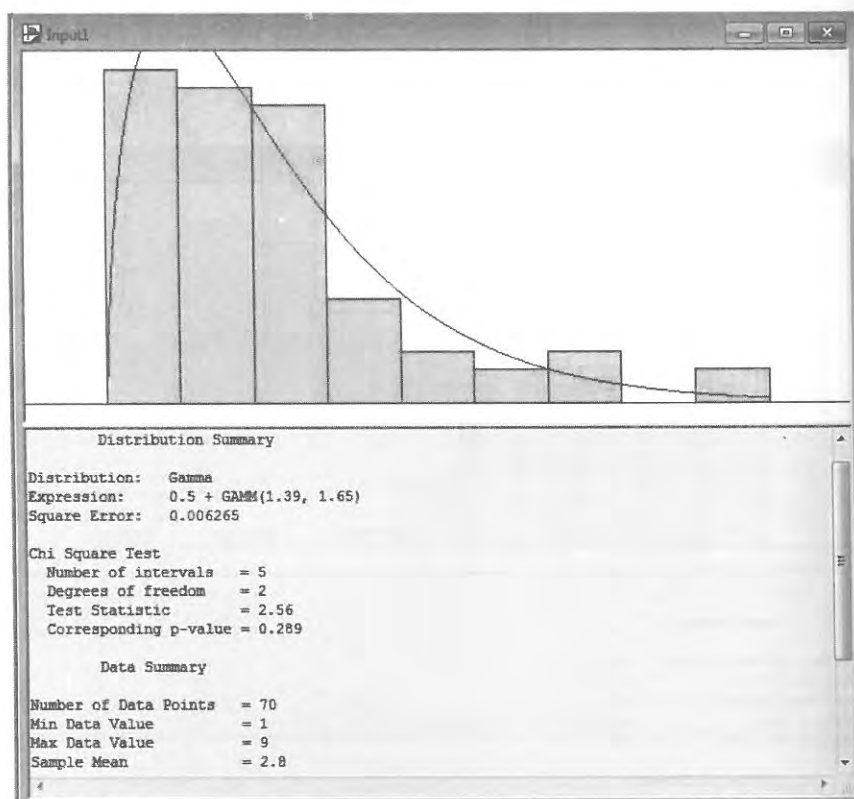
baje 1 - Notepad

| File | Edit | Format | View | Help |
|------|------|--------|------|------|
| 2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| 4 | 3 | 3 | 2 | |
| 9 | 1 | 2 | 3 | 2 |
| 3 | 2 | 3 | 2 | 7 |
| 4 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| 1 | 4 | 1 | 9 | 3 |
| 3 | 3 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 2 |
| 4 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2 | 3 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 6 | 3 | 4 | 7 |
| 3 | 4 | 7 | 3 | 7 |
| 1 | 1 | 5 | 1 | 6 |
| 5 | 2 | 1 | 2 | 1 |

کرده ایم با استفاده از مسیر File/Data File/Use Existing و یا دکمه ، به پنجره برازش داده ها فراخوانی می کنیم. Input Analyzer یک هیستوگرام از داده ها را در قسمت بالا و خلاصه ای از ویژگی های داده ها را در قسمت پایینی پنجره ای مانند شکل زیر نمایش می دهد.



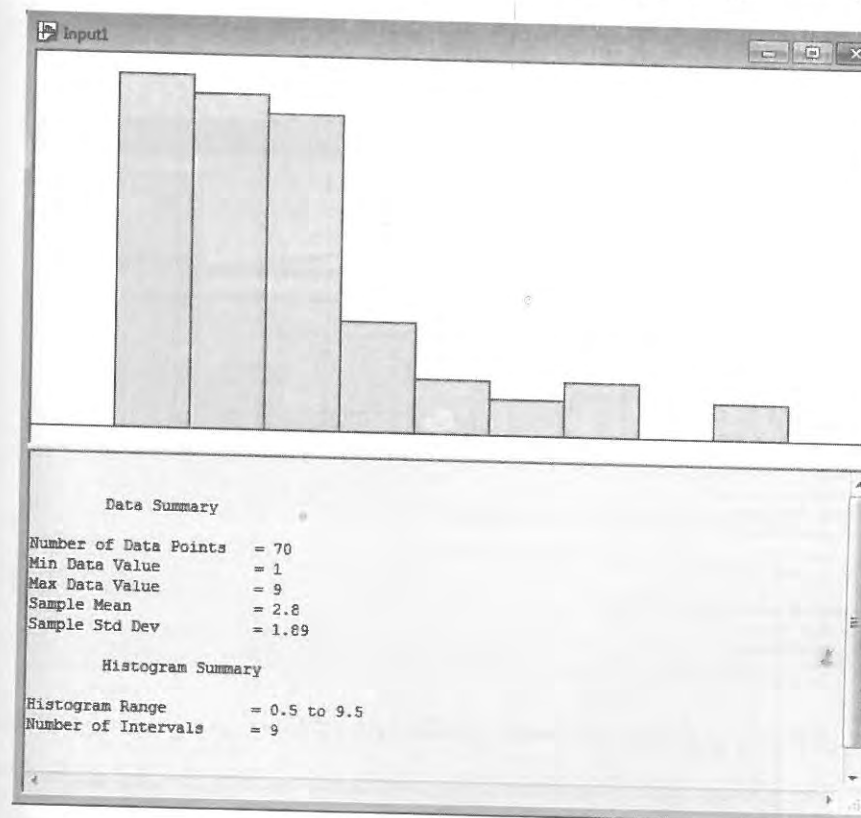
حال در Input Analyzer، از منوی Fit گزینه ی Fit All را انتخاب می کنیم. با این انتخاب به طور خودکار تمام توزیع های کاربردی برای این داده ها برازش می شوند. آزمون های آماری برای هر یک محاسبه می گردد و توزیعی که کمترین مقدار خطای مربع را دارد؛ نمایش داده می شود. همان طور که مشاهده می کنید؛ توزیع پیشنهادی برای ورود مشتری ها به بانک عبارت است از: $-0.5 + 8 * BETA(0.76, 2.91)$. این عبارت را بعداً در جای مناسب خود وارد خواهیم کرد.



مدت زمان سرویس دهی به مشتری های بانک در باجه ۲ نیز جمع آوری و در یک فایل text به صورت زیر ثبت شده است:

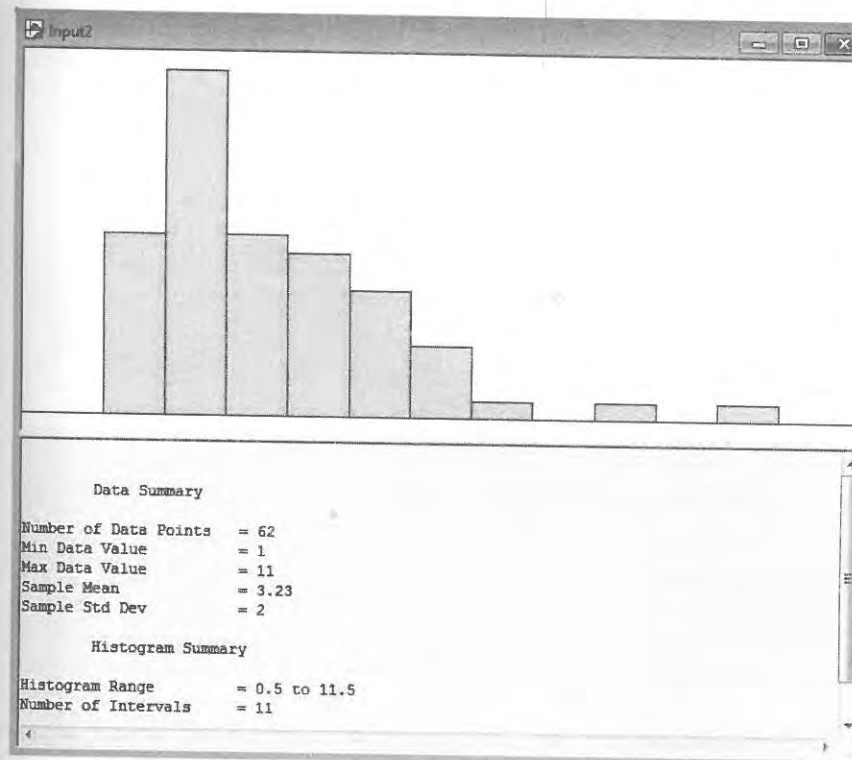
| File | Edit | Format | View | Help |
|------|------|--------|------|------|
| 3 | 4 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 4 | 5 | 2 |
| 2 | 4 | 4 | 5 | 11 |
| 9 | 1 | 4 | 2 | 3 |
| 2 | 1 | 1 | | |

برای برازش توزیع مناسب این داده ها همانند مرحله ی قبل فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می کنیم.



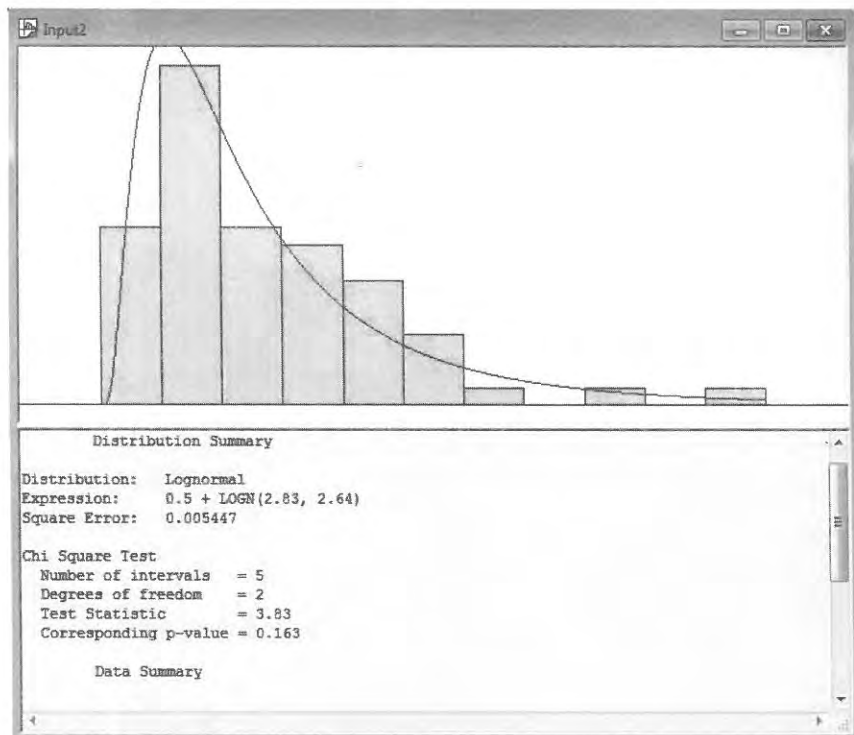
حال از منوی Fit گزینه ی Fit All را برمی گزینیم. همان طور که مشاهده می کنید توزیع پیشنهادی برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری های بانک در باجه ۱ عبارت است از: $0.5 + \text{GAMM}(1.39, 1.65)$. این عبارت را بعدا در جای مناسب خود وارد خواهیم کرد.

همانند دو مرحله قبل برای برازش توزیع مناسب این داده‌ها فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم؛ خواهیم داشت:



حال با انتخاب گزینه‌ی Fit All از منوی Fit، همان‌طور که مشاهده می‌کنید؛ توزیع پیشنهادی برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری‌های بانک در باجه ۲ عبارت است از:

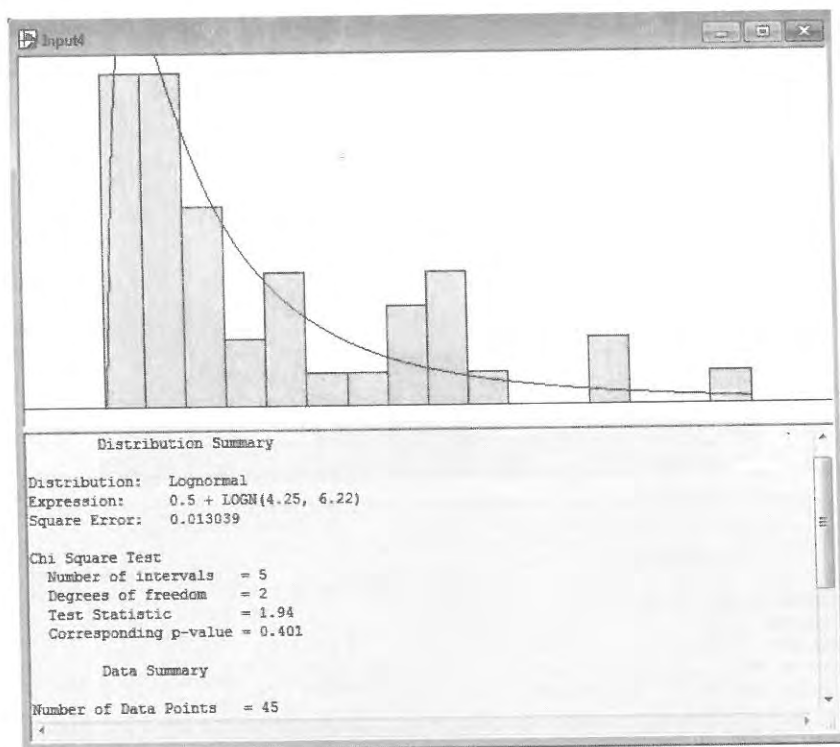
$$0.5 + LOGN(2.83, 2.64)$$



مدت زمان سرویس دهی به مشتری‌هایی که به باجه پس‌انداز (باجه ۳) مراجعه می‌کنند؛ نیز محاسبه و در یک فایل text به‌صورت زیر ذخیره شده است:

| File Edit Format View Help | | | | | | | | | |
|----------------------------|---|---|---|----|---|----|---|---|----|
| 3 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 |
| 2 | 8 | 1 | 8 | 1 | 6 | 2 | 2 | 1 | 5 |
| 2 | 3 | 9 | 2 | 10 | 9 | 13 | 1 | 2 | 8 |
| 13 | 2 | 3 | 9 | 5 | 4 | 7 | 5 | 1 | 16 |

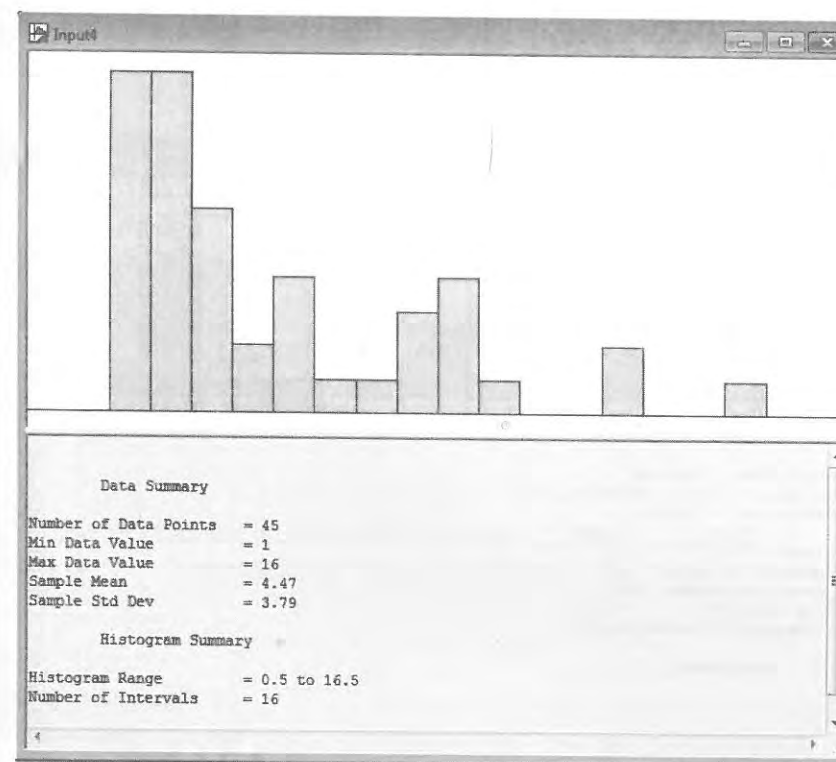
همانند مراحل قبل برای برازش توزیع مناسب این داده‌ها فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم؛ خواهیم داشت:



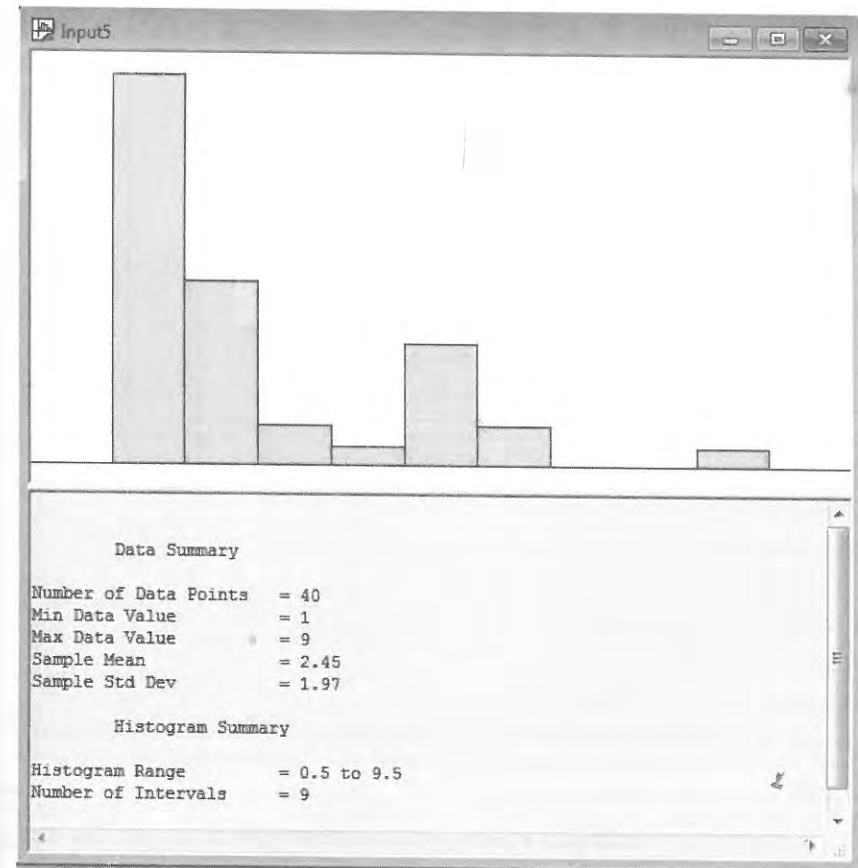
مدت زمان سرویس دهی به مشتری هایی که به باجه تمبر، سفته و چک (باجه ۴) مراجعه می کنند محاسبه و در یک فایل text به صورت زیر ذخیره شده است:

| File | Edit | Format | View | Help | | | | | | | | | |
|------|------|--------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 1 | 3 | 5 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 5 | 1 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 5 | 1 | 2 | 5 | 5 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | |
| 2 | 6 | 5 | 2 | 2 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 9 | 2 | 1 | |

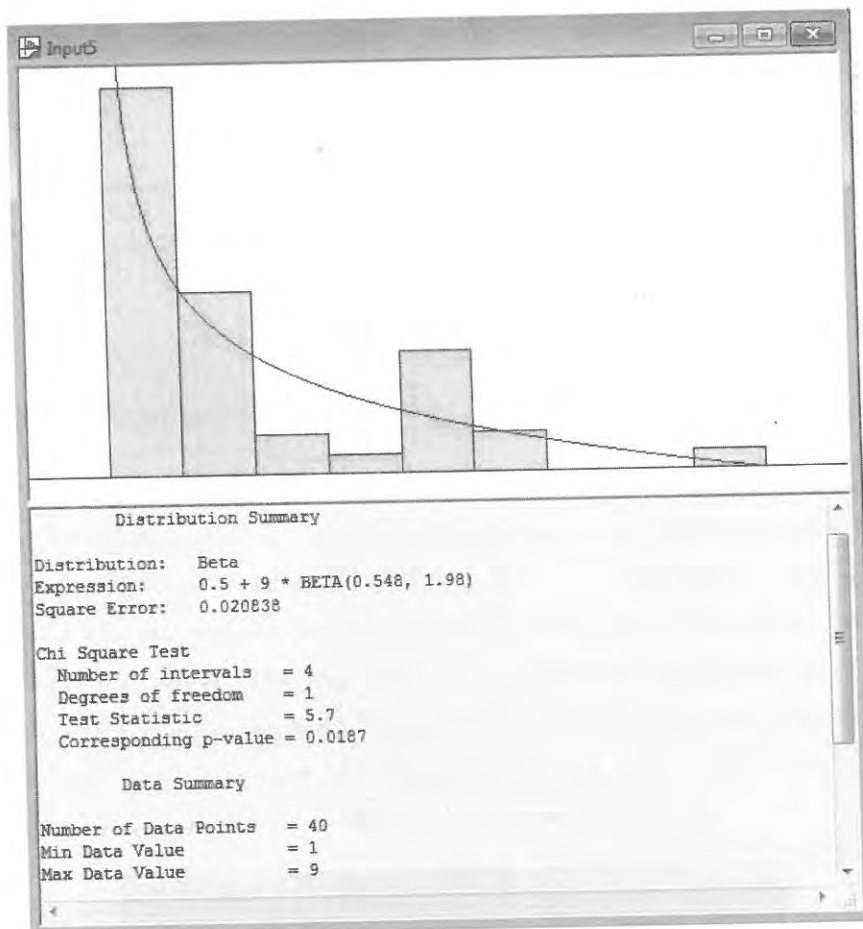
اکنون این فایل text را در Input Analyzer فراخوانی می کنیم:



اکنون بار دیگر با انتخاب گزینه ی Fit All از منوی Fit، توزیع مناسب را برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری های بانک در باجه پس انداز (باجه ۳) برازش می کنیم. همان طور که مشاهده می کنید این توزیع عبارت است از: $0.5 + \text{LOGN}(4.25, 6.22)$.

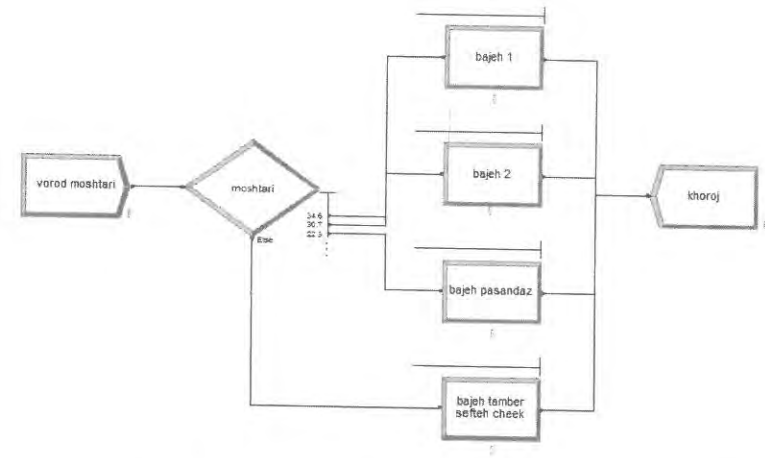


اکنون با انتخاب گزینه‌ی Fit All از منوی Fit، توزیع مناسب را برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری‌های بانک در باجه تمبر، سفته و چک (باجه ۴) برازش می‌کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید این توزیع عبارت است از: $0.5 + 9 * BETA(0.548, 1.98)$.



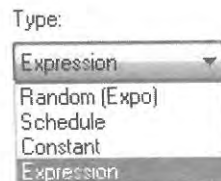
اکنون که با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع‌های آماری مناسب را برای ورود افراد به بانک (مدت زمان بین دو ورود متوالی)، مدت زمان سرویس دهی در باجه ۱، مدت زمان سرویس دهی در باجه ۲، مدت زمان سرویس دهی در باجه پس‌انداز (باجه ۳) و مدت زمان سرویس دهی در باجه تمبر، سفته و چک (باجه ۴) تعیین کردیم؛ قصد داریم با توجه به توصیفی که در ابتدا از این شعبه بانک داشتیم سیستم آن را شبیه‌سازی کنیم.

نسای کامل مدلی که برای این بانک خواهیم ساخت، در شکل زیر مشاهده می‌کنید:

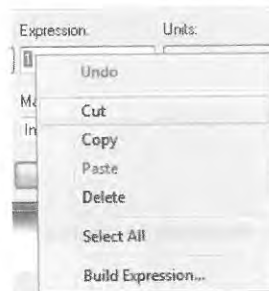


اکنون مراحل دقیق ساخت این مدل را مرحله به مرحله و به طور کامل شرح می‌دهیم. ابتدا یک پنجره مدل جدید با استفاده از (یا `file > new` یا `ctrl+n`) باز کنید. در همین مرحله می‌توانید برای مدل خود یک نام انتخاب کرده؛ آن را ذخیره کنید. برای ورود مشتری‌ها به بانک یک ماژول `Create` (همان‌طور که در فصل ششم گفته شد ماژول `Create` همراه گره آغازین برای ورود به مرز مدل است) را از پنل `Basic Process` به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. روی این ماژول دو مرتبه کلیک کرده تا پنجره مربوط به آن باز گردد. شکل زیر را مشاهده کنید و توجه نمایید که چه اطلاعاتی را در این پنجره وارد کرده‌ایم:

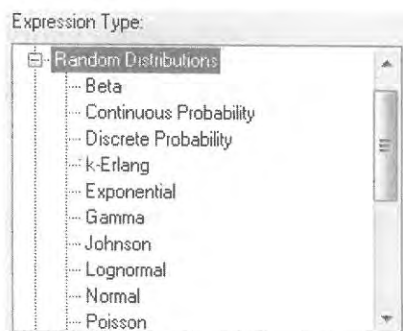
ما برای نام این ماژول `vorod moshtari` را برگزیده‌ایم و این نام را در کادر `Name` وارد کرده‌ایم. اکنون برای وارد کردن توزیع ورود مشتری‌ها به بانک در بخش `Type` گزینه‌ی `Expression` را انتخاب کنید:



حال در کادر `Expression` کلیک راست کرده؛ سپس گزینه `Build Expression` را انتخاب کنید:



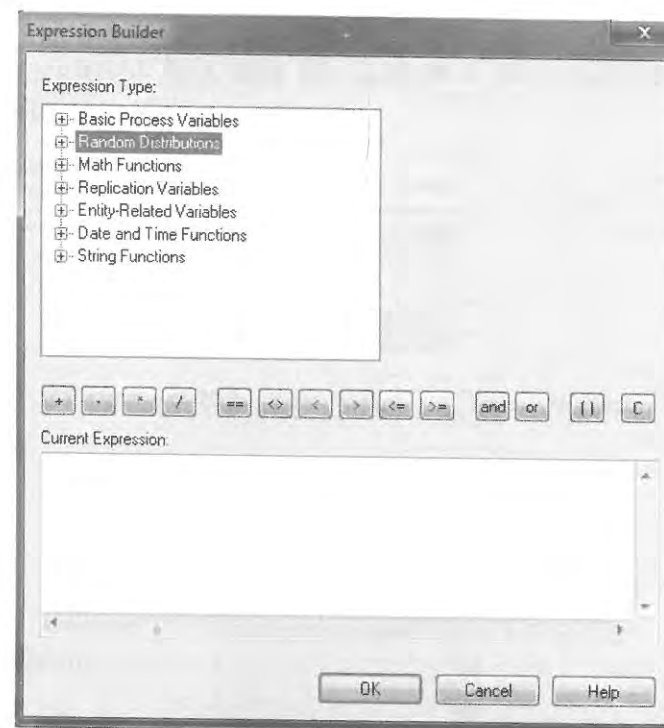
با این انتخاب پنجره زیر گشوده می‌شود:



پس از آن که توزیع مشخص شده یعنی عبارت $-0.5 + 8 * BETA(0.76, 2.91)$ را وارد کردید؛ روی گزینه ی OK کلیک کنید:



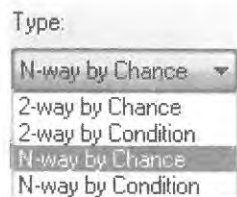
برای ذخیره شدن اطلاعاتی که وارد ماژول Create کردید؛ روی گزینه ی OK این ماژول نیز کلیک کنید.



همانطور که به یاد دارید توزیعی که برای ورود مشتری ها به بانک به وسیله Input Analyzer تعیین شد؛ عبارت $-0.5 + 8 * BETA(0.76, 2.91)$ بود. همین عبارت را در کادر Current Expression وارد کنید. برای ساختن این عبارت می توانید از علائم موجود در کادر استفاده نمایید:



و برای وارد کردن توزیع Beta می توانید در کادر Expression Type روی Random Distributions کلیک کرده؛ از آنجا توزیع Beta را انتخاب کنید:



سپس بر روی گزینه ی Add کلیک کرده؛ در کادری که گشوده می شود مقدار درصد مورد نظر را وارد و روی OK کلیک کنید (اولین مقداری که وارد کرده ایم ۳۴.۶ درصد است):



برای وارد کردن مقادیر ۳۰.۷ و ۲۲.۳ نیز به همین ترتیب عمل کنید. نیازی به وارد کردن مقدار باقی مانده یعنی ۱۲.۴ درصد نیست و نرم افزار آرنا به طور خودکار این مقدار را به مسیر Else ماژول Decide اختصاص می دهد:



همان طور که قبلا در توصیف این سیستم گفته شد؛ این شعبه بانک دارای چهار بوجه است. بنابراین در مدل سازی از چهار ماژول Process استفاده می کنیم. ما برای ماژول Process اول نام 1 bajeh را انتخاب کرده ایم. اطلاعات و داده های ثبت شده در این ماژول را در شکل زیر مشاهده می کنید:

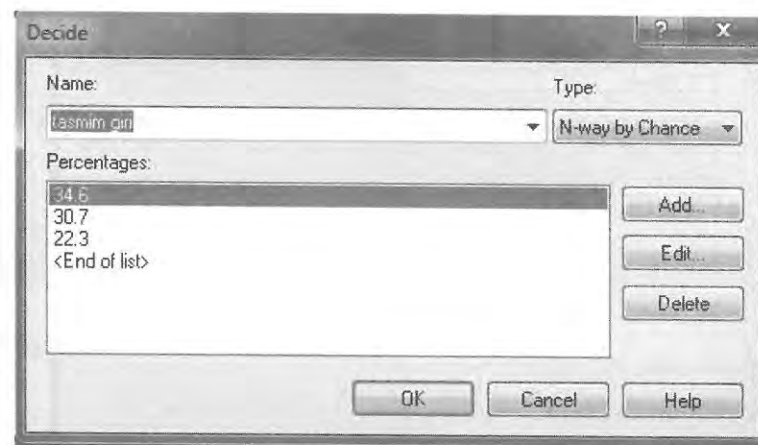
اکنون بر روی ماژول داده Entity یک مرتبه کلیک کنید تا صفحه گسترده ی مربوط به آن باز شود. در اینجا تنها در قسمت Initial Picture گزینه ی Picture.Person را انتخاب کرده ایم:

| Entity Type | Initial Picture | Holding Cost / Hour | Initial VA Cost | Initial nVA Cost | Initial Waiting Cost | Initial Tran Cost | Initial Other Cost | Report Statistics |
|-------------|-----------------|---------------------|-----------------|------------------|----------------------|-------------------|--------------------|-------------------------------------|
| Entry 1 | Picture.Person | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | ☒ |

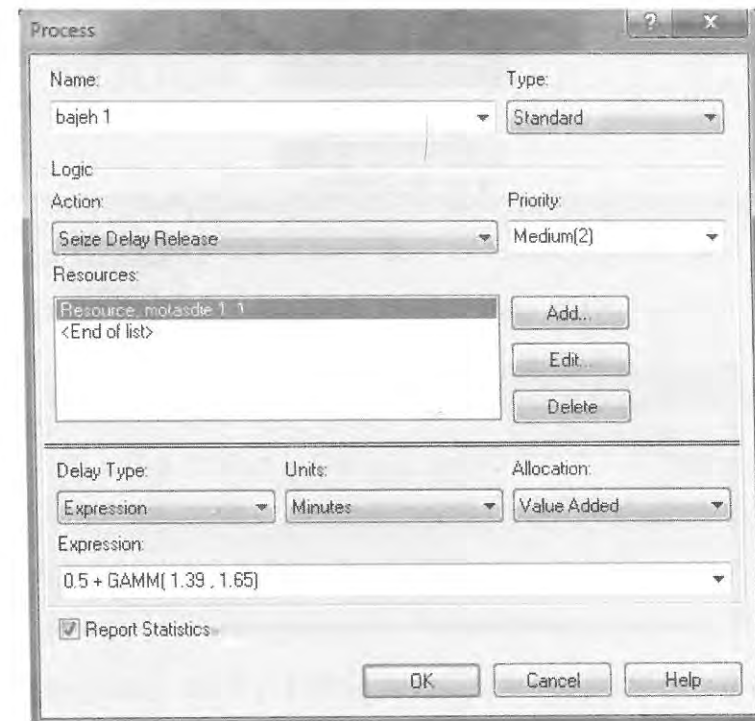
Double-click on the Initial Picture field to open the selection menu.

- Picture.Person
- Picture.Red Ball
- Picture.Red Page
- Picture.Report
- Picture.Telephone
- Picture.Truck
- Picture.Van

همان طور که پیش تر در توصیف سیستم این بانک گفته شد از میان کل مشتریانی که وارد بانک می شوند؛ ۳۴.۶ درصد به بوجه ۱، ۳۰.۷ درصد به بوجه ۲، ۲۲.۳ درصد به بوجه ۳ و سایر افراد یعنی ۱۲.۴ درصد به بوجه ۴ مراجعه می کنند. برای آنکه مشتریانی را که وارد بانک می شوند به صورت گفته شده بین بوجه ها تقسیم کنیم نیاز به یک ماژول Decide داریم. ماژول Decide را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کرده؛ روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز گردد. اطلاعاتی را که لازم است در پنجره مربوط به این ماژول وارد نمایید در شکل زیر مشاهده می کنید:



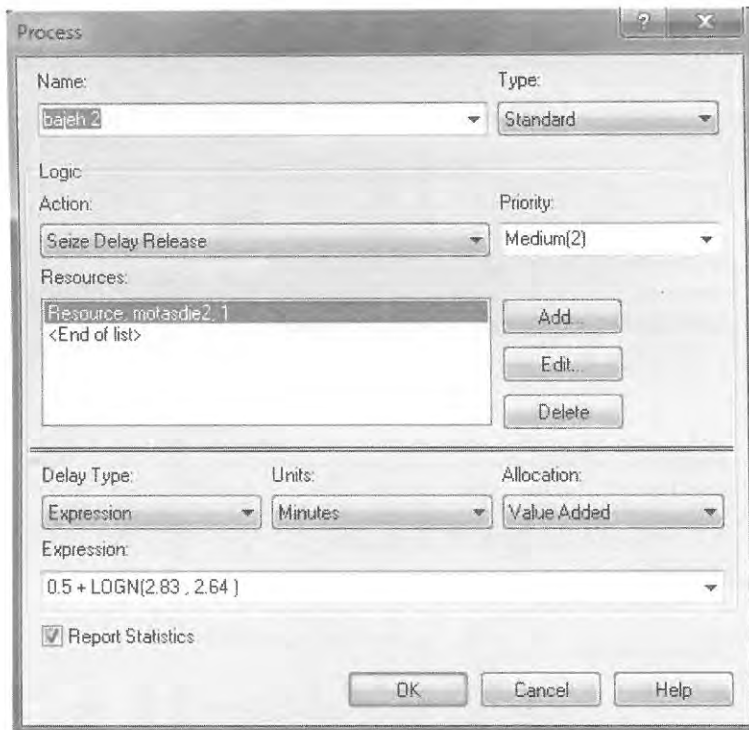
برای وارد کردن این مقادیر ابتدا در کادر Type این ماژول گزینه N-way by Chance را انتخاب کنید:



مشاهده می‌نمایید که با توجه به نوع فعالیت در باجه‌های بانک در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب کرده‌ایم. از فصل ششم به یاد دارید که انتخاب این عبارت نشان دهنده‌ی این است که می‌خواهیم در این ماژول وقتی نهاد (در مدل فوق مشتری) وارد شد؛ منبع (Resource) را اشغال (Seize) کرده (پس از انتظار مورد قبول در صف)، سپس تاخیر (Delay) اتفاق افتاده و پس از آن نهاد منبع را رها کند (Release) به طوری که سایر نهادها بتوانند آن را تصاحب نمایند.

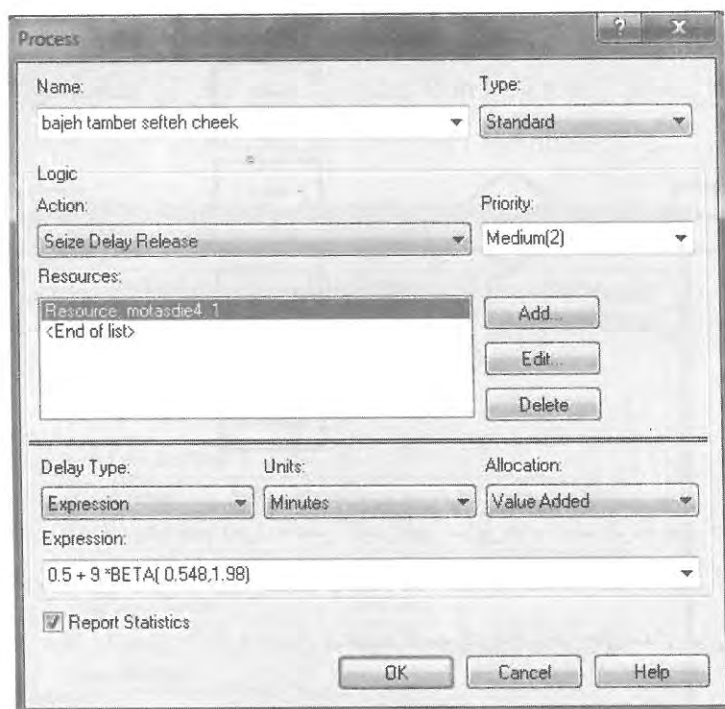
توزیعی که برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری‌های بانک در باجه ۱ به وسیله Input Analyzer تعیین شد؛ عبارت $0.5 + GAMM(1.39, 1.65)$ بود. می‌توانید این عبارت را با روشی مشابهی آنچه در قسمت قبل و هنگام مشخص کردن توزیع ماژول Create (ماژولی که به آن نام vorod moshtari را اختصاص دادیم)، توضیح داده شد؛ در کادر Expression وارد کنید.

برای ماژول Process دوم نام bajeh 2 را انتخاب کرده‌ایم. اطلاعات و داده‌های ثبت شده در این ماژول را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:

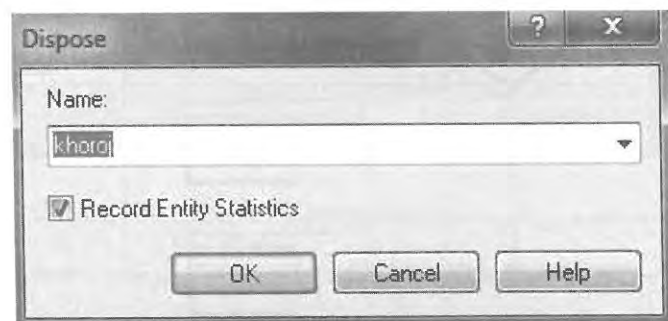


تنها تفاوت این ماژول با ماژول Process قبلی، در توزیع مشخص شده در کادر Expression است که با توجه به اینکه برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری‌های بانک در باجه ۲ با استفاده از Input Analyzer عبارت $0.5 + LOGN(2.83, 2.64)$ به دست آمده بود، همین عبارت در کادر فوق وارد شده است.

برای سومین ماژول Process که مربوط است به باجه پس‌انداز (باجه ۳) نام bajeh pasandaz را انتخاب کرده‌ایم. اطلاعات و داده‌های ثبت شده در این ماژول را در شکل زیر مشاهده می‌کنید. توجه کنید که تنها تفاوت آن با دو ماژول Process دیگر، توزیع مشخص شده برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری‌های بانک در باجه پس‌انداز (باجه ۳)

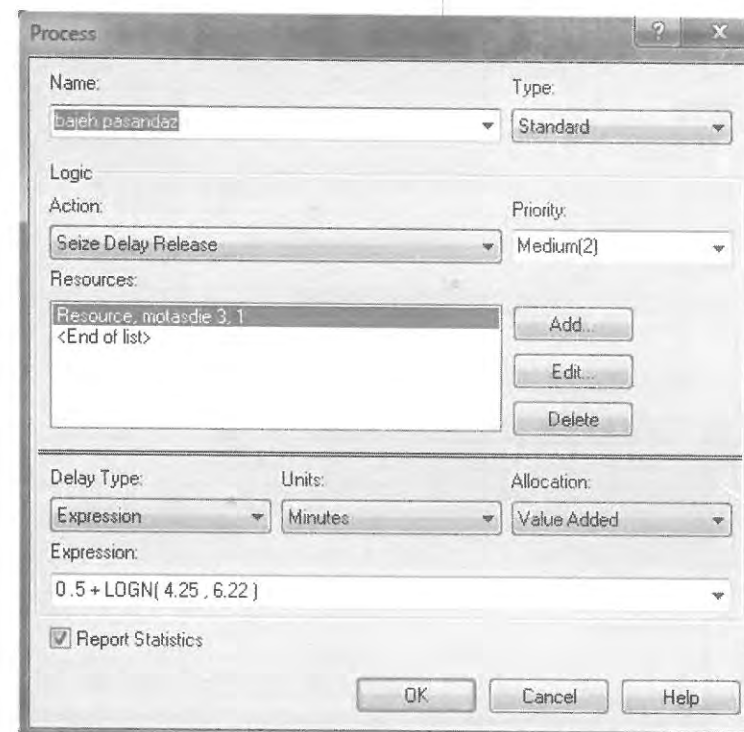


آخرین ماژولی که در مدل خود به آن نیاز داریم ماژول Dispose است. که آن را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک نمایید در اینجا تنها کافی است نام مورد نظر خود را به آن اختصاص دهید:

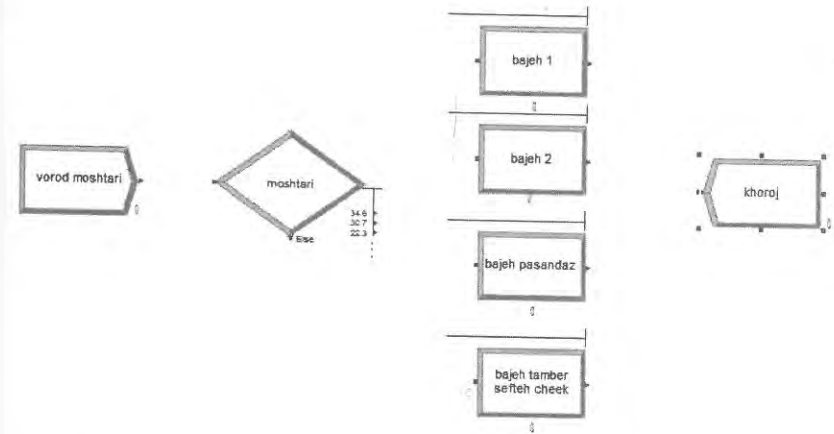


نمای کلی پنجره مدل شکلی به صورت زیر دارد:

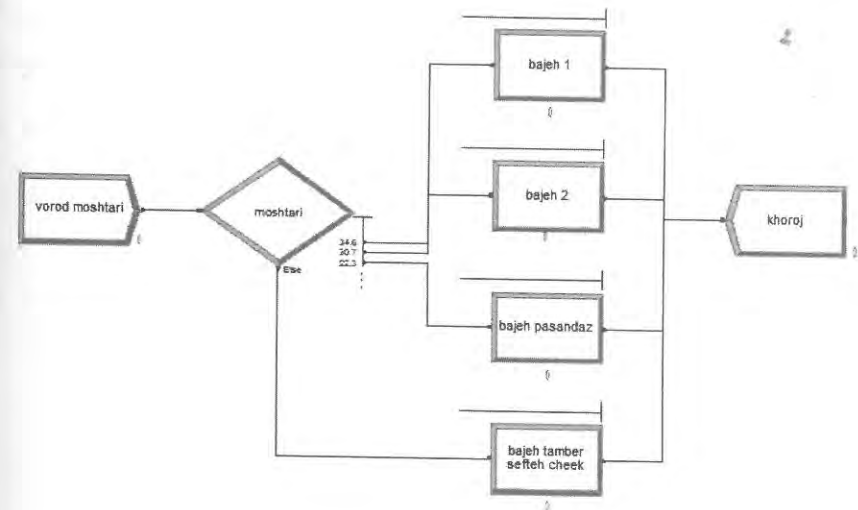
است که با Input Analyzer مشخص گردید و همان طور که به یاد دارید عبارت $0.5 + \text{LOGN}(4.25, 6.22)$ بود:



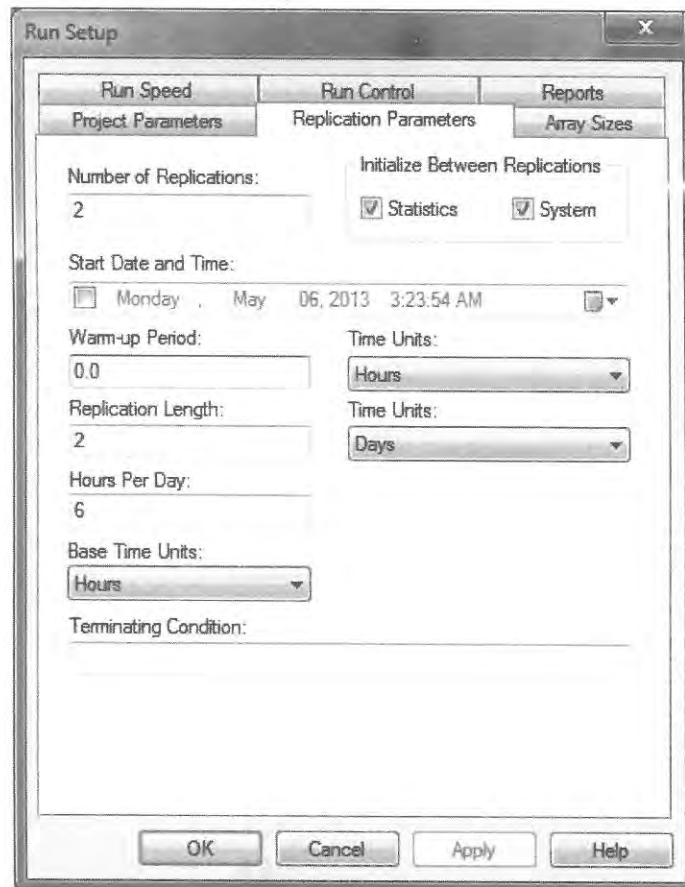
آخرین ماژول Process را برای باجه ۴ یعنی باجه تمبر، سفته و چک در نظر گرفته و برای آن نام bajeh tamber sefteh cheek را انتخاب کرده ایم. توزیع مناسب برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری های بانک در باجه تمبر، سفته و چک (باجه ۴) که با استفاده از Input Analyzer برازش شده؛ عبارت $0.5 + \text{LOGN}(4.25, 6.22)$ بود که آن را به روشی که گفته شد؛ در کادر Expression این ماژول وارد می کنیم:



اکنون تنها کاری که باید انجام دهید متصل کردن این ماژول‌ها به یکدیگر است. حتماً انجام این کار را که به طور کامل در فصل ششم توضیح داده شد؛ به یاد دارید؛ در غیر این صورت می‌توانید بار دیگر به بخش ۶-۳-۸ فصل ششم مراجعه کنید. در هر حال مدل نهایی به صورت زیر خواهد بود:



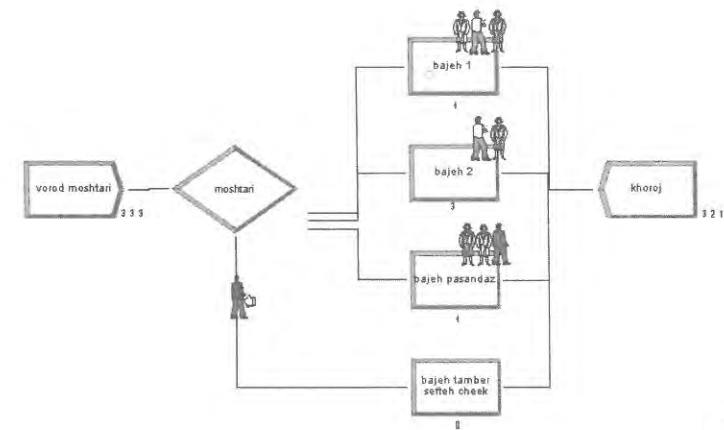
اکنون به تنظیمات شرایط اجرا می‌پردازیم. در فصل ششم دیدیم که مواردی مانند طول اجرا و تعداد تکرارها از طریق **Run > Setup** تنظیم می‌شود. در شکل زیر مشاهده می‌کنید که برای این مدل در بخش **Project Parameters** چه تنظیماتی را انجام داده‌ایم:



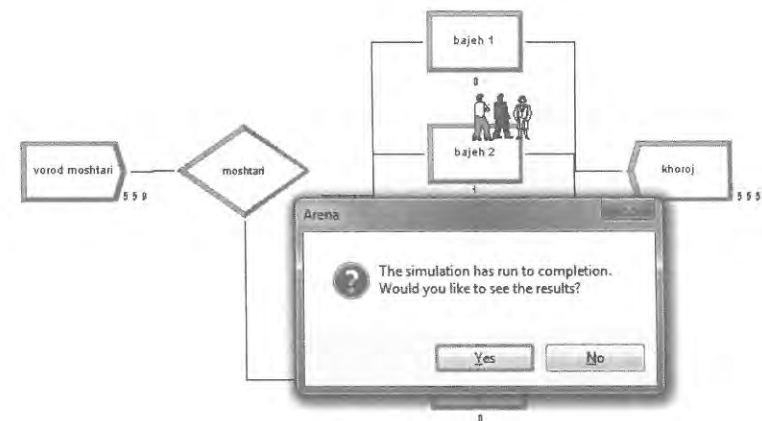
همان‌طور که مشاهده می‌کنید ما **Number of Replication** (تعداد تکرارها) را ۲ قرار داده‌ایم؛ یعنی می‌خواهیم شبیه‌سازی دو مرتبه تکرار شود. همچنین در بخش **Replication Length** (طول تکرار) مقدار ۲ را قرار داده‌ایم و برای این عدد واحد زمان را، **Days** انتخاب کرده‌ایم؛ یعنی می‌خواهیم شبیه‌سازی برای مدت دو روز اجرا شود. همچنین در **Hours Per Day** عدد ۶ را تایپ کرده‌ایم و برای **Base Time Units** واحد Hours

را در نظر گرفته‌ایم؛ یعنی می‌خواهیم مدت سرویس‌دهی در این بانک در طول روز ۶ ساعت باشد.

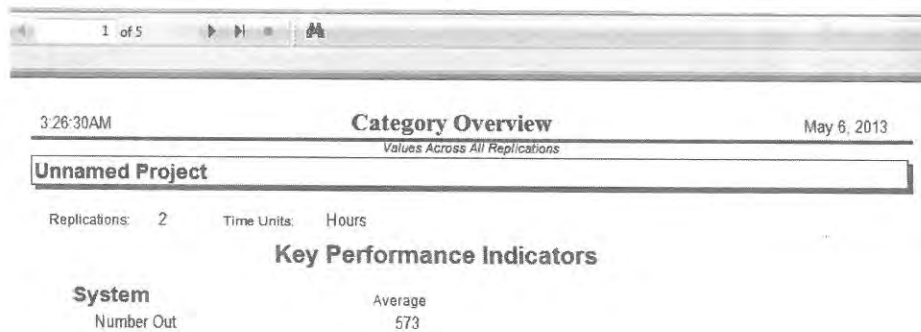
اکنون برای اجرا مدل روی دکمه go (▶) در نوار ابزار (یا از مسیر Run > Go یا فشار دادن کلید F5) کلیک کنید. شکل زیر بخشی از اجرای مدل را نشان می‌دهد:



اجازه دهید اجرای شبیه‌سازی به پایان برسد و سپس برای دیدن گزارش نهایی بر روی گزینه Yes کلیک کنید:



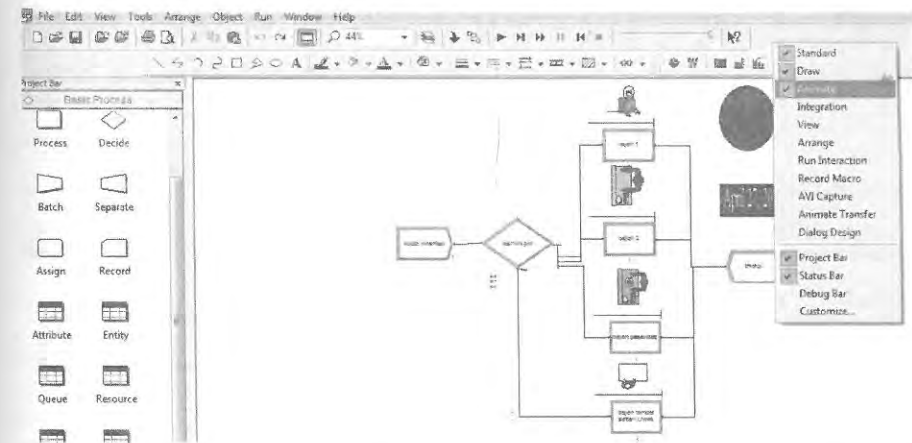
با کلیک بر روی گزینه Yes، گزارش نهایی اجرای شبیه‌سازی این شعبه بانک را با جزئیات کامل در ۵ صفحه مشاهده خواهید کرد. صفحه اول گزارش نتایج اجرای شبیه‌سازی به صورت زیر می‌باشد:



با استفاده از دکمه‌های ▶، ◀، ◀◀، ▶▶ و ◀◀ در بالای سمت چپ پنجره گزارش می‌توانید این ۵ صفحه‌ها را مشاهده کنید.

اضافه کردن انیمیشن برای سرویس دهنده‌ها

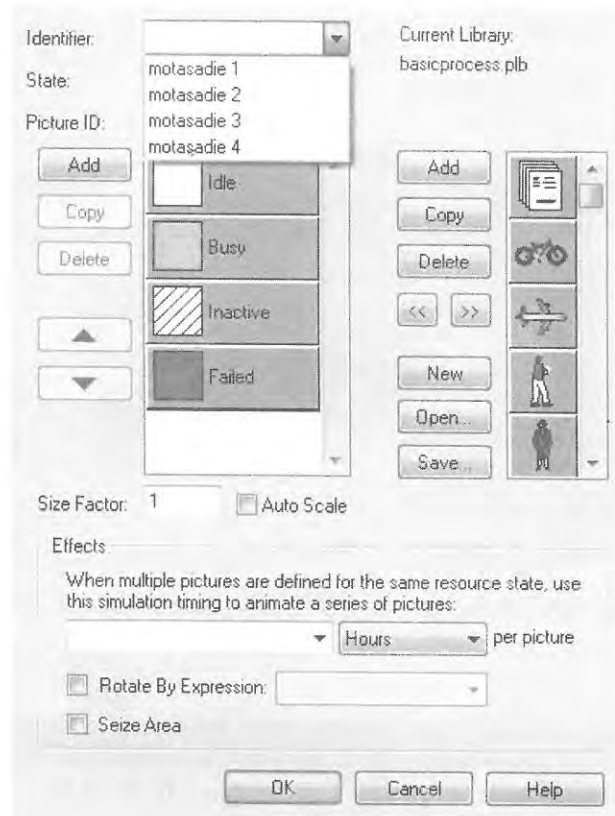
اکنون می‌خواهیم در مدل خود به وضعیت بی‌کاری و مشغول بودن سرویس دهنده‌ها نیز انیمیشن اختصاص دهیم. ابتدا بر روی نوار بالایی پنجره نرم‌افزار راست کلیک کرده و سپس گزینه Animate را انتخاب کنید (اگر پیش از این انتخاب نشده است):



با این کار نوار ابزار زیر به قسمت بالایی پنجره نرم‌افزار افزوده می‌شود:

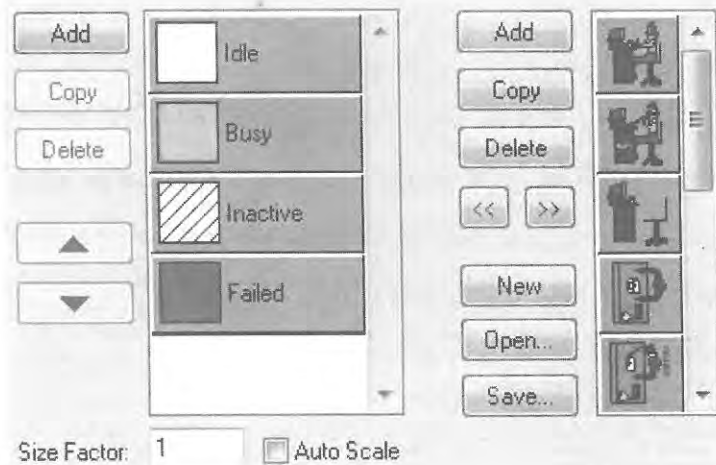


بر روی دکمه  (این نماد: ) کلیک کنید تا پنجره‌ای مانند شکل زیر گشوده شود. در کادر Identifier این پنجره می‌توانیم سرویس دهنده مورد نظر خود را انتخاب کنیم. در مدلی که ساختیم، چهار سرویس دهنده (منبع) به نام‌های motasadie 1، ...، motasadie 4 برای چهار ماژول Process (چهار باجه بانک) تعریف کرده بودیم. همانطور که در تصویر زیر مشاهده می‌کنید، همین اسامی در کادر Identifier موجود هستند:



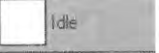
اکنون برای مثال اگر بخواهیم به حالت‌های بی‌کاری و مشغول بودن سرویس دهنده باجه ۳ انیمیشن اختصاص دهیم، در کادر Identifier گزینه motasadie 3 را انتخاب می‌کنیم. نرم افزار آرنا تصاویر انیمیشنی زیادی را به طور پیش فرض ارائه می‌کند. برای دیدن این تصاویر، بر روی گزینه Open در بخش سمت راست همین پنجره، یعنی گزینه Open در قسمتی که در تصویر زیر مشاهده می‌کنید، کلیک کنید:

فرض کنید ContactCenter.plb را انتخاب کنیم، در این صورت تصاویر انیمیشنی این قسمت را در سمت راست پنجره فعلی، مشاهده خواهیم کرد:



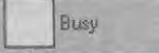
اکنون فرض کنید، می‌خواهیم به حالت بی‌کار (Idle) تصویر  و به حالت مشغول

(Busy) تصویر  را اختصاص دهیم. برای اختصاص دادن تصویر مورد نظر به حالت

بی‌کار، تصویر Idle را در سمت چپ یعنی تصویر  و تصویر مورد نظر در

سمت راست یعنی تصویر  را برجسته کنید (کافی است بر روی هر یک از آنها یک

مرتب کلیک کنید)، سپس با استفاده از فلش سمت چپ یعنی دکمه ، تصویر مورد نظر خود را به حالت بی‌کار (Idle) اختصاص می‌دهیم. همین کار را برای وضعیت مشغول بودن،

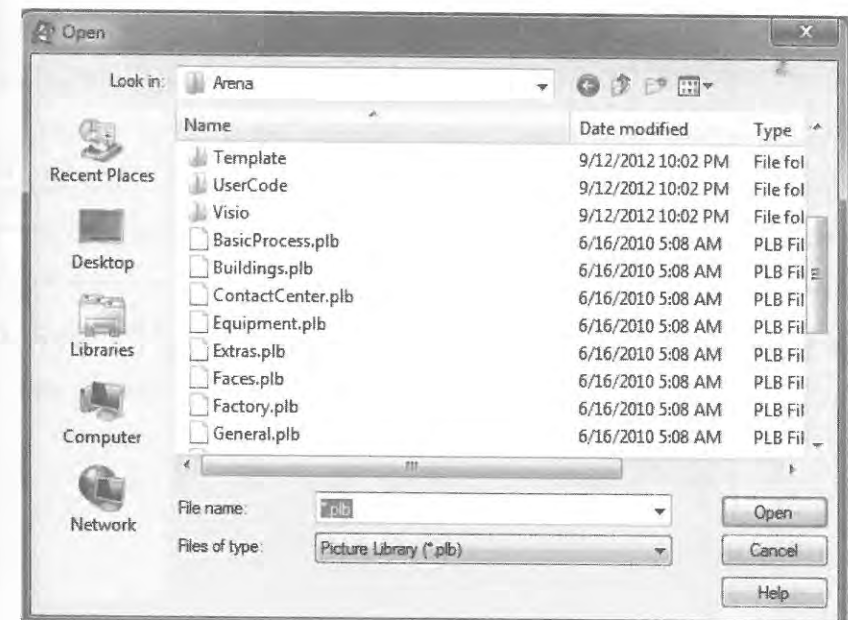
تصویر  در سمت چپ و تصویر  انجام می‌دهیم تا انیمیشن مورد نظر

ما به وضعیت مشغول بودن سرویس دهنده باجه ۳ اختصاص داده شود. اندازه این تصاویر را می‌توانید با استفاده از گزینه Size Factor به دلخواه تغییر دهید. سپس بر روی OK کلیک

کرده و تصویر انیمیشنی را که ایجاد کرده‌ایم را در بالای ماژول Process مورد نظر خود (در



سپس به جایی از کامپیوتر خود که نرم‌افزار را نصب کرده‌اید رفته و فولدر با نام Arena را باز کنید (ابتدا فولدر با نام Rockwell Software و سپس فولدر با نام Arena). با انجام این کار فایل‌هایی با پسوند .plb مشاهده خواهید کرد، هر یک از آنها را که انتخاب کنید شامل مجموعه‌ای از تصاویر انیمیشنی هستند:



اینجا ماژول Process با نام bajeh pasandaz قرار می‌دهیم. برای سایر سرویس دهنده‌ها نیز می‌توانید به همین روش تصاویر انیمیشنی مورد نظر خود را اختصاص دهید.

۸-۲ شبیه‌سازی جایگاه سوخت

توصیف جایگاه سوخت: یک جایگاه عرضه‌ی بنزین و گاز، روزانه به مدت ۱۹ ساعت از ۵ صبح تا ۱۲ شب به مشتریان سرویس می‌دهد.

در این جایگاه، دو پمپ بنزین و یک گاز وجود دارد که هریک دو نازل (تلمبه) دارند. در صورت نیاز دو صف، یکی برای پمپ گاز و یکی برای پمپ‌های بنزین تشکیل می‌شود. پمپ گاز یک و دو پمپ بنزین هم مسئول تسویه حساب دارند. خودروها طبق توزیع معینی وارد جایگاه می‌شوند. بنا به آمار گرفته شده ۵۴ درصد از خودروها، جهت سوختگیری، به سمت پمپ گاز و بقیه به سمت پمپ‌های بنزین می‌روند.

خودرویی که سمت پمپ گاز می‌رود؛ اگر صف تشکیل شده باشد انتهای صف می‌ایستد و اگر صف نباشد، در صورتی که یکی از نازل‌های گاز آزاد باشد؛ اقدام به سوختگیری می‌کند و در غیر این صورت منتظر می‌ماند.

پمپ گاز یک مسئول تسویه حساب دارد. هر خودرو پس از اینکه سوختگیری‌اش تمام شد، اگر مسئول تسویه حساب گاز، بیکار باشد؛ اقدام به تسویه حساب می‌کند و در غیر این صورت منتظر می‌ماند تا مسئول تسویه حساب گاز بی‌کار شود، تا بتواند تسویه حساب نماید. بعد از آن از جلوی نازل به سمت خروجی حرکت می‌کند و پس از این، نازل گاز آماده سرویس دهی به خودروی بعدی می‌باشد (نازل گاز آزاد می‌شود).

اما خودرویی که سمت پمپ بنزین می‌رود نیز در صف می‌ماند تا نوبتش برسد. وقتی نوبتش شد، باید منتظر بماند تا یکی از نازل‌های عقبی (نازل بنزین ۲ یا نازل بنزین ۴) آزاد شوند. خودرو سمت نازلی حرکت می‌کند که آزاد است و اگر هردو آزاد باشند برای هریک از دو نازل ۵۰ درصد شانس وجود دارد که خودرو، سمت آن حرکت کند. فرض که خودرو به سمت نازل بنزین ۲ برود. حالا اگر نازل جلوی آن یعنی نازل بنزین ۱ نیز آزاد باشد؛ اولویت با نازل جلویی است؛ یعنی خودرو باید جهت سوختگیری به نازل بنزین ۱ مراجعه کند و در غیر این صورت

یعنی در صورت آزاد نبودن نازل بنزین ۱، خودرو جهت سوختگیری به نازل بنزین ۲ مراجعه می‌کند. فرض می‌کنیم که خودرو با نازل بنزین ۲ سوختگیری نماید. پس از سوختگیری منتظر می‌ماند تا مسئول تسویه حساب بنزین بی‌کار شود و سپس تسویه حساب می‌نماید. پس از تسویه حساب خودرو باید خارج شود ولی در صورتی می‌تواند خارج گردد که مسیر خروجش آزاد باشد؛ یعنی خودرویی جلوی نازل بنزین جلویی نباشد. پس خودرو باید منتظر بماند تا نازل بنزین ۱ آزاد شود. سپس خارج می‌گردد و نازل بنزین ۲ نیز آزاد می‌شود یعنی می‌تواند به مشتری بعدی سرویس دهد.

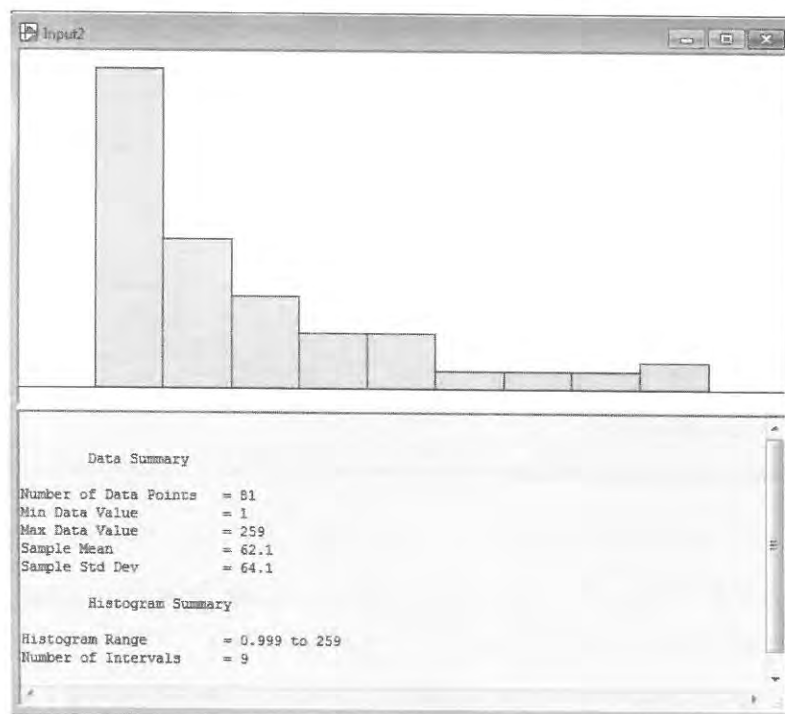
مسئول تسویه حساب بنزین مدعی است که کارش زیاد است و به تنهایی از عهده‌ی ۴ نازل بنزین بر نمی‌آید و تنها بودن او باعث می‌شود که مشتریان زیاد منتظر بمانند. مدیر جایگاه می‌خواهد بداند آیا ادعای مسئول تسویه حساب بنزین درست است و آیا نیاز است که کارگر دیگری استخدام کند و یا اینکه یک نازل بنزین را به مسئول تسویه حساب گاز بسپارد. با توجه به مساله‌ی مطرح شده، هدف از شبیه‌سازی کامپیوتری این جایگاه، بررسی میزان اشتغال مسئول تسویه حساب بنزین و مسئول تسویه حساب گاز است.

قبل از بررسی مدل توجه به چند نکته ضروری است:

- ۱- زمان جابه‌جایی در این جایگاه به علت کوتاه بودن فاصله‌ها ناچیز است؛ بنابراین از آن چشم‌پوشی شده.
- ۲- هر نازل تا زمانی که خودرویی که به آن سرویس داده است؛ تسویه حساب نکند؛ قادر به سرویس دهی به مشتری جدید نیست.
- ۳- به دلیل لحاظ کردن نکته قبلی ناچاریم در مدل، برای هر نازل یک مسئول تسویه حساب مجازی در نظر بگیریم ولی برای اینکه مدل با واقعیت تطابق داشته باشد؛ طوری برنامه‌ریزی شده است که در هر زمان حداکثر یکی از مسئولان مجازی تسویه حساب گاز مشغول می‌باشد. همچنین در هر زمان حداکثر یکی از مسئولین مجازی تسویه حساب بنزین مشغول است.
- ۴- خودروهایی که با نازل‌های بنزین عقبی (۲ یا ۴) سوختگیری می‌کنند پس از پایان کارشان (سوختگیری و تسویه حساب) برای خروج، ناچارند منتظر بمانند تا خودروی جلویی کارش تمام شود و برود.
- ۵- زمانی که یکی از نازل‌های بنزین جلویی (۱ یا ۳) خودرویی جلوی‌شان نیست (آزاد است) ولی نازل بنزین عقبی آن‌ها (۲ یا ۴) مشغول است؛ نازل جلویی غیر قابل دسترسی می‌باشد.

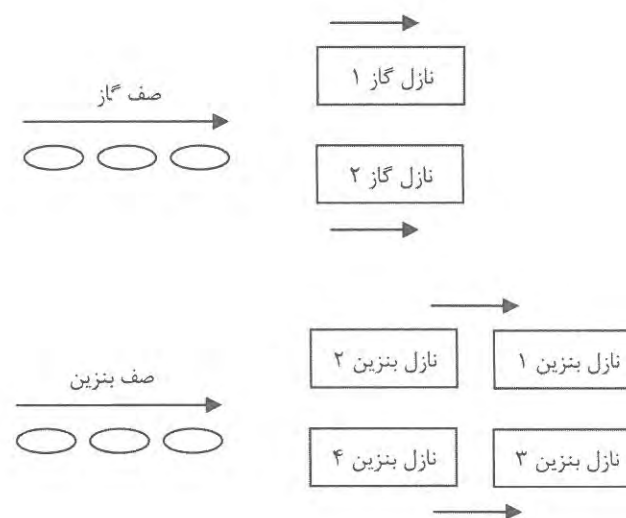
| File | Edit | Format | View | Help |
|------|------|--------|------|------|
| 70 | 8 | 52 | 54 | 6 |
| 6 | 119 | 148 | 35 | 59 |
| 12 | 21 | 11 | 1 | 117 |
| 16 | 123 | 192 | 120 | 96 |
| 222 | 5 | 52 | 228 | 24 |
| 118 | 4 | 43 | 83 | 31 |
| 5 | 161 | 28 | 52 | 106 |
| 88 | 7 | 13 | 29 | 9 |
| 235 | 9 | 244 | 122 | 61 |
| 96 | 43 | 45 | 25 | 8 |
| 24 | 195 | 1 | 43 | 114 |
| 1 | 43 | 114 | 1 | 13 |
| 47 | | | | |

اکنون برای برآزش یک توزیع مناسب برای این داده ها، Input Analyzer را اجرا و سپس فایل داده های خود را که در فرمت text ذخیره کرده ایم با استفاده از مسیر File/Data File/Use Existing و یا دکمه ، به پنجره برآزش داده ها فراخوانی می کنیم. Input Analyzer یک هیستوگرام از داده ها را در قسمت بالا و خلاصه ای از ویژگی های داده ها را در قسمت پایینی پنجره ایی مانند شکل زیر نمایش می دهد.



۶- برای هریک از متغیرهای "مدت زمان بین دو ورود متوالی" و "مدت سوختگیری گاز" و "مدت تسویه حساب گاز" و "مدت سوختگیری بنزین" و "مدت تسویه حساب بنزین" در مدل از توزیع های خاصی استفاده شده است. برای مشخص شدن این توزیع ها در هر مدل کافی است داده های مربوط را جمع آوری کرده؛ سپس با استفاده از "Input Analyzer" از نرم افزار "Arena" بهترین توزیع، با کمترین خطا را برای داده های فوق مشخص نماییم.

داده های مربوط به این مدل و برآزش هریک توسط Input Analyzer را در ادامه مشاهده خواهید کرد.

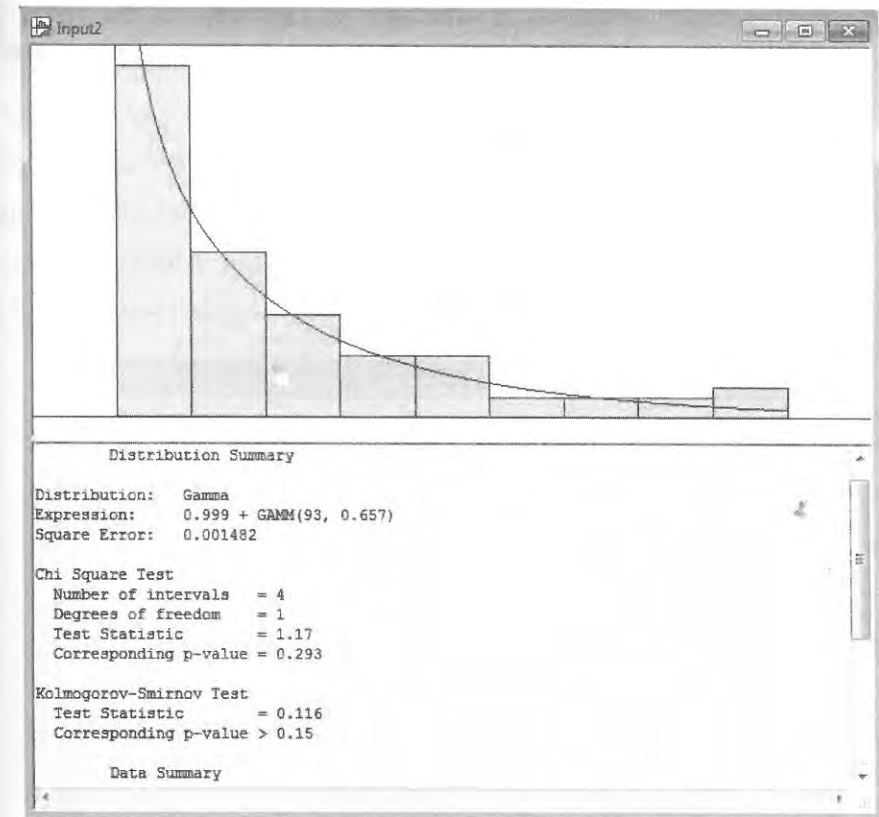


داده های جمع آوری شده در جایگاه سوخت:

داده های مدت بین دو ورود:

اطلاعات جمع آوری شده برای مدت زمان بین دو ورود متوالی به جایگاه سوختگیری را در فایل txt. زیر مشاهده می کنید:

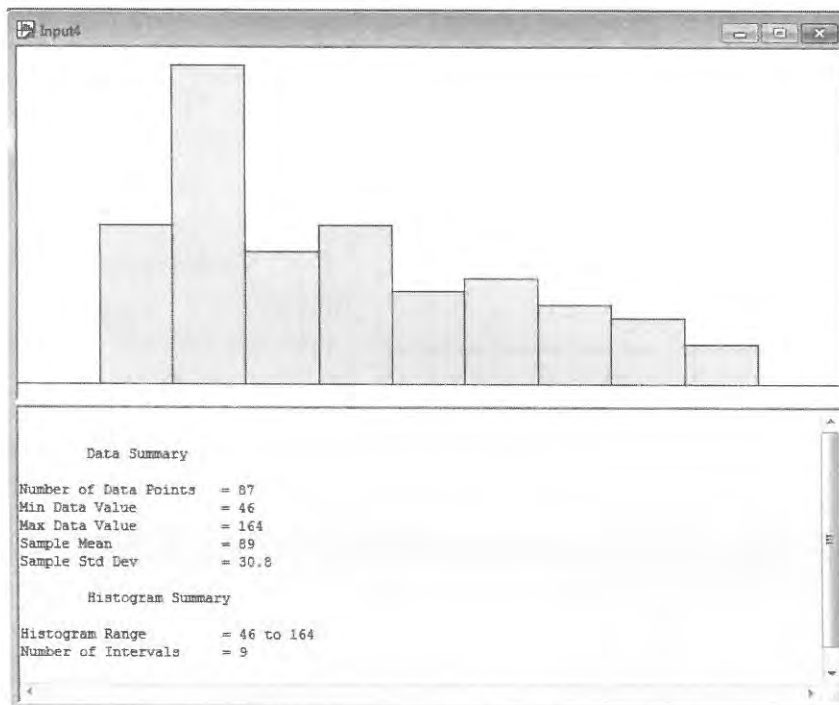
حال در Input Analyzer، از منوی Fit گزینه‌ی Fit All را انتخاب می‌کنیم. با این انتخاب به‌طور خودکار تمام توزیع‌های کاربردی برای این داده‌ها برازش می‌شوند؛ آزمون‌های آماری برای هر یک محاسبه می‌گردد و توزیعی که کم‌ترین مقدار خطای مربع را دارد؛ نمایش داده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌کنید توزیع پیشنهادی برای مدت زمان بین دو ورود متوالی به جایگاه سوختگیری عبارت است از: $GAMM(93, 0.657) + 0.999$.



داده‌های مدت سوخت گیری گاز:

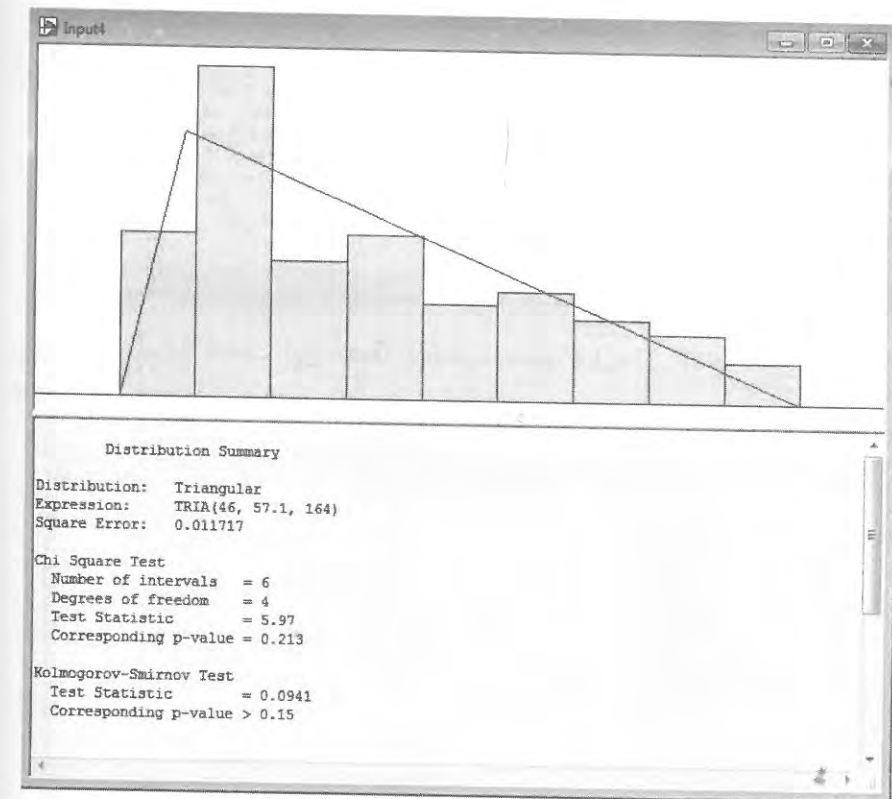
| File | Edit | Format | View | Help |
|------|------|--------|------|------|
| 60 | 48 | 126 | 91 | 50 |
| 102 | 91 | 121 | 99 | 82 |
| 68 | 65 | 90 | 79 | 71 |
| 107 | 53 | 150 | 75 | 70 |
| 93 | 73 | 65 | 46 | 92 |
| 126 | 86 | 117 | 65 | 155 |
| 141 | 72 | 67 | | |

برای برازش توزیع مناسب این داده‌ها همانند مرحله‌ی قبل فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم.



حال از منوی Fit گزینه‌ی Fit All را انتخاب می‌کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید توزیع پیشنهادی برای مدت زمان سوخت گیری گاز یک توزیع مثلثی است:

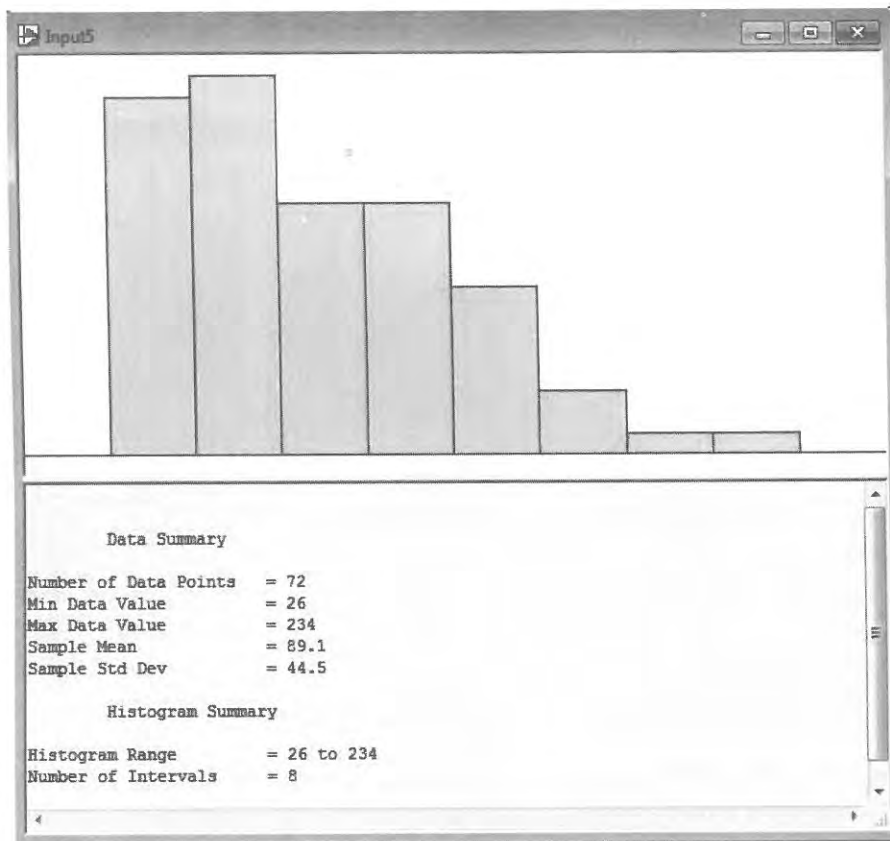
$$TRIA(46, 57.1, 164)$$



داده‌های مدت سوخت‌گیری بنزین:

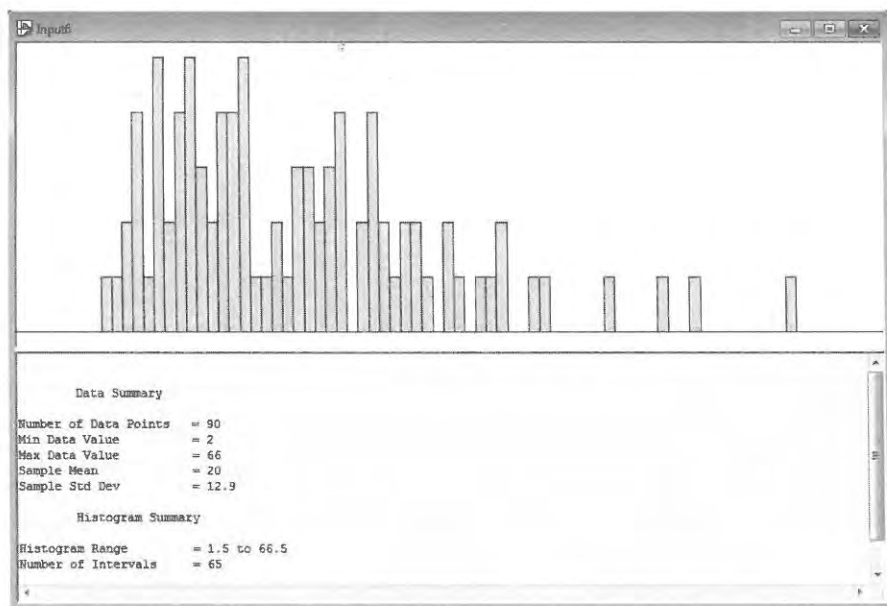
| File | Edit | Format | View | Help |
|------|------|--------|------|------|
| 53 | 57 | 130 | 107 | 90 |
| 49 | 45 | 176 | 121 | 118 |
| 28 | 55 | 50 | 49 | 69 |
| 82 | 52 | 62 | 32 | 61 |
| 38 | 117 | 149 | 156 | 133 |
| 44 | 145 | 43 | 163 | 49 |
| 54 | 129 | 46 | 54 | 129 |
| 47 | 129 | 46 | 54 | 129 |
| 76 | 54 | 35 | 54 | 129 |
| 63 | 81 | 62 | 63 | 81 |
| 130 | 234 | 82 | 130 | 234 |
| 62 | 68 | 129 | 62 | 68 |
| 131 | 169 | 99 | 131 | 169 |
| 51 | 144 | 50 | 51 | 144 |
| 87 | 136 | 78 | 87 | 136 |
| 52 | 94 | 52 | 94 | 52 |

همانند دو مرحله‌ی قبل برای برآزش توزیع مناسب این داده‌ها فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم؛ خواهیم داشت:



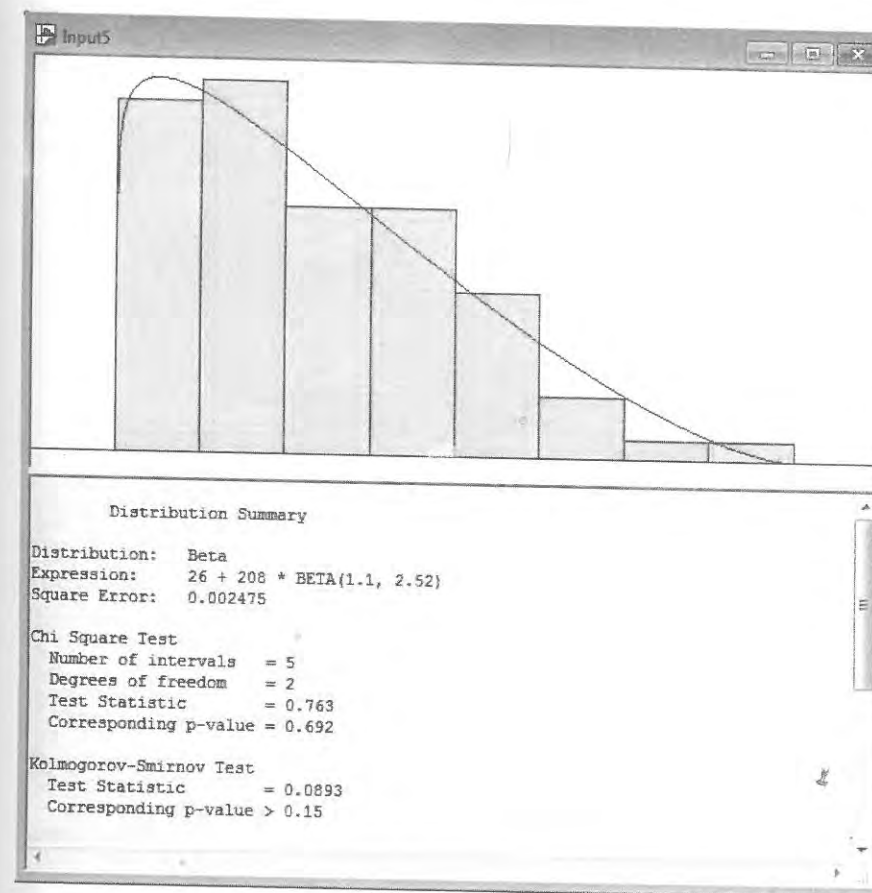
حال با انتخاب گزینه‌ی Fit All از منوی Fit، همان‌طور که مشاهده می‌کنید توزیع پیشنهادی برای مدت سوخت‌گیری بنزین عبارت است از: $26 + 280 * \text{BETA}(1.1, 2.52)$.

همانند مراحل قبل برای برازش توزیع مناسب این داده‌ها فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم، خواهیم داشت:



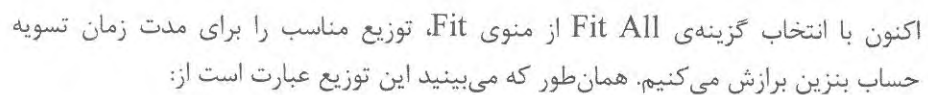
اکنون بار دیگر با انتخاب گزینه‌ی Fit All از منوی Fit، توزیع مناسب را برای مدت زمان تسویه حساب گاز، برازش می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید این توزیع عبارت است از:

$$1.5 + WEIB(20.5, 1.48)$$



داده‌های مدت تسویه حساب گاز:

| File | Edit | Format | View | Help |
|------|------|--------|------|------|
| 22 | 5 | 26 | 15 | 9 |
| 9 | 24 | 15 | 24 | 42 |
| 27 | 57 | 28 | 23 | 7 |
| 21 | 12 | 38 | 23 | 21 |
| 16 | 15 | 7 | 8 | 3 |
| 49 | 6 | 10 | 7 | 30 |
| 20 | 24 | 10 | 27 | 5 |
| 13 | 5 | 15 | 39 | 11 |
| 17 | 5 | 18 | 14 | 34 |
| 11 | 13 | 22 | 31 | 28 |
| 18 | 17 | 13 | 20 | 37 |
| 39 | 18 | 14 | 23 | 31 |
| 20 | 14 | 66 | 19 | 23 |
| 31 | 23 | 19 | 34 | 32 |
| 4 | 7 | 13 | 10 | 9 |
| 12 | 9 | 10 | 4 | 11 |
| | 4 | 26 | 10 | 43 |
| | 12 | 27 | 14 | 9 |
| | 29 | 27 | 14 | 9 |



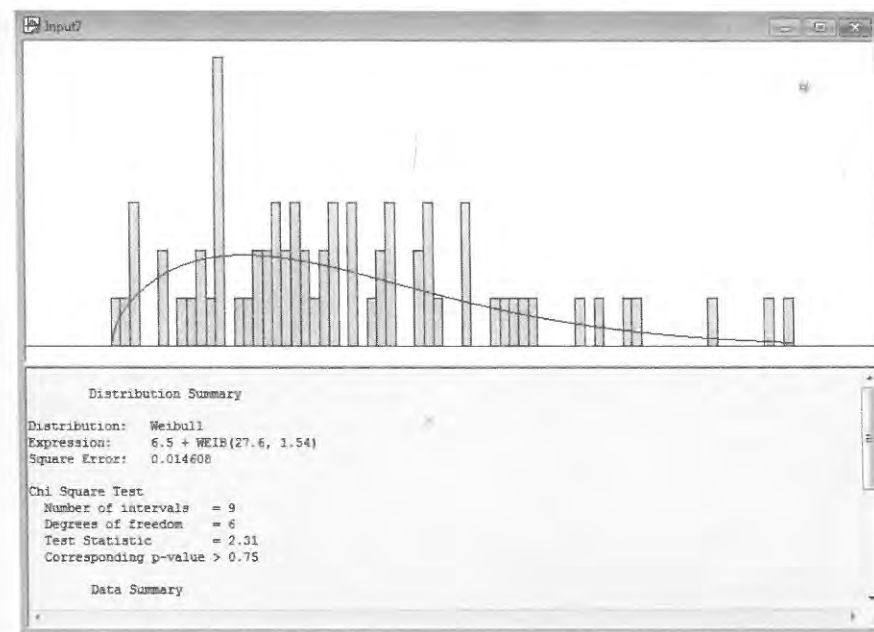
$$.6.5 + WEIB(27.6, 1.54)$$

داده‌های مدت تسویه حساب بنزین:

Notepad - Notepad.doc

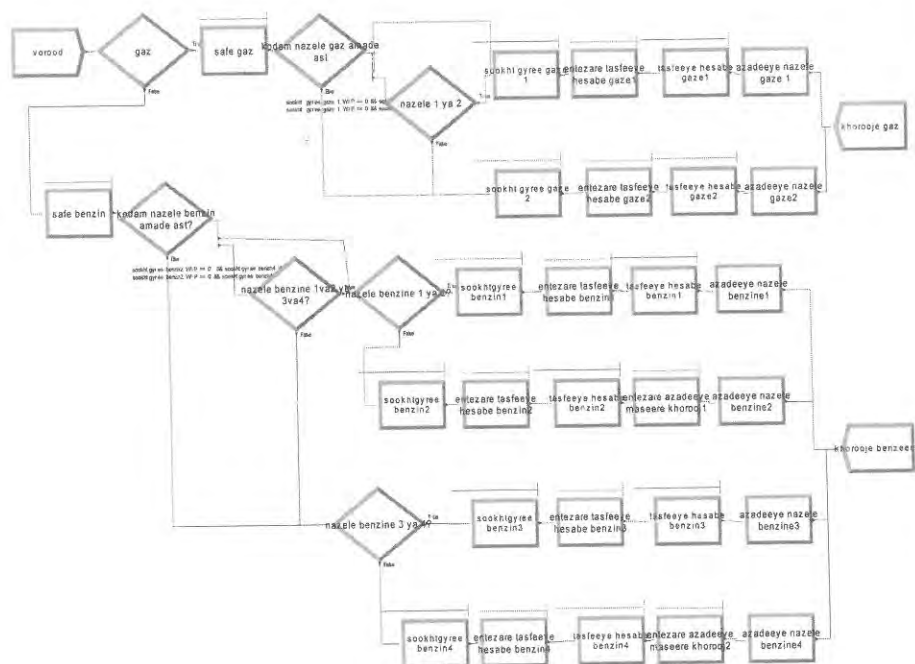
| | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 9 | 8 | 24 | 40 | 44 | 9 | 34 | 26 | 18 | 40 | 56 | 35 | 27 | 24 |
| 51 | 78 | 25 | 18 | 30 | 9 | 49 | 39 | 18 | 23 | 40 | 29 | 41 | 14 |
| 44 | 7 | 24 | 20 | 17 | 18 | 30 | 25 | 36 | 16 | 32 | 22 | 36 | 18 |
| 70 | 30 | 44 | 48 | 76 | 27 | 26 | 32 | 26 | 47 | 18 | 16 | 12 | 23 |
| 50 | 22 | 35 | 62 | 15 | 21 | 61 | 58 | 36 | 29 | 39 | 12 | 28 | 32 |

اکنون این فایل text را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم:

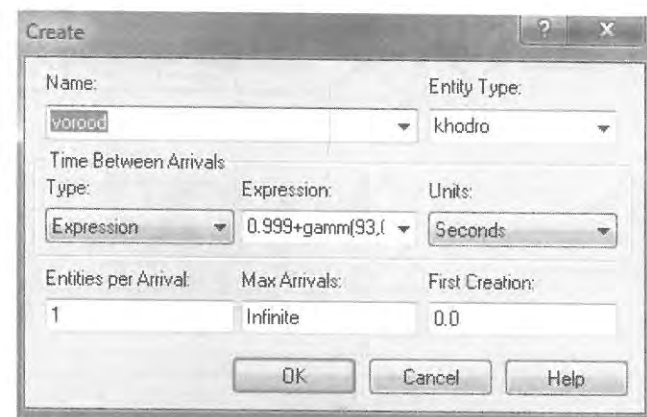


اکنون که با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع‌های آماری مناسب را برای مدت بین دو ورود (مدت زمان بین دو ورود متوالی)، مدت سوخت‌گیری گاز، مدت سوخت‌گیری بنزین، مدت تسویه حساب گاز و مدت تسویه حساب بنزین تعیین کردیم؛ قصد داریم با توجه به توصیفی که در ابتدا از این جایگاه سوخت داشتیم؛ سیستم آن را شبیه‌سازی کنیم.

نمای کامل مدلی را که برای این جایگاه سوخت خواهیم ساخت؛ در زیر مشاهده می‌کنید:



اکنون مراحل دقیق ساخت این مدل را مرحله به مرحله و به طور کامل شرح می‌دهیم. ابتدا یک پنجره مدل جدید با استفاده از (یا File > New یا ctrl+n) باز کنید. در همین مرحله می‌توانید برای مدل خود یک نام انتخاب کرده؛ آن را ذخیره کنید. برای ورود خودروها به جایگاه یک ماژول Create را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. روی این ماژول دو مرتبه کلیک کرده تا پنجره مربوط به آن باز گردد. شکل زیر را مشاهده نمایید و توجه کنید که چه اطلاعاتی را در این پنجره وارد کرده‌ایم:

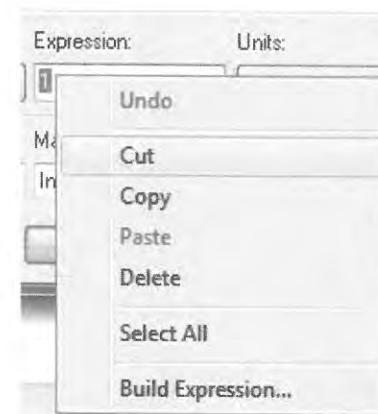


ما برای نام این ماژول vorod را انتخاب و این نام را در کادر Name وارد کرده‌ایم.

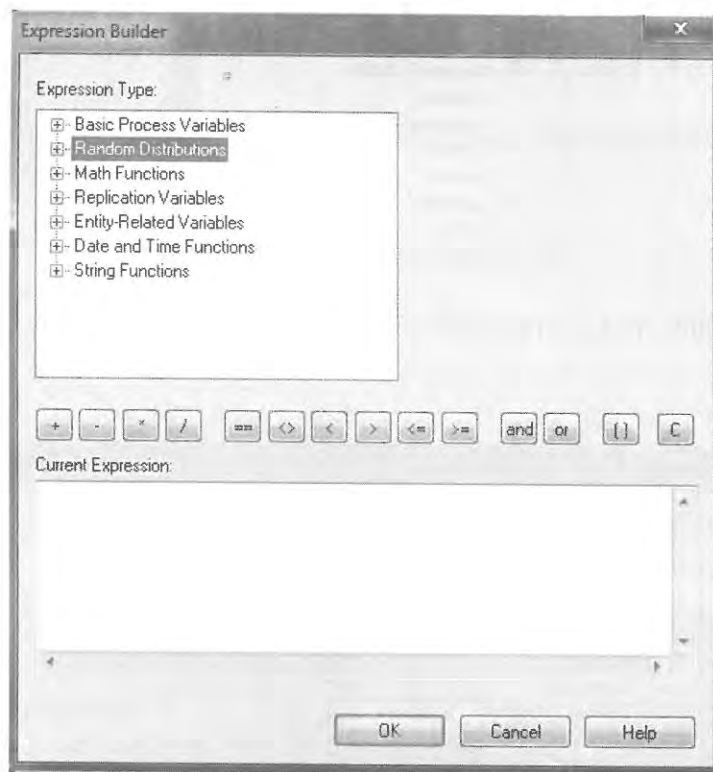
اکنون برای وارد کردن توزیع ورود خودروها به جایگاه سوخت در بخش Type گزینه Expression را انتخاب کنید:



حال در کادر Expression کلیک راست کرده؛ سپس گزینه‌ی Build Expressi را انتخاب کنید:



با این انتخاب پنجره‌ی زیر گشوده می‌شود:



همان‌طور که به یاد دارید توزیعی که برای ورود خودروها به جایگاه سوخت با استفاده از Input Analyzer تعیین شد؛ عبارت $0.999 + GAMM(93, 0.657)$ بود. همین عبارت را در کادر Current Expression وارد کنید. برای ساختن این عبارت می‌توانید از علائم موجود در کادر زیر استفاده نمایید:



و برای وارد کردن توزیع Gamma می‌توانید در کادر Expression Type روی Random Distributions کلیک کرده؛ از آنجا توزیع Gamma را انتخاب کنید:

اکنون بر روی ماژول داده‌ی Entity در پنل Basic Process یک مرتبه کلیک کنید تا صفحه گسترده مربوط به آن باز شود. در اینجا تنها در قسمت Initial Picture گزینه Picture.Van را انتخاب کرده ایم:

| Entity Type | Initial Picture | Holding Cost / Hour | Initial VA Cost | Initial NVA Cost | Initial Waiting Cost | Initial Tran Cost | Initial Other Cost | Report Statistics |
|-------------|-----------------|---------------------|-----------------|------------------|----------------------|-------------------|--------------------|-------------------------------------|
| 1 khodro | Picture.Van | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | ☒ |

Double-click on row.

Picture.Telephon
Picture.Truck
Picture.Van
Picture.Widgets
Picture.Woman
Picture.Yellow E
Picture.Yellow F

همان طور که در توصیف این ایستگاه گاز گفته شد؛ پس از ورود خودرو به جایگاه، ۵۴ درصد احتمال دارد که خودرو به سمت پمپ گاز و ۴۶ درصد به سمت پمپ های بنزین برود. این احتمال ها را با یک ماژول Decide تعریف می کنیم. این ماژول Decide را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید و روی آن دو مرتبه کلیک نمایید تا پنجره مربوط به آن باز گردد. اطلاعاتی را که لازم است در پنجره مربوط به این ماژول وارد نمایید در شکل زیر مشاهده می کنید:

Decide

Name: Type:

Percent True (0-100): %

OK Cancel Help

برای وارد کردن این مقادیر ابتدا در کادر Type این ماژول گزینه 2-way by Chance را انتخاب کنید:

Type:

2-way by Chance
2-way by Chance
2-way by Condition
N-way by Chance
N-way by Condition

Expression Type:

Random Distributions

- Beta
- Continuous Probability
- Discrete Probability
- k-Erlang
- Exponential
- Gamma
- Johnson
- Lognormal
- Normal
- Poisson

پس از آن که توزیع مشخص شده یعنی عبارت $0.999 + GAMM(93, 0.657)$ را وارد کردید؛ روی گزینه ی OK کلیک کنید:

Expression Builder

Expression Type: Random Distributions

Scale Parameter Beta:

Shape Parameter Alpha:

Current Expression:

OK Cancel Help

برای ذخیره شدن اطلاعاتی که وارد ماژول Create کردید؛ روی گزینه ی OK این ماژول نیز کلیک نمایید.

سپس بر روی کادر Percent True، درصد مورد نظر یعنی ۵۴ را تایپ نمایید:

Percent True (0-100):
54 %

آرنا این مقدار را به مسیر True ماژول Decide اختصاص می‌دهد. نیازی به وارد کردن مقدار باقی مانده یعنی مقدار ۴۶ درصد نیست و نرم افزار آرنا به طور خودکار این مقدار را به مسیر Else ماژول Decide اختصاص می‌دهد:



این ماژول تعیین می‌کند که خودروی وارد شده جهت سوخت‌گیری سمت پمپ گاز می‌رود یا سمت پمپ‌های بنزین. فرض کنیم خودرویی وارد شده به جایگاه به سمت پمپ گاز برود پس در ابتدا شبیه‌سازی را برای این بخش انجام می‌دهیم.

خودرویی که وارد بخش سوخت‌گیری گاز جایگاه می‌شود تنها در صورتی می‌تواند سوخت‌گیری کند که یکی از پمپ‌ها خالی باشد. در غیر این صورت باید در صف پمپ گاز بایستد. از طرفی این صف در فاصله‌ای دورتر از پمپ‌ها تشکیل می‌شود و هرگاه یکی از پمپ‌ها آزاد گردد یک خودرو می‌تواند اقدام به سوخت‌گیری کند. برای تعریف چنین صفی از ماژول Hold در پنل Advanced Process استفاده می‌کنیم. این ماژول را به پنجره مدل خود ضمیمه کرده؛ سپس بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که ما برای مدل خود در این پنجره وارد کرده‌ایم؛ مشاهده کنید:

Hold

Name: safe_gaz Type: Scan for Condition

Condition: sookht gyree gaze 1.WIP == 0 || sookht gyree gaze 2.WIP =

Queue Type: Queue

Queue Name: safe_gaz.Queue

OK Cancel Help

همان‌طور که گفته شد این ماژول به این منظور در نظر گرفته می‌شود که تا زمانی که هر دو پمپ گاز مشغول‌اند؛ خودروها را در صف نگه دارد و تنها هنگامی که یکی از پمپ‌ها آزاد شد؛ اجازه دهد خودروی بعدی برای سوخت‌گیری به کنار پمپ برود. ما برای این ماژول نام safe_gaz را انتخاب کرده‌ایم.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید؛ در کادر Type گزینه‌ی Scan for Condition را انتخاب کرده‌ایم به این معنی که باید شرطی که تعریف خواهیم کرد بررسی گردد و تنها هنگامی که این شرط برقرار بود اجازه داده شود یک خودرو از صف خارج گردد:

Type:

Scan for Condition

Wait for Signal

Scan for Condition

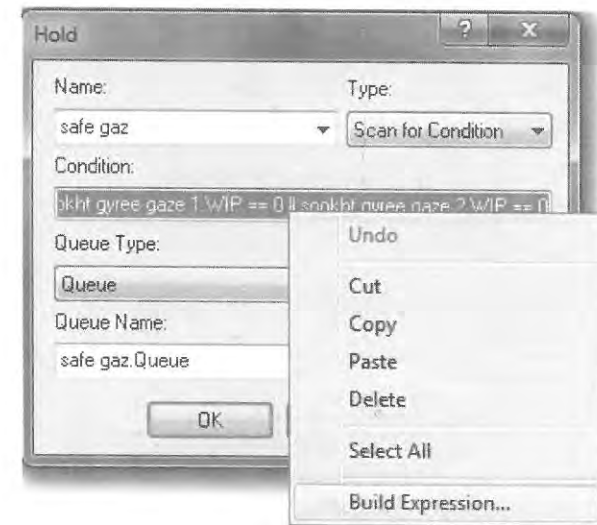
Infinite Hold

برای ساختن عبارت شرطی مورد نظر در کادر Condition راست کلیک کرده؛ سپس گزینه‌ی Build Expression را انتخاب کنید:

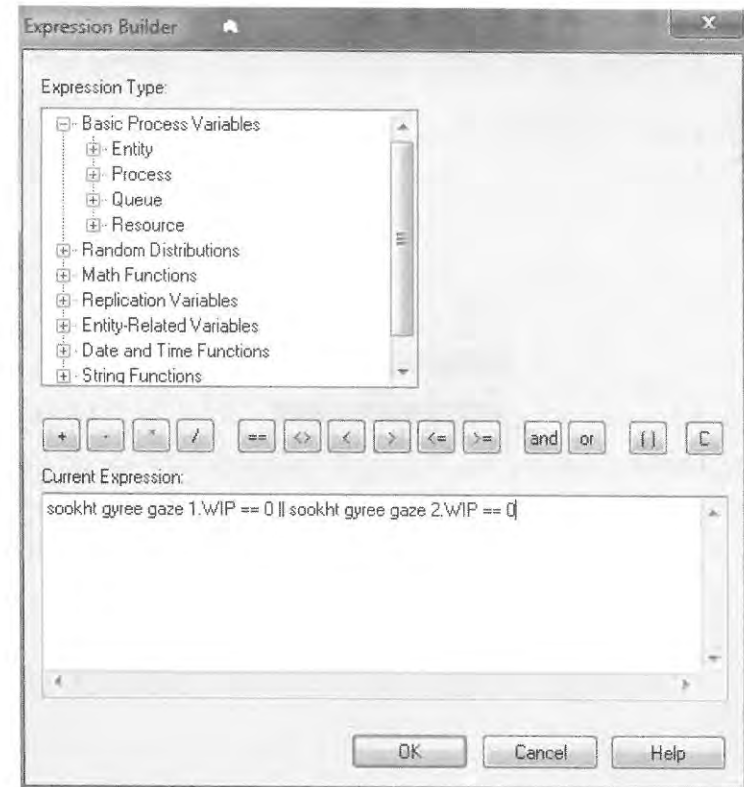
در تصویر قبل به عبارت شرطی که در کادر Current Expression ساخته‌ایم؛ دقت کنید:

`sookht gyree gaze 1.WIP == 0 || sookht gyree gaze 2.WIP == 0`

معنی این عبارت به این صورت است: تعداد خودرو در فرآیند سوخت‌گیری پمپ ۱ صفر باشد (عبارت سمت چپ) یا (علامت ||) تعداد خودرو در فرآیند سوخت‌گیری پمپ ۲ صفر باشد (عبارت سمت راست). برای ساختن این عبارت به صورتی که شرح داده خواهد شد عمل می‌کنیم. در کادر Expression Type روی گزینه‌ی Basic Process Variables پس از آن بر روی گزینه Process کلیک کرده؛ سپس Number In Process را انتخاب می‌کنیم. با این انتخاب کادر جدیدی به نام Process Name در سمت راست باز می‌شود که در آن باید نام ماژول Process مورد نظر خود را انتخاب کنیم. همان‌طور که در شکل زیر مشاهده می‌کنید ما ماژول Process با نام `sookht gyree gaze 1` را انتخاب کرده‌ایم. اگر در حال حاضر در کادر فوق ماژولی با این نام مشاهده نمی‌کنید اصلاً نگران نشوید. دلیل آن این است که شما هنوز در مدل خود این ماژول را تعریف نکرده‌اید اما چون مدل ما کامل بود این نام در کادر Process Name موجود است. در ادامه خواهیم دید که این همان نامی است که برای فرآیند سوخت‌گیری نازل گاز ۱ در ماژول Process انتخاب خواهیم کرد. در این قسمت تنها قصد داریم شما را با ساختن این عبارت‌ها آشنا کنیم و شما پس از تعریف این ماژول‌ها در مدل خود می‌توانید این عبارت‌ها را هم به ترتیبی که شرح می‌دهیم؛ تکمیل کنید. در هر حال پس از انتخاب نام `sookht gyree gaze 1` از کادر Process Name عبارت `sookht gyree gaze 1.WIP` را در کادر Current Expression مشاهده خواهید کرد، که به معنی تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری نازل گاز ۱ می‌باشد:



پنجره‌ی زیر گشوده خواهد شد:

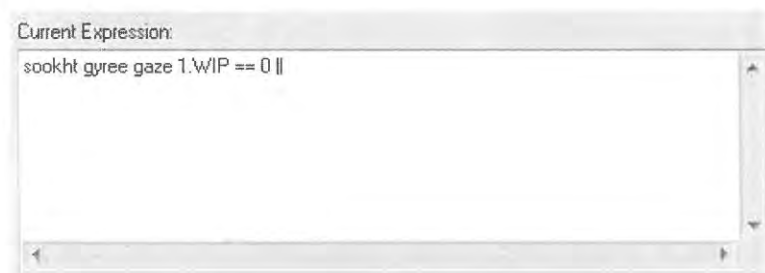




تا اینجا عبارت تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ گاز ۱ برابر صفر باشد را ساخته‌ایم. در ادامه، توجه کنید که در مجموعه‌ی علائم موجود در کادر زیر دو گزینه **or** و **and** نیز موجود است:

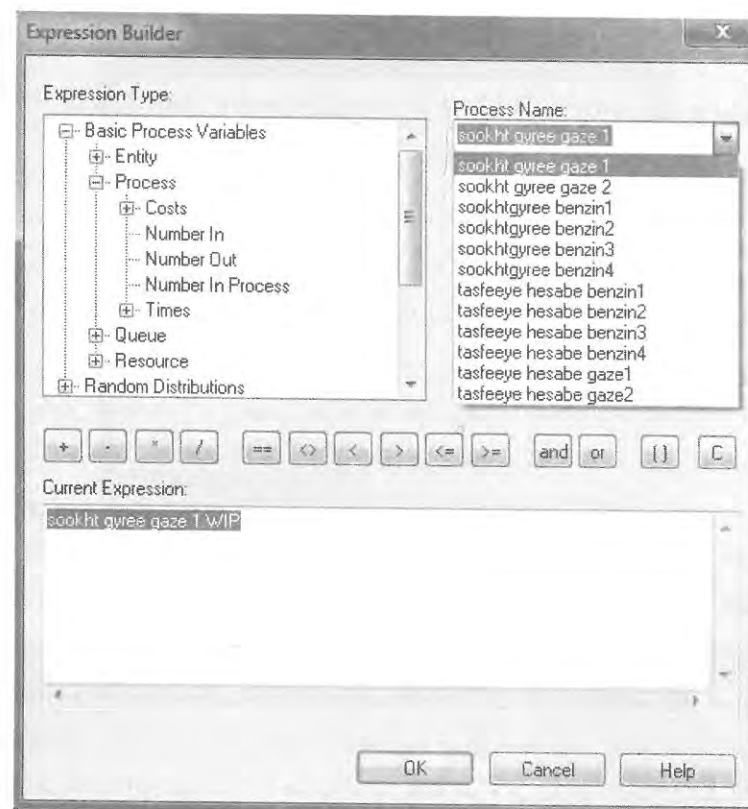


همان‌طور که پیش از این گفته شد؛ می‌خواهیم در این ماژول عبارت شرطی را به گونه‌ایی بسازیم که اگر تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ گاز ۱ برابر صفر و در فرآیند سوخت‌گیری پمپ گاز ۲ برابر صفر باشد؛ اجازه دهد یک خودرو از صف خارج شده؛ وارد فرآیند سوخت‌گیری شود. به همین دلیل گزینه **or** را انتخاب می‌کنیم. با این انتخاب علامت **||** بعد از عبارتی که قبلاً تعریف کرده بودیم؛ قرار می‌گیرد:



اکنون به همان شیوه‌ایی که عبارت $\text{sookht gyree gaze 1.WIP} == 0$ را تعریف کردیم؛ عبارت $\text{sookht gyree gaze 2.WIP} == 0$ را تعریف می‌کنیم (در ادامه خواهید دید که برای فرآیند سوخت‌گیری نازل گاز ۲ در ماژول Process نام $\text{sookht gyree gaze 2}$ را انتخاب کرده‌ایم).

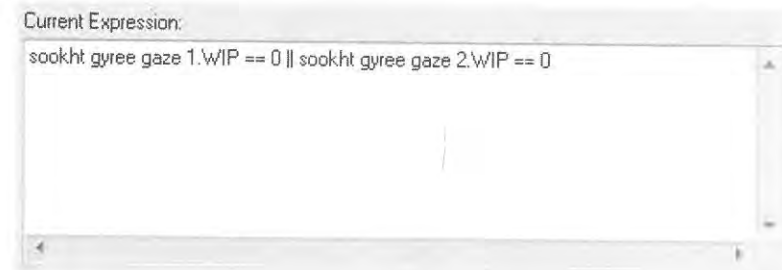
تکمیل شده عبارت مورد نظر ما را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



اکنون می‌خواهیم این عبارت (تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری نازل گاز ۱) را برابر با صفر قرار دهیم. با استفاده از علائم موجود در کادر زیر علامت **==** را انتخاب کرده:



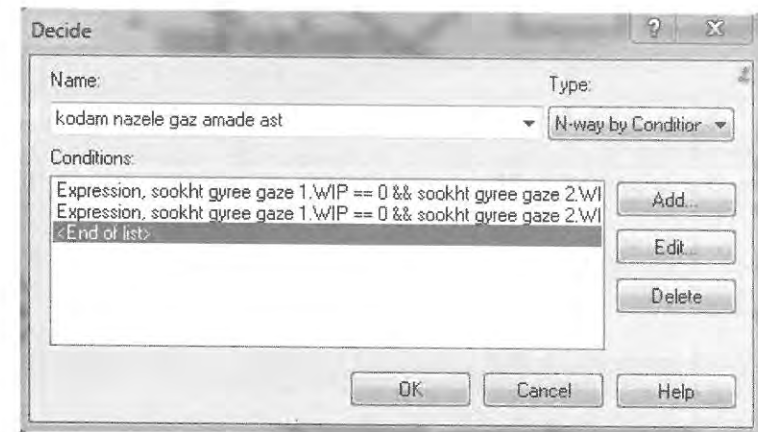
و سپس از صفحه کلید عدد ۰ را وارد می‌کنیم. عبارتی که در کادر Current Expression مشاهده خواهید کرد؛ به صورت زیر است:



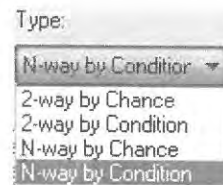
در پایان بر روی گزینه‌های OK کلیک کنید تا عبارت وارد شده در این ماژول ذخیره گردد.

پس از اینکه یکی از نازل‌ها آماده سرویس دهی شد (یعنی یکی از پمپ‌ها آزاد شد). خودرو باید به سمت همان نازل حرکت کند. هدایت خودرو به سمت نازل آماده سرویس دهی به وسیله یک ماژول Decide صورت می‌گیرد.

یک ماژول Decide را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. روی این ماژول دو مرتبه کلیک کرده تا پنجره مربوط به آن باز گردد. اطلاعاتی را که در پنجره مربوط به این ماژول وارد کرده‌ایم؛ را در شکل زیر ببینید:

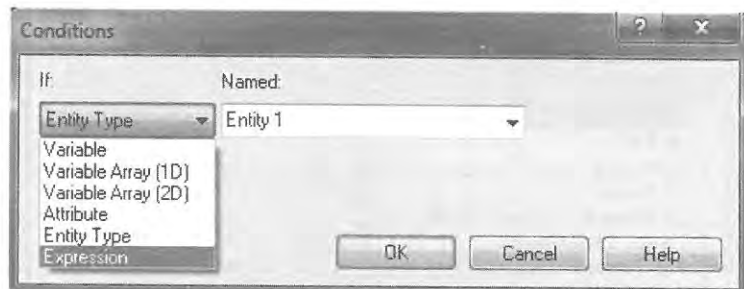


برای این ماژول نام kodam nazele gaz amade ast را در نظر گرفته‌ایم. همانطور که مشاهده می‌کنید در کادر Type گزینه‌ی N-way by Condition را انتخاب کرده‌ایم:

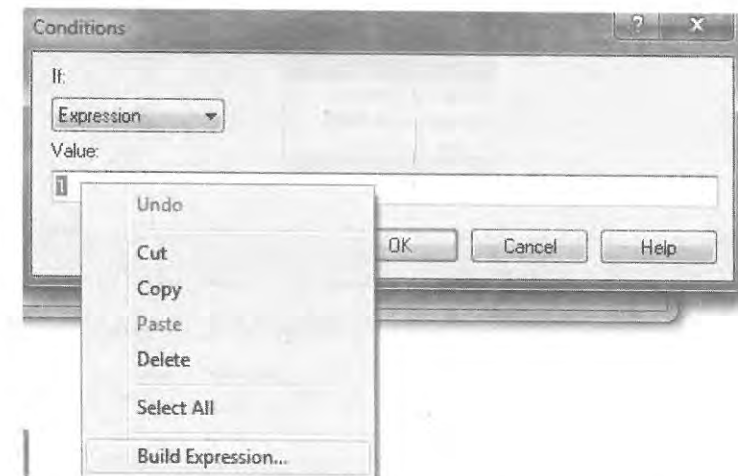


دلیل این انتخاب این است که سه حالت شاید رخ دهد. اگر تنها پمپ ۱ آزاد باشد خودرو به سمت این پمپ و اگر تنها پمپ ۲ آزاد باشد خودرو به سمت آن حرکت می‌کند و اگر هر دو پمپ آزاد باشند خودرو یکی از این پمپ‌ها را برای سوخت‌گیری به دلخواه برمی‌گزیند. بنابراین لازم است برای هر یک از حالت‌های گفته شده عبارت‌های مناسبی را در ماژول Decide تعریف کنیم.

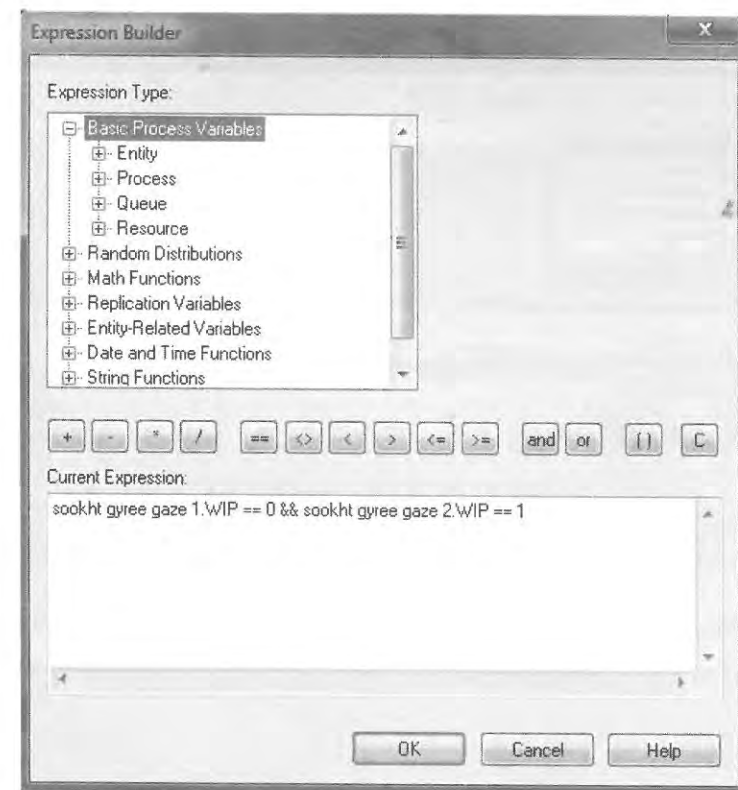
با کلیک بر روی گزینه‌ی Add در پنجره مربوط به این ماژول، پنجره‌ی جدیدی گشوده می‌شود. در کادر If این پنجره گزینه‌ی Expression را انتخاب کنید:



پس از آن در کادر Value راست کلیک کرده؛ و در آنجا گزینه Build Expression را انتخاب نمایید:



اکنون باید در کادر Curent Expression عبارت مورد نظر خود را بسازیم:



این عبارت به صورت زیر می‌باشد:

$\text{sookht gyree gaze 1.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{sookht gyree gaze 2.WIP} == 1$

مفهوم این عبارت به این ترتیب است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ ۱ برابر با صفر (عبارت سمت چپ) و (علامت &&) تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ ۲ برابر با یک باشد. (عبارت سمت راست) با این تعریف اگر پمپ ۱ آزاد و پمپ ۲ مشغول باشد خودرو به سمت پمپ شماره ۱ هدایت خواهد شد. اکنون باید بر روی گزینه‌ی OK کلیک کنیم تا عبارتی که ساخته‌ایم؛ ذخیره گردد.

همان‌طور که در قبل گفته شد سه وضعیت شاید رخ دهد. برای حالتی که پمپ ۱ آزاد و پمپ ۲ مشغول باشد؛ عبارت مناسب را ایجاد کردیم. اکنون می‌خواهیم به طریق مشابه برای حالتی که هر دو پمپ آزاد باشند یک عبارت مناسب بسازیم. برای انجام این کار مانند حالت قبل بر روی گزینه Add در پنجره مربوط به این ماژول Decide کلیک کرده؛ و مراحل گفته شده را انجام دهید. عبارتی را که این بار ایجاد می‌کنیم؛ در زیر مشاهده می‌کنید:

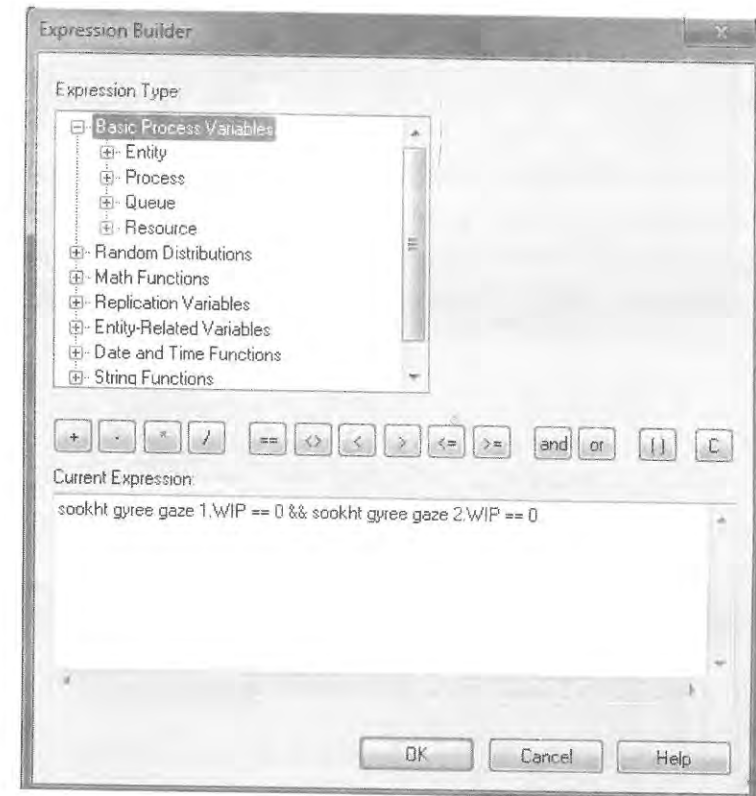
$\text{sookht gyree gaze 1.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{sookht gyree gaze 2.WIP} == 0$

مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ ۱ برابر با صفر (عبارت سمت چپ) و (علامت &&) تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ ۲ برابر با صفر باشد (عبارت سمت راست) با این تعریف اگر هر دو پمپ آزاد باشند خودرو به مسیری هدایت خواهد شد که در آنجا می‌تواند به طور دلخواه یکی از پمپ‌ها را برای سوخت‌گیری انتخاب کند. کادر مربوط به تعریف این عبارت را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



به طور خلاصه بر طبق آنچه در این ماژول تعریف کردیم در صورتی که تنها نازل گاز ۱ بی‌کار باشد؛ خودرو برای سوختگیری به آن نازل مراجعه می‌کند. (فلش بالایی سمت راست ماژول Decide را که در شکل مشاهده می‌کنید به ماژول مربوط به پمپ گاز ۱ متصل خواهیم کرد). اگر تنها نازل گاز ۲ بی‌کار باشد خودرو برای سوختگیری به آن نازل مراجعه می‌کند (فلش مسیر Else ماژول Decide که در شکل مشاهده می‌کنید؛ را به ماژول مربوط به پمپ گاز ۲ متصل خواهیم کرد) و اگر هر دو نازل بی‌کار باشند ۵۰ درصد احتمال دارد که خودرو به نازل گاز ۱ و ۵۰ درصد احتمال دارد که به نازل گاز ۲ مراجعه کند که این احتمال را در یک ماژول Decide تعریف خواهیم کرد (فلش پایینی سمت راست ماژول Decide را که در شکل مشاهده می‌کنید؛ به این ماژول Decide جدید متصل خواهیم کرد).

همان طور که گفته شد در صورتی که هر دو نازل آزاد باشند؛ خودرو می‌تواند یکی از این دو نازل را برای سوخت گیری انتخاب کند. احتمال انتخاب هر یک از دو نازل برابر با ۵۰ درصد است. این احتمال‌ها را با یک ماژول Decide تعریف می‌کنیم. این ماژول را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. و روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز گردد. اطلاعاتی را که لازم است در پنجره مربوط به این ماژول وارد نمایید، در شکل زیر مشاهده می‌کنید:

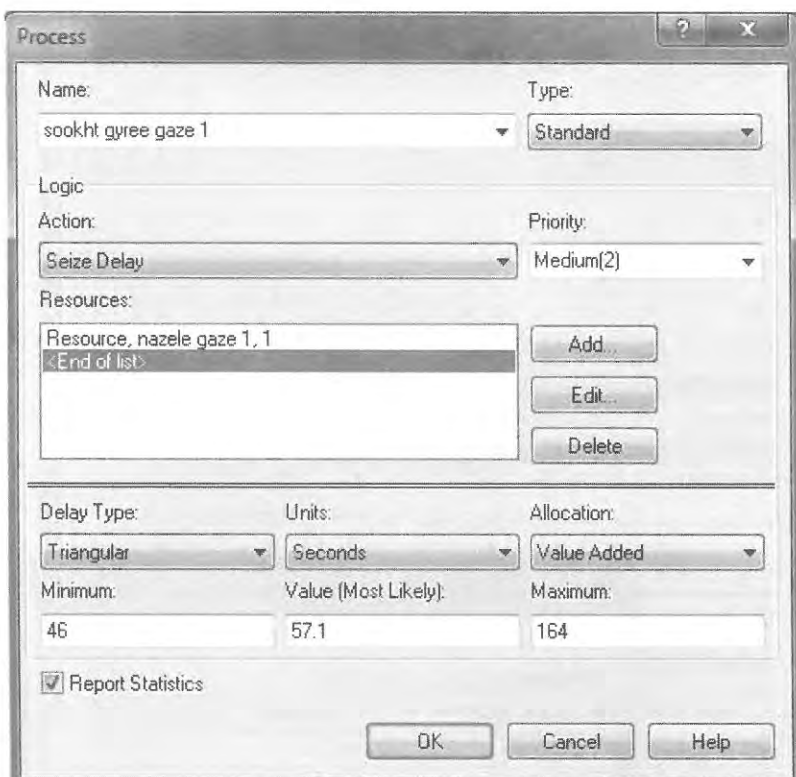


شیوه‌ی ساخت چنین عبارت‌هایی به همان ترتیبی است که قبلاً در ماژول Hold با نام safe gaz شرح داده شد.

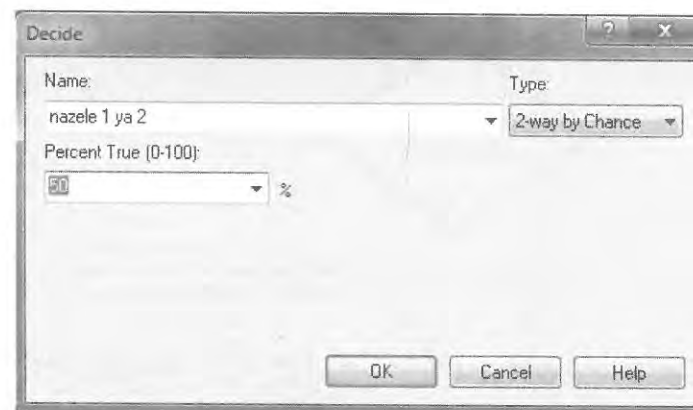
تاکنون عبارت‌های مناسب را برای حالتی که پمپ ۱ آزاد و پمپ ۲ مشغول است و حالتی که هر دو پمپ آزاد هستند؛ ساخته‌ایم. همان طور که به یاد دارید وضعیت دیگری که شاید رخ دهد حالتی است که پمپ ۱ مشغول و پمپ ۲ آزاد باشد. در اینصورت باید خودرو به سمت پمپ ۲ هدایت شود. برای این حالت نیاز به تعریف عبارت‌هایی مانند آنچه برای دو حالت قبلی ساختیم؛ نیست. در واقع مسیر Else این ماژول Decide، همان مسیر مورد نظر ماست. این ماژول را در شکل مشاهده می‌کنید:

اکنون نوبت به تعریف فرآیند سوخت گیری در نازل های ۱ و ۲ رسیده است. ما ماژول های مربوط به فرآیند سوخت گیری در پمپ ۱ را تشریح می کنیم. فرآیند سوخت گیری در پمپ ۲ به روش مشابه انجام می گیرد.

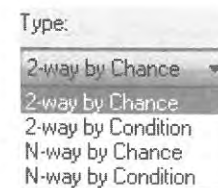
ابتدا یک ماژول Process را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. و بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می توانید تنظیمات ما را برای قسمت های مختلف این پنجره، مشاهده کنید:



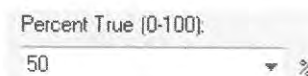
همان طور که مشاهده می کنید sookht gyree gaze 1 را به عنوان نام این ماژول انتخاب کرده ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه ی Seize Delay را انتخاب نموده ایم. (از فصل ششم به یاد دارید که Seize Delay به این معنی است که نهاد، در اینجا خودرو، وارد شده و منبع را که در اینجا نازل یا پمپ شماره ۱ است اشغال می کند اما آن را رها نمی کند و فرض بر این است که منبع را در جای دیگری از مدل رها خواهد کرد). دلیل انتخاب گزینه ی



برای وارد کردن این مقدار (۵۰ درصد) ابتدا در کادر Type این ماژول گزینه 2-way by Chance را انتخاب کنید:



سپس بر روی کادر Percent True، درصد مورد نظر یعنی ۵۰ را تایپ کنید:



آرنا این مقدار را به مسیر True ماژول Decide اختصاص می دهد. نیازی به وارد کردن مقدار باقی مانده یعنی مقدار ۵۰ درصد دیگر نیست و نرم افزار آرنا به طور خودکار این مقدار را به مسیر False ماژول Decide اختصاص می دهد:



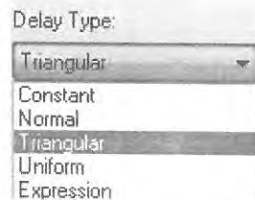
Seize Delay این است که یک خودرو پس از فرآیند سوخت‌گیری تا زمانی که تسویه حساب نگرفته است؛ جلوی نازل باقی می‌ماند و تا آن زمان این نازل آزاد نشده؛ مجاز به سرویس دهی به مشتری جدید نیست. ما فرآیند تسویه حساب را در یک ماژول Process جداگانه تعریف کرده؛ پس از آن که خودرو تسویه حساب انجام داد اجازه آزاد شدن نازل یا پمپ ۱ را خواهیم داد.

در ادامه‌ی تکمیل ماژول مربوط به پمپ گاز ۱، مورد دیگری که باید انجام دهیم این است که در بخش Resource این ماژول بر روی گزینه‌ی Add کلیک و در کادر Resource Name نام 1 nazele gaze را وارد کرده و سپس روی گزینه OK کلیک کنیم. به شکل زیر توجه نمایید:



به یاد دارید که با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان سوخت‌گیری گاز به وسیله Input Analyzer یک توزیع مثلثی بود به صورت:

$TRIA(46,57.1,164)$. در این ماژول با استفاده از همین توزیع، مدت زمان سوخت‌گیری خودرو مشخص شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید در کادر Delay Type نوع توزیع مثلثی، Triangular، انتخاب شده است:



و سپس در کادرهای پایین آن داده‌های مربوط به این توزیع مثلثی ثبت شده است:

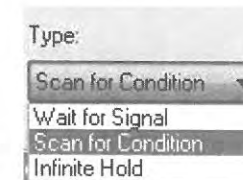
| Minimum: | Value (Most Likely): | Maximum: |
|----------|----------------------|----------|
| 46 | 57.1 | 164 |

در انتها لازم است روی گزینه‌ی OK این ماژول کلیک کنیم تا مواردی که تکمیل کرده‌ایم؛ ثبت شوند.

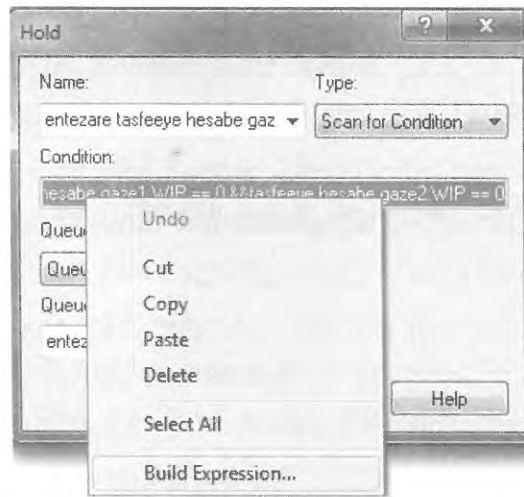
همان‌طور که در توصیف این پمپ‌های گازها گفته شد؛ این دو پمپ یک مسئول تسویه حساب دارند. در هر خودرو پس از پایان سوخت‌گیری اگر مسئول تسویه حساب گاز بی‌کار باشد؛ اقدام به تسویه حساب می‌کند و در غیر این صورت منتظر می‌ماند تا مسئول تسویه حساب گاز بی‌کار شود تا بتواند تسویه حساب نماید. بنابراین برای این بخش هم نیاز به تعریف یک صف داریم. برای تعریف چنین صفی از ماژول Hold در پنل Advanced Process استفاده می‌کنیم. این ماژول را به پنجره مدل خود ضمیمه کرده؛ سپس بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که ما برای مدل خود در این پنجره وارد کرده‌ایم مشاهده کنید:



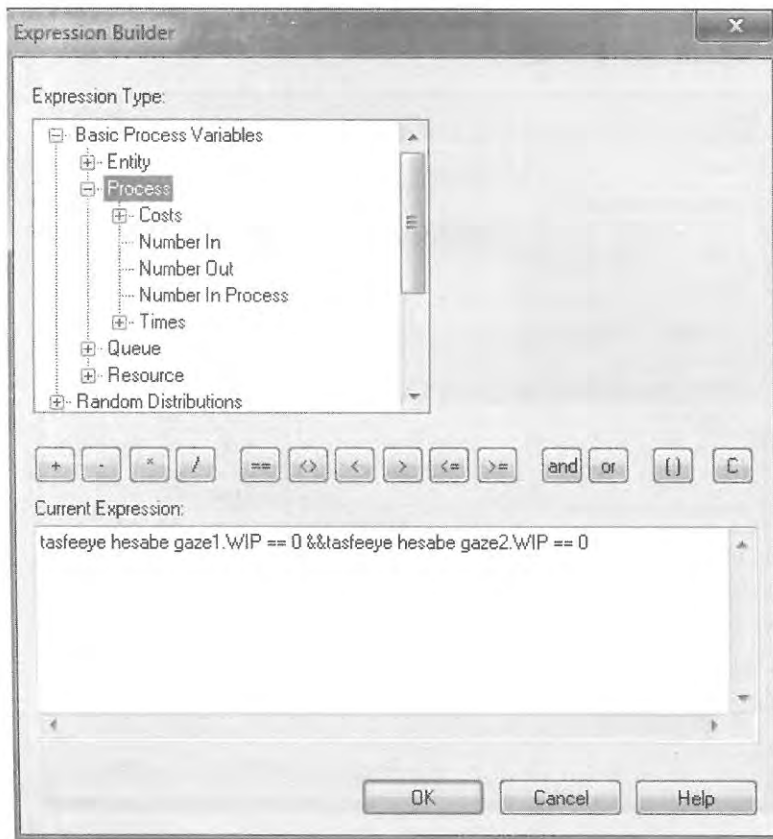
همان طور که مشاهده می‌کنید؛ در کادر Type گزینه‌ی Scan for Condition را انتخاب کرده‌ایم به این معنی که باید شرطی که تعریف خواهیم کرد؛ بررسی گردد و تنها هنگامی که این شرط برقرار بود؛ اجازه داده شود یک خودرو از صف خارج گردد:



برای ساختن عبارت شرطی مورد نظر در کادر Condition راست کلیک کرده؛ سپس گزینه Build Expression را انتخاب کنید:



عبارتی که برای این ماژول ساخته‌ایم به‌صورت زیر است:



در تصویر قبل به عبارت شرطی که در کادر Current Expression ساخته‌ایم؛ دقت کنید:

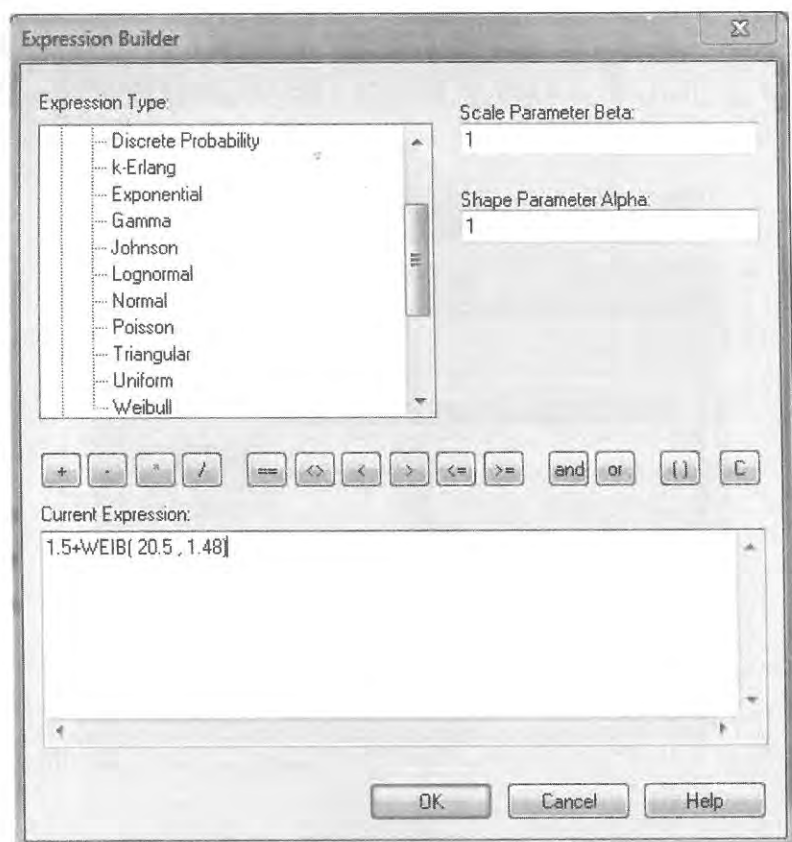
`tasfeeye hesabe gaze1.WIP == 0 && tasfeeye hesabe gaze2.WIP == 0`

مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب پمپ ۱ برابر با صفر (عبارت سمت چپ) و (علامت &&) تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب پمپ ۲ برابر با صفر باشد. (عبارت سمت راست). این ماژول برای این در نظر گرفته شده که خودرو پس از سوخت‌گیری تا زمانی که تسویه حساب نکرده باید جلوی نازل بایستد. هر زمان که مسئول تسویه حساب گاز بی‌کار شود؛ این خودرو می‌تواند تسویه حساب کند. شیوه‌ی ساخت چنین عبارت‌هایی به همان ترتیبی است که قبلاً در ماژول Hold با نام safe gaz شرح داده شد. روند تسویه حساب در ماژول زیر در نظر گرفته شده است.

یک ماژول Process را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. و بر روی آن دو مرتبه کلیک نمایید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات قسمت‌های مختلف این پنجره را مشاهده کنید:

همان‌طور که مشاهده می‌کنید tasfeeye hesabe gaze1 را برای نام این ماژول در نظر گرفته‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب کرده‌ایم که نشان می‌دهد می‌خواهیم در این ماژول وقتی نهاد (در مدل فوق خودرو) وارد شد؛ منبع (در اینجا مسئول تسویه حساب) را اشغال کند (پس از انتظار مورد قبول در صف)، سپس بر طبق توزیعی که در بخش بعدی مشخص می‌شود؛ تاخیر اتفاق بیفتد، و پس از آن نهاد منبع را رها کند به طوری که سایر نهادها بتوانند آن را تصاحب کنند.

در ادامه‌ی تکمیل ماژول مربوط به پمپ گاز ۱، مورد دیگری که باید انجام دهیم این است که در بخش Resource این ماژول بر روی گزینه‌ی Add کلیک و در کادر Resource Name نام masoole tasfeeye hesabe gaz را وارد کرده، سپس روی گزینه‌ی OK کلیک کنیم. به شکل زیر توجه کنید:



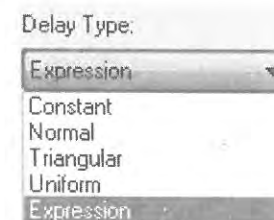
در پایان بر روی گزینه‌های OK کلیک می‌کنیم تا اطلاعاتی که وارد کرده‌ایم؛ ذخیره گردد.

پس از پایان تسویه حساب خودرو باید از جلوی نازل برود؛ بنابراین نازل گاز آزاد می‌شود و می‌تواند به مشتری بعدی سرویس دهد. همان‌طور که به یاد دارید در ماژول Process که برای فرآیند سوخت‌گیری پمپ ۱ تعریف نمودیم؛ گزینه‌ی Seize Delay را انتخاب کردیم و توضیح دادیم که دلیل انتخاب گزینه‌ی Seize Delay این است که یک خودرو پس از فرآیند سوخت‌گیری تا زمانی که تسویه حساب نکرده است؛ جلوی نازل باقی می‌ماند و تا آن زمان این نازل آزاد نشده و مجاز به سرویس دهی به مشتری جدید نیست. سپس فرآیند تسویه حساب را در یک ماژول Process جداگانه تعریف کردیم. اکنون پس از تسویه حساب خودرو باید اجازه آزاد شدن نازل یا پمپ ۱ را بدهیم. دستور آزادی نازل گاز ۱ و آماده شدن برای سرویس دهی به خودروی بعدی را در ماژول زیر تعریف می‌کنیم.

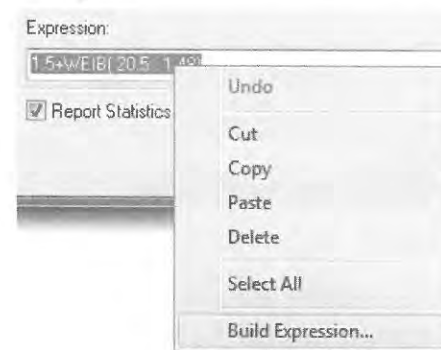
به یاد دارید که با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان تسویه حساب گاز به وسیله Input Analyzer یک توزیع بود به صورت:

$$1.5 + WEIB(20.5, 1.48)$$

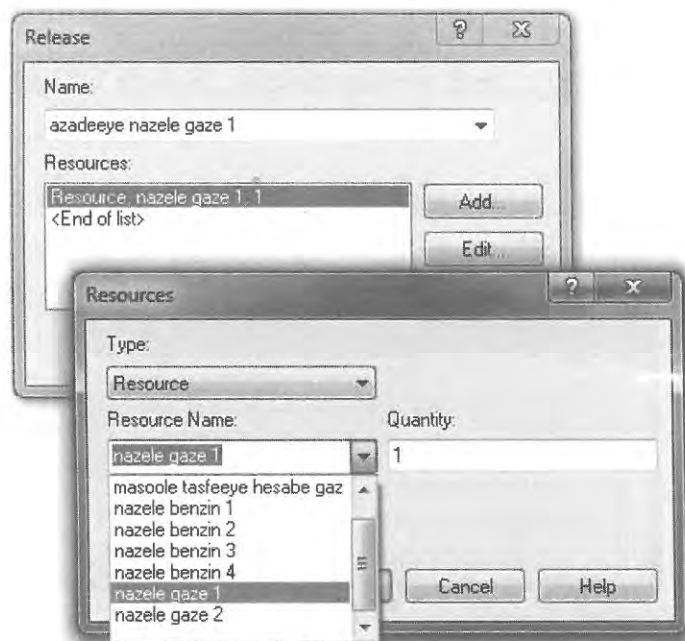
برای وارد کردن در کادر Delay Type گزینه Expression، را انتخاب می‌کنیم:



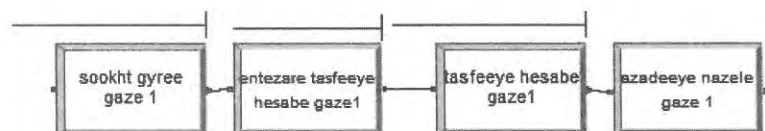
سپس در کادر Expression که ایجاد شده است، راست کلیک کرده؛ از آنجا گزینه Build Expression... را انتخاب می‌کنیم:



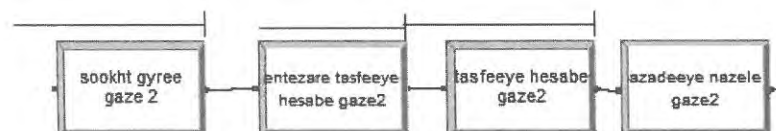
اکنون کافی است در کادر Current Expression عبارت $1.5 + WEIB(20.5, 1.48)$ را وارد کنیم. برای وارد کردن توزیع WEIB می‌توانید در کادر Expression Type روی Random Distributions کلیک کرده؛ از آنجا توزیع WEIB را انتخاب کنید:



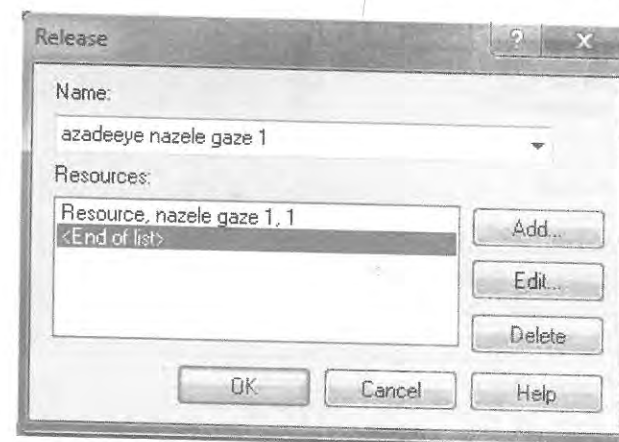
نمای کلی ماژول هایی را که برای فرآیند سوخت گیری در پمپ گاز شماره ۱، صف انتظار تسویه حساب گاز ۱، تسویه حساب گاز ۱ و آزادی پمپ شماره ۱ ساخته ایم؛ در شکل زیر مشاهده می کنید:



اگر خودرو برای سوخت گیری به نازل گاز شماره ۲ مراجعه کند؛ نیز همین روند تکرار می گردد و ماژول هایی مشابه حالت قبل برای آن ساخته می شود؛ به همین دلیل از توضیح دوباره این ماژول ها صرف نظر می کنیم. نمای کلی این ماژول ها را در شکل زیر مشاهده کنید:



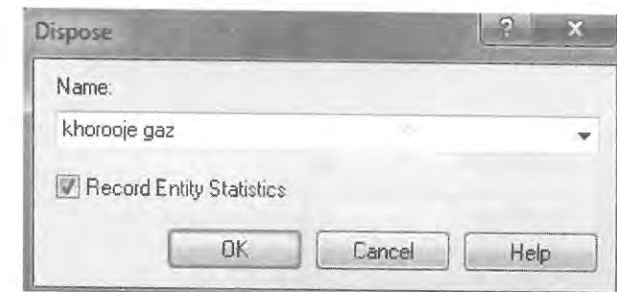
یک ماژول Release را از پنل Advanced Process به پنجره مدل خود ضمیمه کرد؛ بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می توانید تنظیمات این پنجره را مشاهده نمایید:



برای اضافه کردن منبع مورد نظر که در اینجا باید 1 nazele gaze باشد؛ روی گزینه Add این ماژول کلیک کرده سپس در کادر Resource Name از پنجره ای که باز شده گزینه 1 nazele gaze را انتخاب می کنیم:

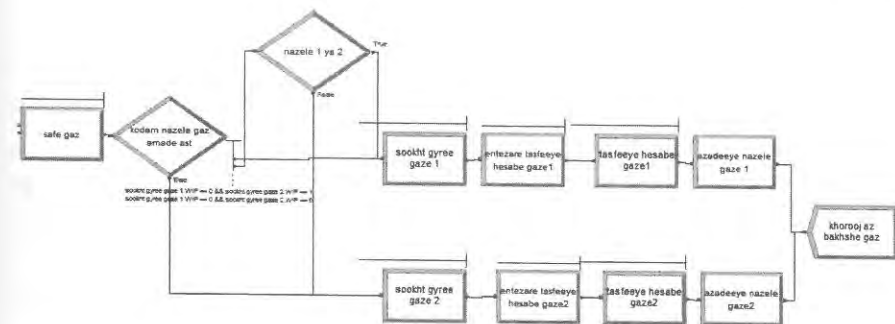
پس از آنکه خودروها در مسیر پمپ‌های گاز شماره‌ی ۱ یا ۲ عمل سوخت‌گیری و تسویه حساب را انجام دادند باید فرآیند خروج خودروها را از جایگاه تعریف کنیم. خروج خودرو از جایگاه به صورت زیر تعریف می‌شود.

یک ماژول Dispose را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کرده؛ بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود:



تنها چیزی که لازم است در این ماژول تکمیل گردد نام آن است. همان طور که مشاهده می‌کنید؛ برای آن نام khorooj az bakhsh gaz را در نظر گرفته‌ایم.

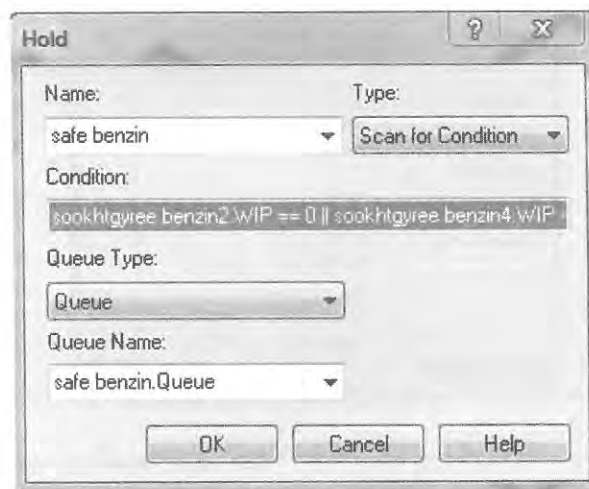
در شکل زیر تمامی ماژول‌های مربوط به بخش پمپ‌های گاز این ایستگاه و اتصال آن‌ها را به یکدیگر مشاهده می‌کنید:



تا اینجا کار شبیه‌سازی پمپ‌های گاز این جایگاه سوخت را به پایان رساندیم اما همان‌طور که در توصیف این جایگاه سوخت گفته شد بنا به آمار گرفته شده، ۵۴ درصد از خودروها جهت سوخت‌گیری به سمت پمپ‌های گاز و سایر خودروها به سمت پمپ‌های بنزین می‌روند. اکنون به شبیه‌سازی بخش پمپ‌های بنزین این جایگاه سوخت می‌پردازیم. فرض کنید خودرو پس از

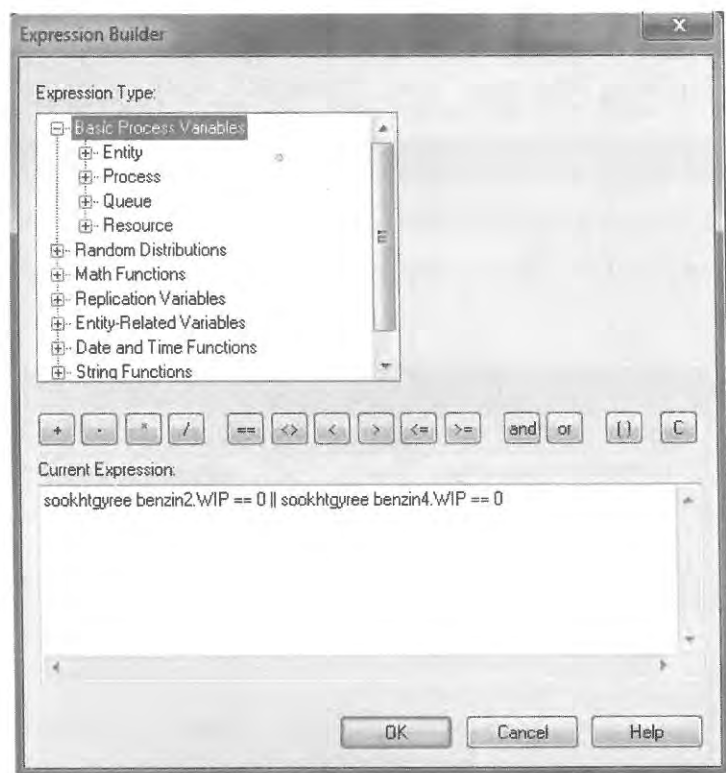
ورود به جایگاه برای سوخت‌گیری به سمت پمپ‌های بنزین برود. در این صورت طبق توصیف این جایگاه سوخت، خودرو باید در صف پمپ‌های بنزین بایستد که این صف در ماژول زیر تعریف می‌شود.

برای تعریف چنین صفی از ماژول Hold در پنل Advanced Process استفاده می‌کنیم. این ماژول را به پنجره مدل خود ضمیمه کرده؛ سپس بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که ما برای مدل خود در این پنجره وارد کرده‌ایم مشاهده کنید:



این ماژول به این دلیل در نظر گرفته می‌شود که تا زمانی که یکی از نازل‌های عقبی بنزین (نازل‌های ۲ یا ۴) آماده سرویس‌دهی گردد (در یکی از این نازل‌ها خودرویی برای سوخت‌گیری موجود نباشد). خودروهای ورودی در صف باقی بمانند و هرگاه یکی از این نازل‌ها آزاد شد اجازه داده شود یکی از خودروهای موجود در صف به سمت نازل حرکت کند. این شرط باعث می‌گردد که جلوی نازل‌ها صف تشکیل نشود. قابل توجه است که تا زمانی که یکی از نازل‌های عقبی آزاد نشده حتی اگر نازل‌های جلویی آزاد باشند؛ هیچ یک از نازل‌ها نمی‌توانند مشتری جدید بپذیرند.

همان طور که مشاهده می‌کنید؛ در کادر Type گزینه‌ی Scan for Condition را انتخاب کرده‌ایم به این معنی که باید شرطی که تعریف خواهیم کرد؛ بررسی گردد و تنها هنگامی که این شرط برقرار بود اجازه داده شود یک خودرو از صف خارج گردد:



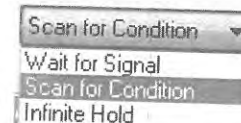
در تصویر قبل به عبارت شرطی که در کادر Current Expression ساخته‌ایم؛ دقت کنید:

$\text{sookhtgyree benzin2.WIP} == 0 \parallel \text{sookhtgyree benzin4.WIP} == 0$

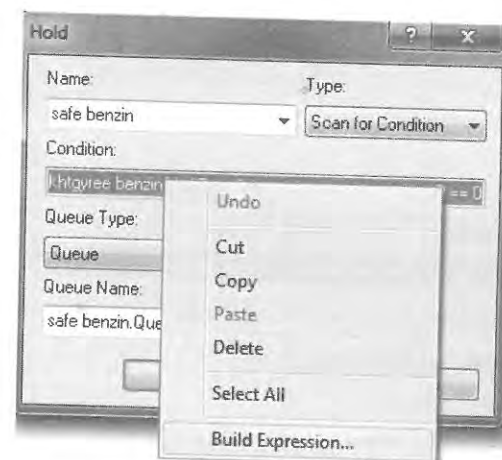
معنی این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری بنزین نازل ۲ برابر صفر (عبارت سمت چپ) یا (علامت ||) تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری بنزین پمپ ۲ برابر صفر باشد. (عبارت سمت راست). شیوه‌ی ساخت چنین عبارت‌هایی به همان ترتیبی است که قبلاً در مازول Hold بخش سوخت‌گیری گاز با نام safe gaz به طور کامل شرح داده شد (در ادامه مراحل شبیه سازی خواهید دید که sookhtgyree benzin2 و sookhtgyree benzin4 به ترتیب نام‌هایی هستند که برای مازول‌های Process مربوط به نازل‌های بنزین ۲ و ۴ انتخاب خواهیم کرد).

پس از آنکه یکی از نازل‌های عقبی بنزین (نازل‌های ۲ یا ۴) آماده سرویس دهی شدند؛ خودرو باید سمت همان نازل حرکت کند ولی اگر هر دو نازل عقبی آزاد باشند، برای هر یک ۵۰ درصد شانس وجود دارد که خودرو به سمت یکی از آن‌ها حرکت کند. پس از اینکه یکی از نازل‌ها

Type:



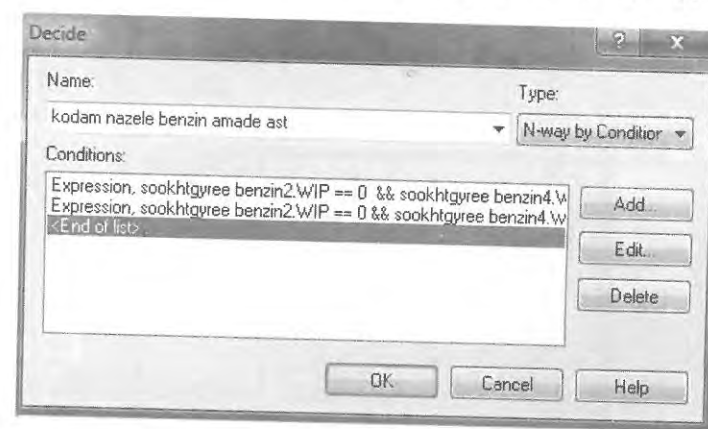
برای ساختن عبارت شرطی مورد نظر در کادر Condition راست کلیک کرده؛ سپس گزینه‌ی Build Expression را انتخاب کنید:



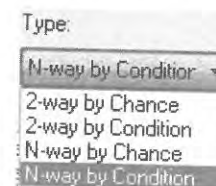
در این صورت پنجره زیر گشوده خواهد شد:

آماده سرویس دهی شد (یعنی یکی از پمپ‌ها آزاد شد)، خودرو باید به سمت همان نازل حرکت کند. هدایت خودرو به سمت نازل آماده سرویس دهی با یک ماژول Decide و به صورت زیر انجام می‌گیرد.

یک ماژول Decide را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه نمایید. روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز گردد. اطلاعاتی را که در پنجره مربوط به این ماژول وارد کرده‌ایم؛ در شکل زیر ببینید:

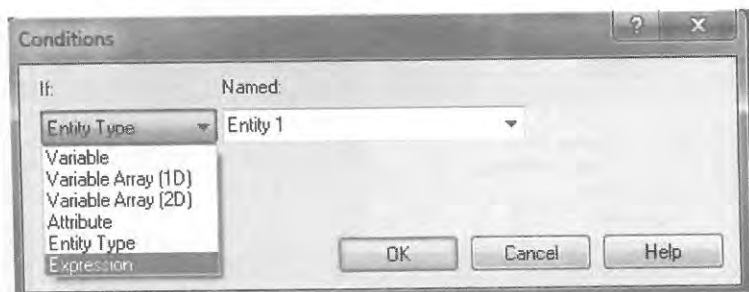


برای این ماژول نام kodam nazele benzin amade ast را در نظر گرفته‌ایم. همانطور که مشاهده می‌کنید در کادر Type گزینه‌ی N-way by Condition را انتخاب کرده‌ایم:

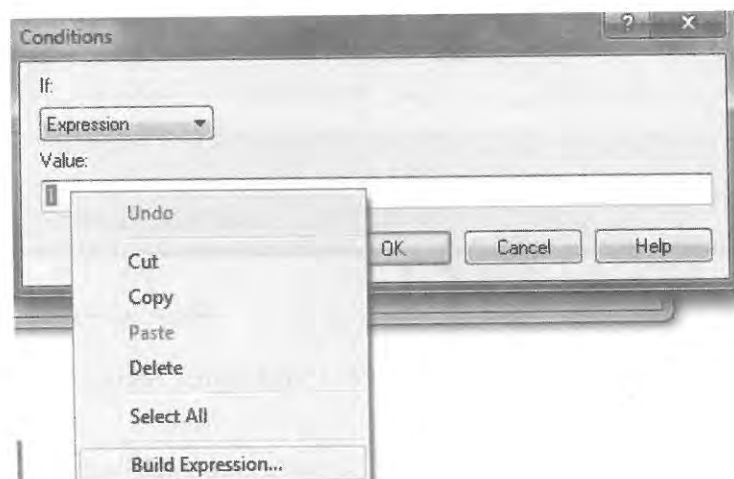


دلیل این انتخاب این است که شاید سه حالت رخ دهد. اگر نازل بنزین ۲ آزاد و نازل بنزین ۴ مشغول باشد، خودرو به سمت نازل بنزین ۲ و اگر نازل بنزین ۲ مشغول و نازل بنزین ۴ آزاد باشد خودرو به سمت نازل بنزین ۴ حرکت می‌کند و اگر هر دو نازل بنزین ۲ و ۴ آزاد باشند؛ خودرو به دلخواه یکی از این پمپ‌ها را برای سوخت‌گیری انتخاب می‌کند. بنابراین لازم است برای هر یک از حالت‌های گفته شده عبارت‌های مناسبی را در این ماژول Decide تعریف کنیم.

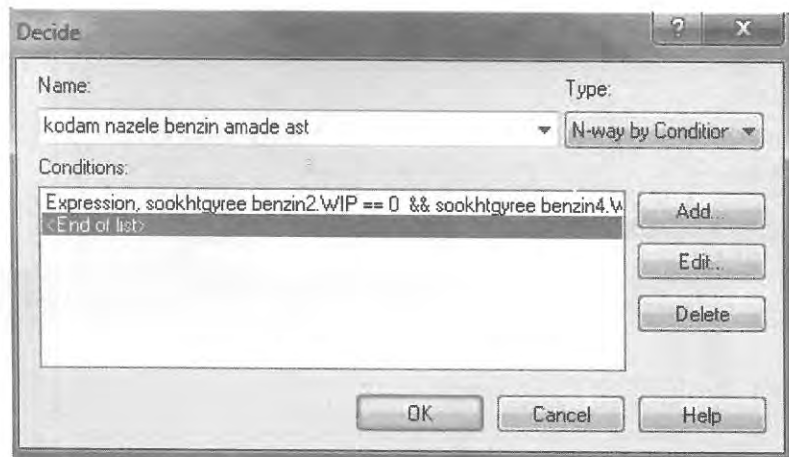
با کلیک بر روی گزینه‌ی Add در پنجره‌ی مربوط به این ماژول، پنجره‌ی جدیدی گشوده می‌شود. در کادر کشویی If این پنجره، گزینه‌ی Expression را انتخاب می‌کنیم:



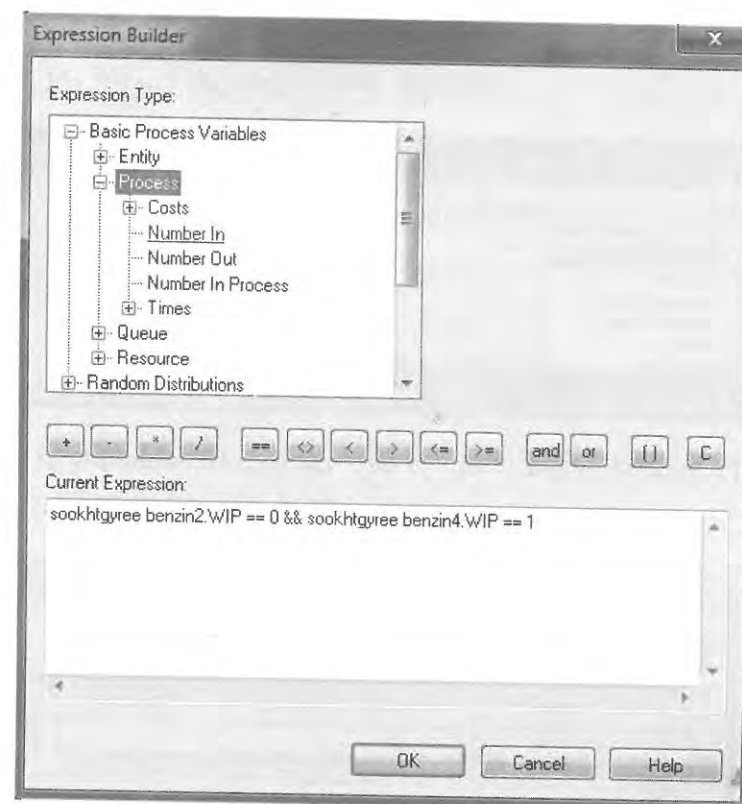
پس از آن در کادر Value راست کلیک کرده؛ در آنجا گزینه‌ی Build Expression را انتخاب می‌کنیم:



اکنون باید در کادر Curent Expression عبارت مورد نظر خود را بسازیم:



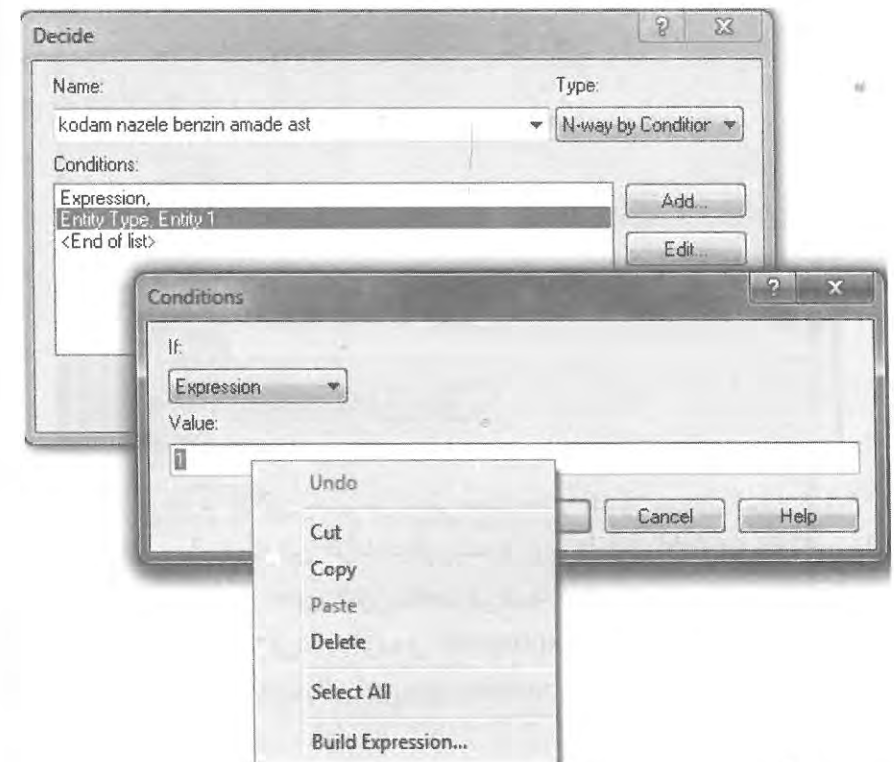
حال می خواهیم عبارت شرطی بعدی مورد نظر خود (حالتی که هر دو نازل بنزین ۲ و ۴ آزاد باشند) را بسازیم. برای انجام این کار بار دیگر، ابتدا بر روی گزینه ی Add در پنجره مربوط به این ماژول Decide که در تصویر قبل مشاهده می کنید کلیک کرده، سپس در کادر کشویی If از پنجره ای که گشوده می شود گزینه ی Expression را انتخاب و در نهایت در کادر Value راست کلیک نموده؛ و در آنجا گزینه ی Build Expression را انتخاب می کنیم:



این عبارت به صورت زیر می باشد:

`sookhtgyree benzin2.WIP == 0 && sookhtgyree benzin4.WIP == 1`

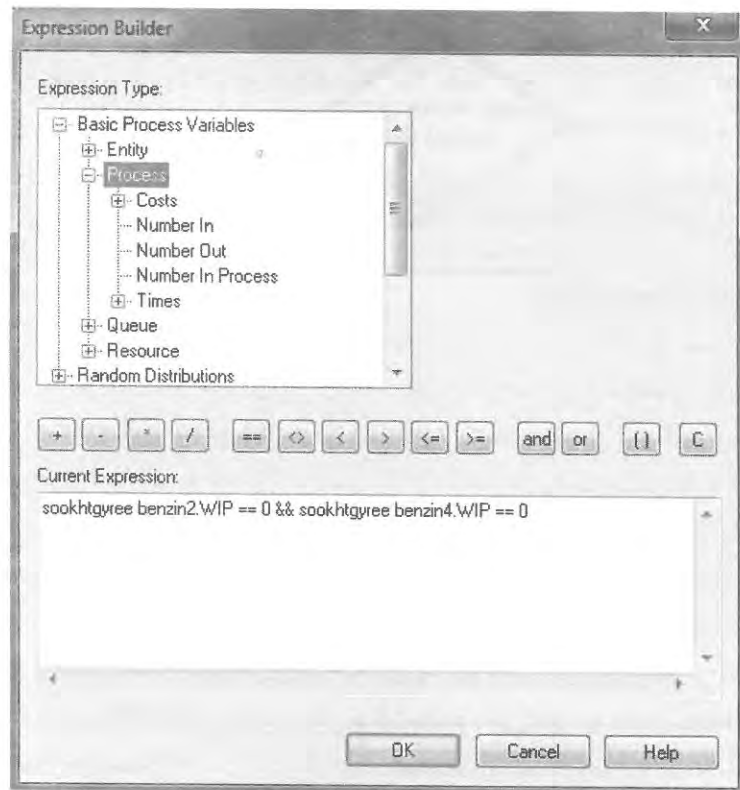
مفهوم این عبارت به این ترتیب است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت گیری بنزین پمپ ۲ برابر با صفر (عبارت سمت چپ) و (علامت &&) تعداد خودروها در فرآیند سوخت گیری بنزین پمپ ۴ برابر با یک باشد. (عبارت سمت راست). با این تعریف اگر پمپ بنزین ۲ آزاد و پمپ بنزین ۴ مشغول باشد خودرو به سمت پمپ شماره ۲ هدایت خواهد شد. اکنون باید بر روی گزینه ی OK کلیک کنیم تا عبارتی که ساخته ایم ذخیره گردد.



عبارتی را که این بار ایجاد می‌کنیم؛ در زیر مشاهده می‌کنید:

`sookhtgyree benzin2.WIP == 0 && sookhtgyree benzin4.WIP == 0`

مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ بنزین ۲ برابر با صفر (عبارت سمت چپ) و (علامت &&) تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ بنزین ۴ برابر با صفر باشد (عبارت سمت راست). با این تعریف اگر هر دو پمپ بنزین آزاد باشند خودرو به مسیری هدایت خواهد شد که در آنجا می‌تواند به طور دلخواه یکی از پمپ‌ها را برای سوخت‌گیری انتخاب کند. کادر مربوط به تعریف این عبارت را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



بار دیگر بر روی گزینه‌ی OK کلیک می‌کنیم تا عبارتی که ساخته‌ایم؛ ذخیره گردد. شیوه‌ی ساخت چنین عبارت‌هایی به همان ترتیبی است که قبلاً در ماژول Hold از بخش سوخت‌گیری گاز با نام safe gaz شرح داده شد.

تاکنون عبارت‌های مناسب را برای حالتی که پمپ بنزین ۲ آزاد و پمپ بنزین ۴ مشغول است و حالتی که هر دو پمپ بنزین آزاد هستند؛ ساخته‌ایم. همان طور که به یاد دارید وضعیت دیگری که شاید رخ دهد حالتی است که پمپ بنزین ۲ مشغول و پمپ بنزین ۴ آزاد باشد. در این صورت باید خودرو به سمت پمپ بنزین ۴ هدایت شود. برای این حالت نیاز به تعریف عبارت‌هایی مانند آنچه برای دو حالت قبلی ساختیم؛ نیست. در واقع مسیر Else این ماژول Decide، همان مسیر مورد نظر ماست. این ماژول را در شکل مشاهده می‌کنید:

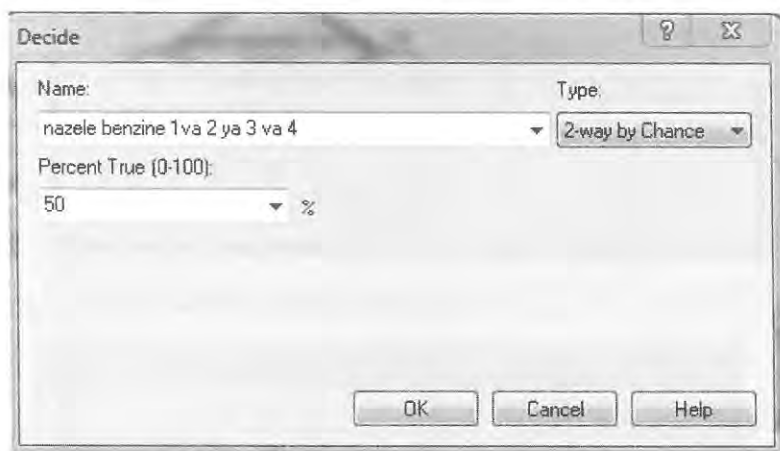


به طور خلاصه بر طبق آنچه در این ماژول تعریف کردیم در صورتی که تنها پمپ بنزین ۲ بیکار باشد؛ خودرو برای سوختگیری به آن پمپ بنزین مراجعه می‌کند (فلش بالایی سمت راست ماژول Decide را که در شکل قبلی مشاهده می‌کنید؛ به ماژول مربوط به پمپ بنزین ۲ متصل خواهیم کرد). اگر هر دو نازل یا پمپ بی‌کار باشند ۵۰ درصد احتمال دارد که خودرو به پمپ بنزین ۲ و ۵۰ درصد به پمپ بنزین ۴ مراجعه کند که این احتمال را در یک ماژول Decide جدید تعریف خواهیم کرد (فلش پایینی سمت راست ماژول Decide را که در شکل قبلی مشاهده می‌کنید؛ به این ماژول Decide جدید متصل خواهیم کرد). و در نهایت اگر تنها پمپ بنزین ۴ بی‌کار باشد؛ خودرو برای سوختگیری به این پمپ بنزین مراجعه می‌کند. (فلش مسیر Else ماژول Decide را که در شکل قبلی مشاهده می‌کنید؛ به ماژول مربوط به پمپ بنزین ۴ متصل خواهیم کرد).

در اینجا لازم است یادآوری کنیم که طبق آنچه در توصیف این ایستگاه سوخت‌گیری گفته شد؛ خودرویی که برای سوختگیری به یکی از نازل‌های بنزین عقبی (نازل ۲ یا ۴) مراجعه می‌کند پس از پایان کارش (سوختگیری و تسویه حساب)، برای خروج به ناچار باید منتظر بماند تا خودرویی که در نازل جلویی آن (نازل ۲ یا ۳) مشغول سوختگیری و یا تسویه حساب است کار تمام شود. بنابراین زمانی که یکی از نازل‌های بنزین جلویی (نازل ۱ یا ۳) آزاد اما نازل عقبی آن (۲ یا ۴) مشغول است؛ نازل جلویی همچنان غیر قابل دسترس باقی می‌ماند. به همین دلیل در این ماژول Decide با نام kodam nazele benzin amade ast، تنها وضعیت بی‌کار و یا مشغول بودن نازل‌های ۲ و ۴ بررسی گردید.

اکنون و پس از این توضیح ضروری، اجازه دهید به ادامه‌ی فرآیند شبیه‌سازی این ایستگاه سوختگیری بپردازیم. همان طور که گفته شد در صورتی که هر دو نازل یا پمپ بنزین ۲ و ۴ آزاد باشند خودرو می‌تواند به دلخواه یکی از این دو نازل را برای سوختگیری انتخاب کند. احتمال انتخاب هر یک از دو نازل برابر با ۵۰ درصد است. این احتمال‌ها را به وسیله‌ی یک

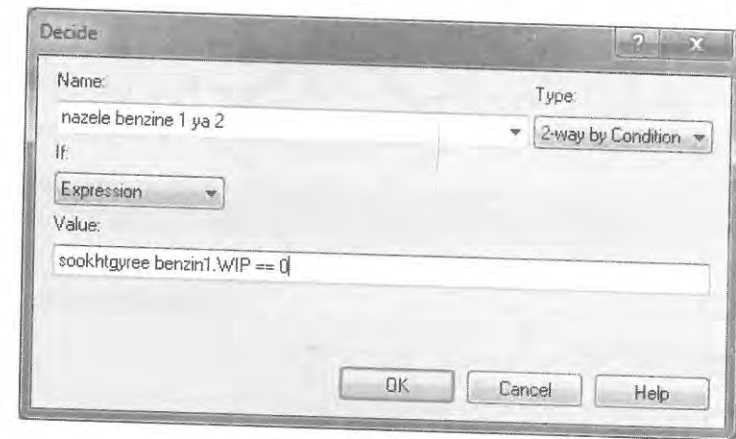
ماژول Decide جدید تعریف می‌کنیم. این ماژول را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه و روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز شود. اطلاعاتی را که لازم است در پنجره مربوط به این ماژول وارد کنیم؛ در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید برای این ماژول نام nazele benzine 1 va 2 ya 3 va 4 را انتخاب کرده‌ایم. همچنین در آن با توجه به شانس ۵۰ درصدی برای انتخاب هر یک از دو نازل آزاد ۲ یا ۴، تعیین می‌شود که خودرو به سمت کدام یک از این دو نازل بنزین حرکت کند:



فرض کنیم خودرو به سمت نازل ۲ حرکت کند؛ (مسیر True این ماژول). در این صورت اگر نازل جلویی آن یعنی نازل بنزین ۱ آزاد باشد، خودرو باید برای سوخت‌گیری به آن نازل مراجعه و در صورت آزاد نبودن آن به نازل بنزین ۲ مراجعه کند. برای انتخاب بین نازل‌های ۱ یا ۲ نیز از یک ماژول Decide استفاده می‌کنیم. همان‌طور که در شکل زیر مشاهده می‌کنید برای این ماژول نام nazele benzine 1 ya 2 را انتخاب کرده‌ایم، همچنین در کادر کشویی Type مربوط به این ماژول گزینه‌ی 2-way by Condition و سپس در کادر کشویی If گزینه Expression را انتخاب نموده‌ایم:



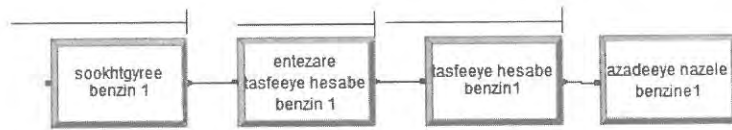
به عبارتی که در کادر Value این ماژول ساخته‌ایم؛ دقت کنید:

`sookhtgyree benzin1.WIP == 0`

مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ بنزین ۱ برابر با صفر باشد. حتماً با نحوه‌ی ساخت چنین عبارتی آشنا هستید (اگر نه، به توضیحات بخش‌های قبلی همین مثال مراجعه کنید). اگر عبارت شرطی فوق برقرار باشد؛ یعنی در حال حاضر هیچ خودرویی در فرآیند سوخت‌گیری پمپ بنزین شماره ۱ موجود نباشد، خودرو جدید به سمت این پمپ (مسیر True این ماژول) و در غیر این صورت به سمت پمپ بنزین شماره ۲ (مسیر False این ماژول) هدایت خواهد شد:

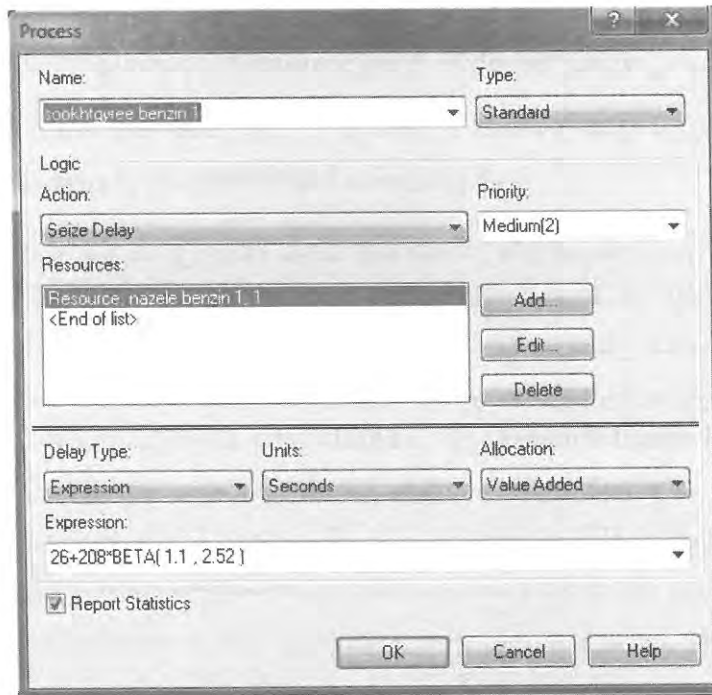


فرض کنیم نازل بنزین ۱ آزاد باشد. در این صورت خودرو برای سوخت‌گیری به این نازل مراجعه می‌کند. (مسیر True این ماژول) ماژول‌هایی را که برای این حالت خواهیم ساخت، در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



اکنون به توضیح هر یک از این ماژول‌ها خواهیم پرداخت. توجه کنید که مراحل کار همانند شبیه‌سازی بخش پمپ‌های گاز است، بنابراین در اینجا توضیحات کوتاه‌تری در مورد تکمیل کردن ماژول‌ها ارائه می‌شود.

اولین ماژول مورد نیاز، یک ماژول Process است که آن را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه می‌کنیم. بر روی آن دو مرتبه کلیک کرده تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات لازم را برای بخش‌های مختلف آن، مشاهده کنید:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید `sookhtgyree benzin 1` را به عنوان نام این ماژول انتخاب کرده‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی `Seize Delay` را انتخاب نموده‌ایم (به یاد دارید که `Seize Delay` به این معنی است که نهاد، در اینجا خودرو، وارد شده و منبع را که در اینجا نازل بنزین ۱ است؛ اشغال می‌کند اما آن را رها نمی‌کند و فرض بر این است که

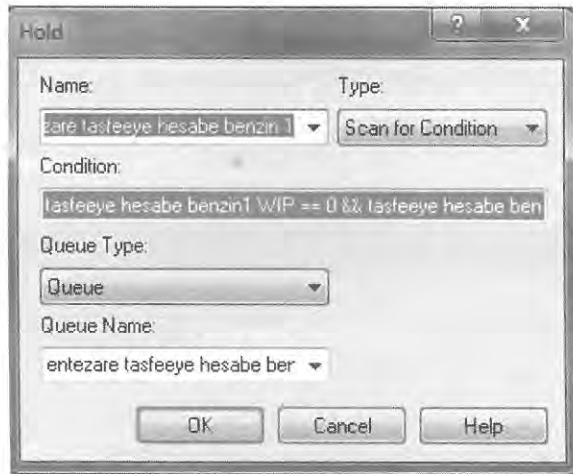
منبع را در جای دیگری از مدل رها خواهد کرد). دلیل انتخاب گزینه‌ی Seize Delay این است که یک خودرو پس از فرآیند سوخت‌گیری بنزین تا زمانی که تسویه حساب نکرده است؛ جلوی نازل باقی می‌ماند و تا آن زمان این نازل آزاد نشده و مجاز به سرویس دهی به مشتری جدید نیست. ما فرآیند تسویه حساب را در یک ماژول Process جداگانه تعریف کرده و پس از آن که خودرو تسویه حساب انجام داد اجازه آزاد شدن نازل یا پمپ بنزین ۱ را خواهیم داد.

در ادامه تکمیل ماژول مربوط به نازل بنزین ۱، کار دیگری که باید انجام دهیم این است که در بخش Resource این ماژول بر روی گزینه Add کلیک کرده و در کادر Resource Name نامی به منبع اختصاص دهیم. همان طور که در شکل قبلی مشاهده می‌کنید در این کادر نام nazele benzin 1 را وارد کرده‌ایم.

به یاد دارید که با استفاده از داده‌های جمع آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان سوخت‌گیری در نازل بنزین ۱ به‌وسیله‌ی Input Analyzer عبارت بود از:

$(1.1, 2.52) \text{BETA}(208 + 26)$. در این ماژول با استفاده از همین توزیع، مدت زمان سوخت‌گیری خودرو در کادر Expression مشخص شده است.

همان‌طور که در توصیف این جایگاه سوخت گفته شد؛ نازل‌ها یا پمپ‌های بنزین یک مسئول تسویه حساب دارند. هر خودرو پس از سوخت‌گیری اگر مسئول تسویه حساب بنزین بیکار باشد، اقدام به تسویه حساب می‌کند و در غیر این صورت منتظر می‌ماند تا مسئول تسویه حساب بیکار شود، تا بتواند تسویه حساب نماید. بنابراین برای این بخش هم نیاز به تعریف یک صف داریم. برای تعریف چنین صفی از یک ماژول Hold در پنل Advanced Process استفاده می‌کنیم. این ماژول را به پنجره مدل خود ضمیمه کرده و سپس بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن باز شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که ما برای مدل خود در این پنجره وارد کرده‌ایم مشاهده کنید:



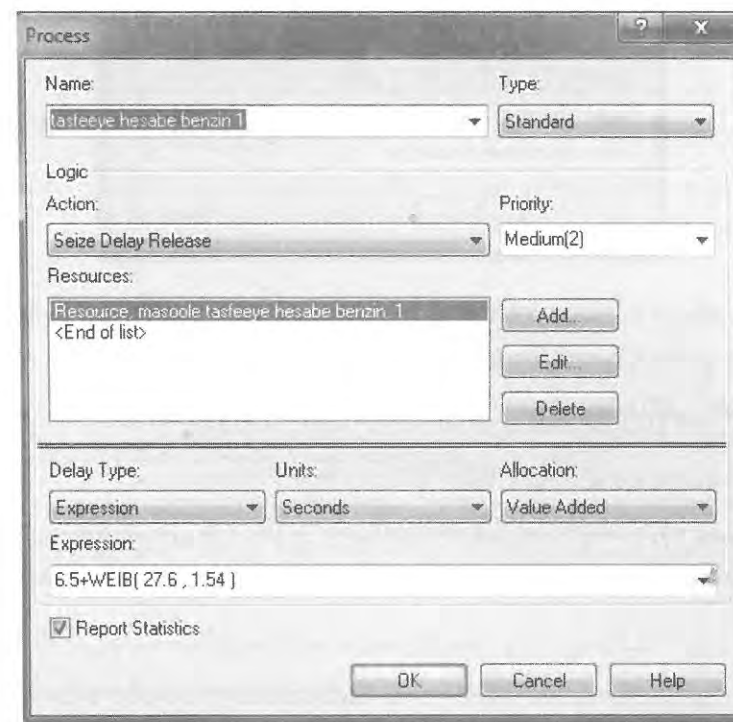
برای این ماژول نام nazele tasfeeye hesabe benzin 1 را انتخاب کرده‌ایم. همان طور که مشاهده می‌کنید؛ در کادر Type گزینه‌ی Scan for Condition را انتخاب نموده‌ایم به این معنی که باید شرطی که تعریف خواهیم کرد؛ بررسی گردد و تنها هنگامی که این شرط برقرار بود اجازه داده شود یک خودرو از صف خارج گردد.

برای ساختن عبارت شرطی مورد نظر در کادر Condition راست کلیک کرده؛ سپس گزینه‌ی Build Expression را انتخاب می‌کنیم. عبارتی که برای این ماژول ساخته‌ایم؛ به‌صورت زیر است:

$$\text{tasfeeye hesabe benzin1.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{tasfeeye hesabe benzin2.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{tasfeeye hesabe benzin3.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{tasfeeye hesabe benzin4.WIP} == 0$$

مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۱ برابر با صفر و (علامت &&) تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۲ برابر با صفر و تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۳ برابر با صفر باشد و تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۴ برابر با صفر باشد. این ماژول برای این در نظر گرفته است که خودرو پس از سوخت‌گیری در نازل گاز ۱، تا زمانی که تسویه حساب نکرده باید جلوی نازل بایستد. هر زمان که مسئول تسویه حساب بنزین بی‌کار شود؛ خودرو می‌تواند تسویه حساب کند. شیوه‌ی ساخت چنین عبارت‌هایی پیش از این به طور کامل شرح داده شد.

روند تسویه حساب در ماژول زیر در نظر گرفته شده است. یک ماژول Process را از پنل Basic Process به پنجره‌ی مدل خود ضمیمه کنید. و بر روی آن دو مرتبه کلیک نمایید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات قسمت‌های مختلف این پنجره را مشاهده کنید:



همانطور که مشاهده می‌کنید؛ tasfeeye hesabe benzin1 را برای نام این ماژول در نظر گرفته‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب کرده‌ایم، که نشان می‌دهد می‌خواهیم در این ماژول وقتی نهاد (در مدل فوق خودرو) وارد شد؛ منبع (در اینجا مسئول تسویه حساب) را اشغال کند. (پس از انتظار مورد قبول در صف)، سپس بر طبق توزیعی مشخص تاخیر اتفاق بیفتد، و پس از آن نهاد منبع را رها کند به طوری که سایر نهادها بتوانند آن را تصاحب کنند.

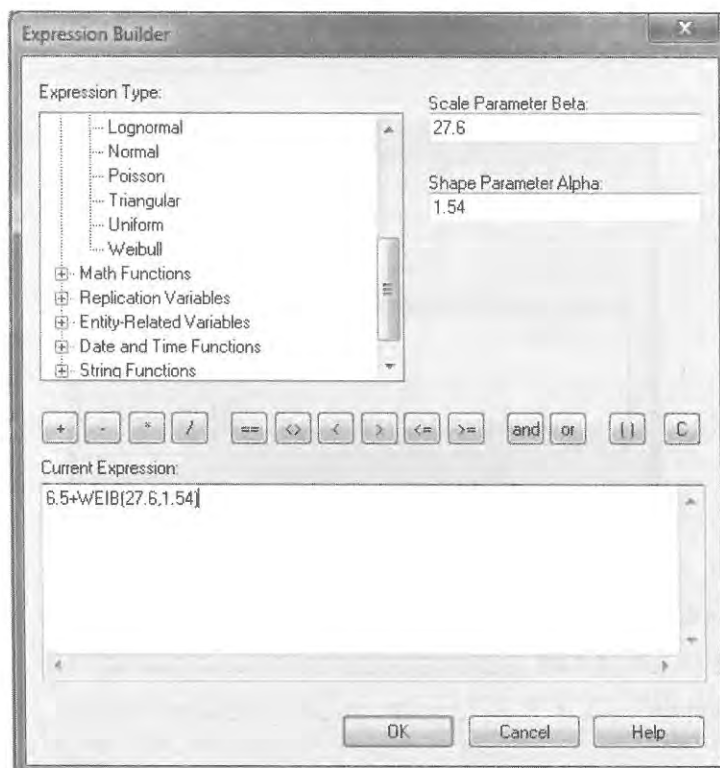
در ادامه تکمیل ماژول مربوط به تسویه حساب بنزین، مورد دیگری که باید انجام دهیم این است که در بخش Resource این ماژول بر روی گزینه‌ی Add کلیک کرده؛ در کادر

Resource Name نام مورد نظر خود را وارد نماییم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید برای آن نام masoole tasfeeye hesabe benzin را در نظر گرفته‌ایم.

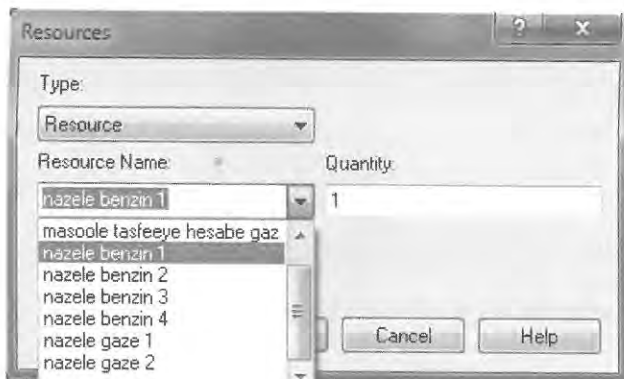
به یاد دارید که با از داده‌های جمع آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان تسویه حساب بنزین بوسیله Input Analyzer یک توزیع بود به صورت:

$6.5 + WEIB(27.6, 1.54)$ برای وارد کردن این عبارت، در کادر Delay Type گزینه‌ی Expression را انتخاب می‌کنیم. سپس در کادر Expression که ایجاد شده است، راست کلیک کرده؛ از آنجا گزینه‌ی Build Expression را انتخاب می‌کنیم. اکنون کافی است در کادر Curent Expression عبارت $6.5 + WEIB(27.6, 1.54)$ را وارد کنیم.

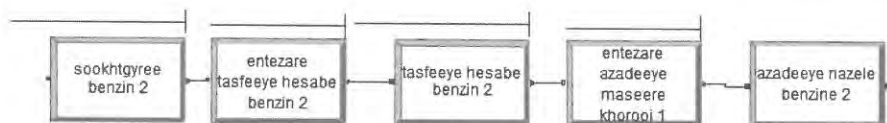
برای وارد کردن توزیع Weibull می‌توانید در کادر Expression Type روی Random Distributions کلیک کرده و از آنجا توزیع WEIB را انتخاب کنید:



در پایان بر روی گزینه‌های OK کلیک می‌کنیم تا اطلاعاتی که وارد کرده‌ایم؛ ذخیره گردد.



به این ترتیب آخرین ماژول مورد نیاز در این بخش نیز تکمیل می گردد. اکنون می خواهیم ماژول های مورد نیاز در فرآیند سوخت گیری نازل بنزین ۲ را بسازیم. فرض کنیم این نازل آزاد باشد، در این صورت خودرو برای سوخت گیری به آن نازل مراجعه می کند. (مسیر False از ماژول Decide با نام nazele benzine 1 یا 2 که قبل ایجاد کرده بودیم). نمای کلی ماژول هایی که برای فرآیند سوخت گیری در نازل بنزین ۲ خواهیم ساخت؛ در شکل زیر مشاهده می نمایید:

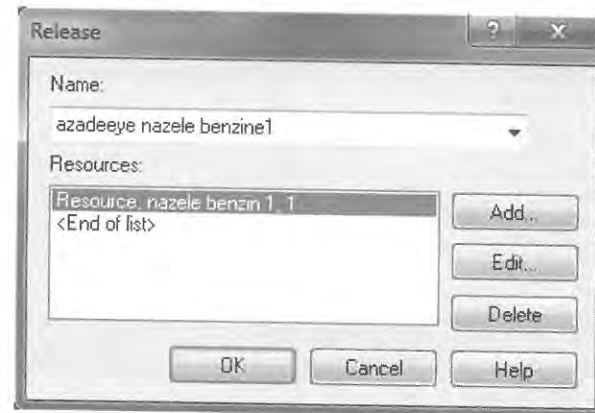


توجه کنید که ماژول های استفاده شده در این بخش مشابهی ماژول های به کار رفته در بخش سوخت گیری در نازل بنزین ۱ است و تنها تفاوت میان آنها، یک ماژول Hold اضافی با نام entezare azadeeye maseere khorooj 1 می باشد. دلیل افزودن این ماژول این است که طبق توصیف جایگاه سوخت، خودرویی که در نازل بنزین ۲ یعنی نازل عقبی سوخت گیری خود را به پایان رسانده تا زمانی که نازل بنزین ۱ آزاد نشده باید منتظر باقی بماند.

اکنون به طور خلاصه ماژول های به کار گرفته شده را در فرآیند سوخت گیری نازل ۲ به ترتیب بررسی می نماییم. اولین ماژول، یک ماژول Process است که آن را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه می کنیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کرده تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می توانید تنظیمات لازم برای بخش های مختلف آن را مشاهده کنید:

پس از پایان تسویه حساب، خودرو باید از جلوی نازل برود؛ بنابراین نازل بنزین ۱ آزاد می شود و می تواند به مشتری بعدی سرویس دهد. همان طور که به یاد دارید در ماژول Process که برای فرآیند سوخت گیری نازل بنزین ۱ تعریف کردیم (ماژول sookhtgyree benzin 1) گزینه ی Seize Delay را انتخاب و توضیح دادیم که دلیل انتخاب گزینه فوق این است که یک خودرو پس از فرآیند سوخت گیری تا زمانی که تسویه حساب نکرده؛ جلوی نازل باقی می ماند و تا آن زمان این نازل آزاد نشده؛ مجاز به سرویس دهی به مشتری جدید نیست. سپس فرآینده تسویه حساب را در یک ماژول Process جداگانه تعریف کردیم. اکنون پس از آنکه این خودرو تسویه حساب انجام داد؛ باید اجازه آزاد شدن نازل بنزین ۱ را بدهیم. دستور آزادی این نازل و آماده شدن برای سرویس دهی به خودروی بعدی را در ماژول زیر تعریف می کنیم.

یک ماژول Release را از پنل Advanced Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کرده تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می توانید تنظیمات این پنجره را مشاهده کنید:



برای اضافه کردن منبع مورد نظر که در اینجا باید nazele benzin 1 باشد؛ (به یاد دارید که nazele benzin 1 را به عنوان نام منبع در ماژول sookhtgyree benzin 1 در نظر گرفتیم و در اینجا باید همین منبع را آزاد کنیم) روی گزینه ی Add این ماژول کلیک کرده سپس در کادر Resource Name از پنجره ای که باز شده است گزینه ی nazele benzin 1 را انتخاب می کنیم:

همان طور که مشاهده می کنید **sookhtgyree benzin 2** را به عنوان نام این ماژول برمی گزینیم. همچنین مانند بخش قبل در کادر کشویی **Action**، گزینه **Seize Delay** را انتخاب کرده ایم. دلیل انتخاب گزینه **Seize Delay** این است که یک خودرو پس از فرآیند سوخت گیری بنزین تا زمانی که تسویه حساب نکرده، جلوی نازل باقی می ماند و تا آن زمان این نازل آزاد نشده؛ مجاز به سرویس دهی به مشتری جدید نیست. در ادامه ی تکمیل ماژول مربوط به نازل بنزین ۲، در بخش **Resource** این ماژول بر روی گزینه ی **Add** کلیک کرده و در کادر **Resource Name** نامی به منبع اختصاص دهیم. همان طور که در شکل قبلی مشاهده می کنید در این کادر نام **nazele benzin 2** را وارد کرده ایم.

به یاد دارید که با استفاده از داده های جمع آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان سوخت گیری در نازل های بنزین به وسیله ی **Input Analyzer** عبارت بود از:

$26 + 208 * BETA(1.1, 2.52)$. در این ماژول با استفاده از همین توزیع، مدت زمان سوخت گیری خودرو در کادر **Expression** مشخص شده است.

هر خودرو پس از پایان سوخت گیری، اگر مسئول تسویه حساب بنزین بی کار باشد؛ اقدام به تسویه حساب می کند؛ در غیر این صورت منتظر می ماند؛ مسئول تسویه حساب بی کار شود، تا بتواند تسویه نماید. بنابراین یک ماژول **Hold** را به پنجره مدل خود ضمیمه می کنیم. در شکل زیر می توانید مواردی را که ما برای مدل خود در این ماژول وارد کرده ایم؛ مشاهده کنید:

برای این ماژول نام **entezare tasfeeye hesabe benzin 2** را انتخاب کرده ایم. همان طور که مشاهده می کنید، در کادر **Type** گزینه **Scan for Condition** را برمی گزینیم. برای ساختن عبارت شرطی مورد نظر در کادر **Condition** راست کلیک کرده و سپس گزینه ی **Build Expression** را انتخاب می کنیم. عبارتی که برای این ماژول ساخته ایم به صورت زیر است:

$tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 1.WIP == 0 \&\& tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 2.WIP == 0 \&\& tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 3.WIP == 0 \&\& tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 4.WIP == 0$

همان طور که پیش از این گفته شد؛ مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۱ برابر با صفر و (علامت $\&\&$) تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۲ برابر با صفر و تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۳ برابر با صفر و تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب نازل بنزین ۴ برابر با صفر باشد. این ماژول برای این در نظر گرفته شده که خودرو پس از سوخت گیری در نازل گاز ۲، تا زمانی که تسویه حساب نکرده؛ باید جلوی نازل بایستد. هر زمان که مسئول تسویه حساب بنزین بیکار شود؛ خودرو می تواند تسویه حساب کند.

فرآیند تسویه حساب سوخت‌گیری نازل بنزین ۲ در یک ماژول Process تعریف می‌شود. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات قسمت‌های مختلف این ماژول را مشاهده کنید:

همانطور که مشاهده می‌کنید؛ *tasfeeye hesabe benzin 2* را برای نام این ماژول در نظر گرفته‌ایم و در کادر کشویی Action، گزینه *Seize Delay Release* را انتخاب کرده‌ایم. همچنین در بخش Resource این ماژول بر روی گزینه *Add* کلیک و در کادر Resource Name نام *masoole tasfeeye hesabe benzin* را وارد کرده‌ایم.

با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت تسویه حساب بنزین به‌وسیله *Input Analyzer* یک توزیع بود به صورت: $6.5 + WEIB(27.6, 1.54)$. همین عبارت در کادر Expression وارد شده است.

به یاد دارید که در شبیه‌سازی فرآیند سوخت‌گیری در نازل بنزین ۱ (نازل جلویی)، بلافاصله پس از تسویه حساب می‌توانستیم نازل را آزاد کنیم. اما طبق توصیف این جایگاه سوخت، خودرویی که در نازل بنزین ۲ (نازل عقبی) سوخت‌گیری و تسویه حساب خود را به پایان

رسانده تا زمانی که نازل بنزین ۱ آزاد نشده باید منتظر باقی بماند. در اینجا برای توصیف این انتظار، ابتدا از یک ماژول Hold استفاده کرده و سپس نازل بنزین ۲ را آزاد می‌کنیم. پنجره این ماژول Hold را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:

برای این ماژول نام *entezare azadeeye maseere khorooj 1* را انتخاب کرده‌ایم. همان طور که مشاهده می‌کنید، در کادر Type گزینه *Scan for Condition* را برمی‌گزینیم. عبارتی شرطی که برای این ماژول ساخته‌ایم به‌صورت زیر است:

$sookhtgyree benzin 1.WIP == 0 \&\& tasfeeye hesabe benzin 1.WIP == 0$

مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری نازل بنزین ۱ برابر با صفر و (علامت $\&\&$) تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب همین نازل برابر با صفر باشد.

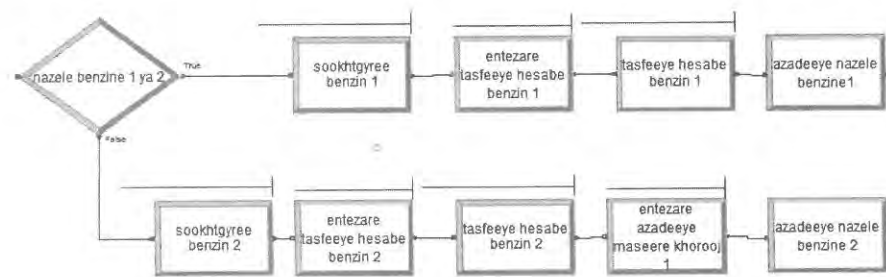
پس از پایان تسویه حساب خودرو در نازل ۲ و هنگامی که خودرویی در فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب نازل ۱ وجود ندارد (نازل ۱ آزاد است)، خودرو می‌تواند از جلوی نازل ۲ برود، بنابراین این نازل آزاد می‌شود و می‌تواند به مشتری بعدی سرویس دهد. همانطور که به یاد دارید در ماژول Process که برای فرآیند سوخت‌گیری نازل بنزین ۲ تعریف شد (ماژول *sookhtgyree benzin 2*) گزینه *Seize Delay* را انتخاب کردیم؛ دلیل انتخاب گزینه فوق این بود که یک خودرو پس از سوخت‌گیری در این نازل تا زمانی که تسویه حساب نکرده

است و یا تسویه حساب کرده اما نازل جلویی آن یعنی نازل بنزین ۱ مشغول است، جلوی نازل باقی می‌ماند و تا آن زمان نازل ۲ آزاد نشده و مجاز به سرویس دهی به مشتری جدید نیست. اکنون پس از آن که خودرو تسویه حساب انجام داده و مسیر جلوی آن آزاد است (نازل ۱ بی‌کار است)، باید اجازه آزاد شدن نازل بنزین ۲ را بدهیم. دستور آزادی و آماده شدن برای سرویس دهی به خودروی بعدی را در ماژول زیر تعریف می‌کنیم.

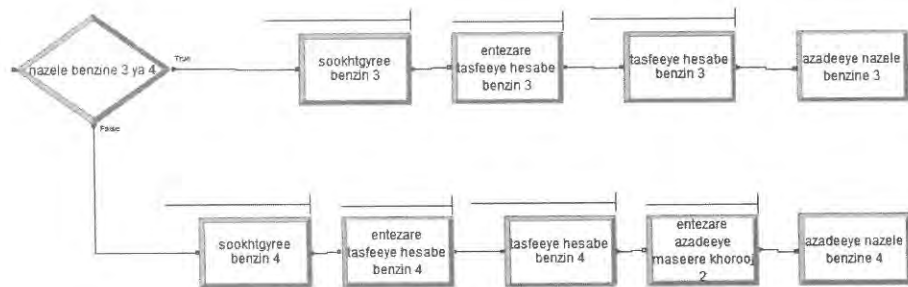
یک ماژول Release را از پنل Advanced Process به پنجره مدل خود ضمیمه و بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات این پنجره را مشاهده کنید:



برای اضافه کردن منبع مورد نظر که در اینجا باید nazele benzine 2 باشد (به یاد دارید که nazele benzine 2 را به عنوان نام منبع در ماژول sookhtgyree benzine 2 در نظر گرفتیم). روی گزینه Add این ماژول کلیک کرده سپس در کادر Resource Name از پنجره‌ای که باز شده است گزینه nazele benzine 2 را انتخاب می‌کنیم. به این ترتیب آخرین ماژول مورد نیاز در این بخش نیز تکمیل می‌گردد. نمای کلی ماژول‌های ایجاد شده و نحوه اتصال آن‌ها به یکدیگر از انتخاب بین نازل بنزین ۱ یا ۲ و فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب در هر کدام از این نازل‌ها، در شکل زیر مشاهده می‌شود:

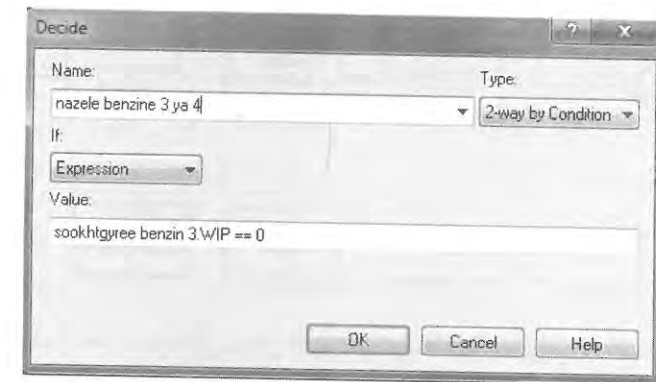


اکنون باید فرآیند انتخاب بین نازل بنزین ۳ یا ۴ و فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب در هر کدام از این نازل‌ها را نیز شبیه‌سازی کنیم. شبیه‌سازی فرآیند انتخاب بین یکی از نازل‌های بنزین ۳ یا ۴ دقیقاً همانند شبیه‌سازی فرآیند انتخاب بین نازل بنزین ۱ یا ۲، شبیه‌سازی فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب در نازل ۳ (نازل جلویی) دقیقاً همانند شبیه‌سازی فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب در نازل بنزین ۱ و شبیه‌سازی فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب در نازل بنزین ۴ (نازل عقبی) دقیقاً همانند شبیه‌سازی فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب در نازل بنزین ۲ می‌باشد. نمای کلی ماژول‌های ایجاد شده و نحوه اتصال آن‌ها به یکدیگر، از انتخاب بین نازل بنزین ۳ یا ۴ و فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب در هر کدام از این نازل‌ها را در شکل زیر مشاهده می‌شود:



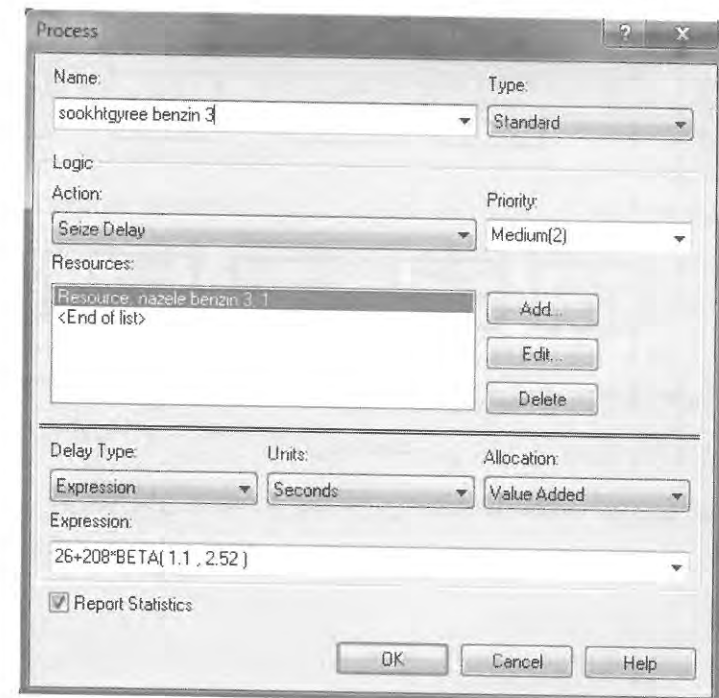
به دلیل شباهت دقیق شبیه‌سازی این بخش و بخش قبلی، در اینجا توضیح بسیار کوتاهی برای هر یک از این ماژول‌ها آورده شده است.

برای انتخاب بین نازل‌های ۳ یا ۴ از یک ماژول Decide استفاده می‌کنیم. تنظیمات این ماژول را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



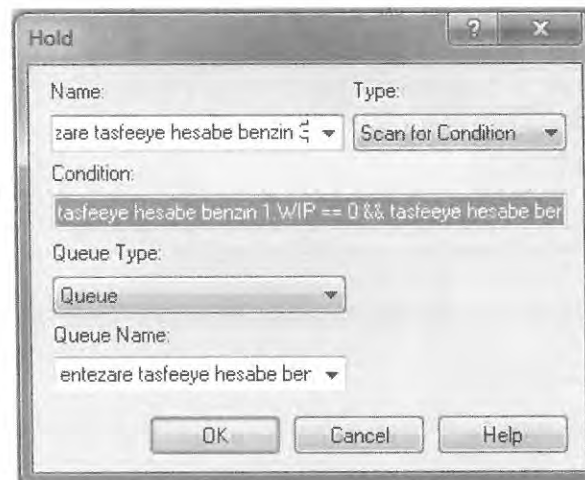
همان‌طور که مشاهده می‌کنید برای این ماژول نام nazele benzine 3 ya 4 انتخاب و عبارت شرطی $sookhtgyree\ benzin\ 3.WIP == 0$ (یعنی تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری پمپ بنزین ۳ برابر با صفر باشد) در کادر Value وارد شده است.

فرض کنیم نازل بنزین ۳ آزاد باشد، در این صورت خودرو برای سوخت‌گیری به این نازل مراجعه می‌کند (مسیر True این ماژول). اولین ماژول مورد نیاز در این مرحله یک ماژول Process است که پنجره مربوط به آن را در شکل زیر نمایش داده شده است:



مشاهده می‌کنید که sookhtgyree benzin 3 را به عنوان نام این ماژول انتخاب کرده‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay را انتخاب و nazele benzin 3 را در کادر Resource به نام منبع این ماژول اختصاص داده‌ایم. در کادر Expression نیز عبارت $26 + 208 * BETA(1.1, 2.52)$ به عنوان توزیع مدت زمان سوخت‌گیری خودرو مشخص شده است.

در ادامه برای تعریف صف تسویه حساب از یک ماژول Hold استفاده می‌کنیم. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که در پنجره این ماژول وارد کرده‌ایم؛ مشاهده کنید:

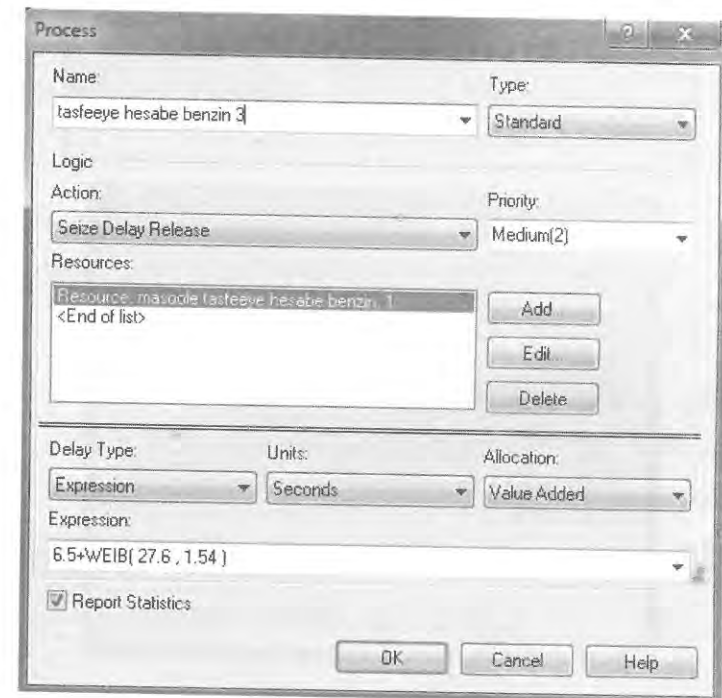


برای این ماژول نام entezare tasfeeye hesabe benzin 3 انتخاب شده است. در کادر Type گزینه‌ی Scan for Condition و سپس در کادر Condition عبارت زیر را وارد کرده‌ایم:

$tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 1.WIP == 0 \&\& tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 2.WIP == 0 \&\& tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 3.WIP == 0 \&\& tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 4.WIP == 0$

پیش از این با مفهوم این عبارت آشنا شده‌ایم. توجه کنید که در کادر کشویی Queue Type این ماژول گزینه‌ی Queue و سپس در کادر کشویی Queue Name آن، گزینه entezare tasfeeye hesabe benzin 3.Queue انتخاب می‌شود.

روند تسویه حساب در یک ماژول Process تعریف می‌شود. که آن را از پنل Basic Process به پنجره‌ی مدل خود ضمیمه کنید. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کرده تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات قسمت‌های مختلف این پنجره را مشاهده کنید:

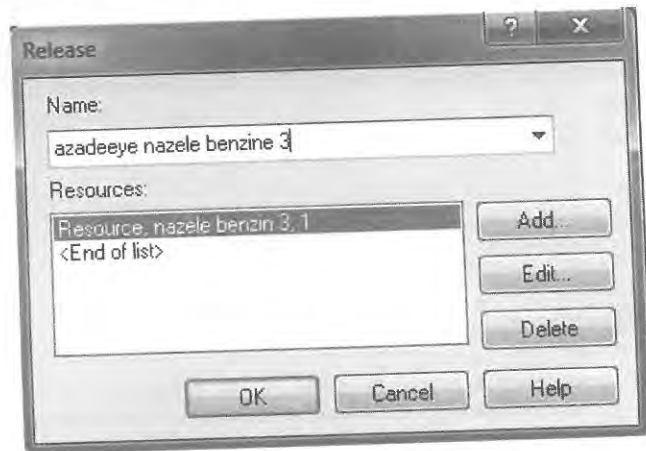


همان‌طور که مشاهده می‌کنید، tasfeeye hesabe benzin 3 را برای نام این ماژول در نظر گرفته‌ایم. در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب و در ادامه تکمیل این ماژول، بخش Resource بر روی گزینه‌ی Add کلیک کرده و در کادر Resource Name نام مورد نظر خود را وارد می‌نماییم. همان‌طور که می‌بینید برای آن نام masoole tasfeeye hesabe benzin را در نظر گرفته‌ایم. دلیل اینکه نام این منبع همان نامی انتخاب شده است که برای فرآیند تسویه حساب در نازل‌های بنزین ۱ و ۲ در نظر گرفته بودیم این است که طبق توصیف این جایگاه سوخت، برای هر چهار نازل بنزین تنها یک مسئول دریافت وجه وجود دارد.

به یاد دارید که با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان تسویه حساب بنزین به وسیله Input Analyzer یک توزیع بود به صورت:

$6.5 + WEIB(27.6, 1.54)$ که همین عبارت در کادر Expression وارد شده است.

پس از پایان تسویه حساب خودرو باید از جلوی نازل بروی، بنابراین نازل بنزین ۳، آزاد می‌شود و می‌تواند به مشتری بعدی سرویس دهد. دستور آزادی این نازل و آماده شدن برای سرویس دهی به خودروی بعدی را در یک ماژول Release به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

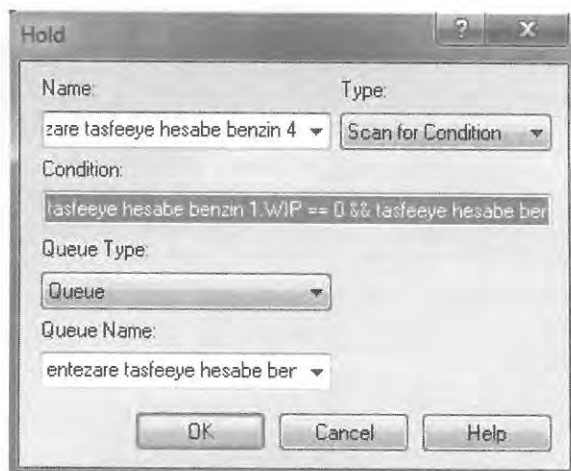


برای اضافه کردن منبع مورد نظر که در اینجا باید nazele benzin 3 باشد (به یاد دارید که nazele benzin 3 را به عنوان نام منبع در ماژول sookhtgyree benzin 3 در نظر گرفتیم و در اینجا باید همین منبع را آزاد کنیم). روی گزینه‌ی Add این ماژول کلیک کرده سپس در کادر Resource Name از پنجره‌ای که باز شده است گزینه nazele benzin 3 را انتخاب می‌کنیم.

به این ترتیب آخرین ماژول مورد نیاز در این بخش نیز تکمیل می‌گردد. اکنون می‌خواهیم ماژول‌های مورد نیاز را در فرآیند سوخت‌گیری نازل بنزین ۴ بسازیم. فرض کنیم نازل بنزین ۴ آزاد باشد، در این صورت خودرو برای سوخت‌گیری به این نازل مراجعه می‌کند. (مسیر False از ماژول Decide با نام 4 ya nazele benzin 3 که قبل ایجاد کرده بودیم).

توجه کنید که ماژول‌های استفاده شده در این بخش مشابهی ماژول‌های به کار گرفته شده در بخش سوخت‌گیری در نازل بنزین ۳ است و تنها تفاوت میان آن‌ها، یک ماژول Hold اضافی با نام 3 entezare azadeeye maseere khorooj می‌باشد. دلیل افزودن این ماژول این است که طبق توصیف جایگاه سوخت، خودرویی که در نازل بنزین ۴ یعنی نازل عقبی

خودرو پس از اتمام سوختگیری، اگر مسئول تسویه حساب بنزین بی‌کار باشد؛ اقدام به تسویه می‌کند و در غیر این صورت منتظر باقی می‌ماند تا آن مسئول بی‌کار شود. بنابراین یک ماژول Hold را به پنجره مدل خود ضمیمه می‌کنیم. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که ما برای مدل خود در این ماژول وارد کرده‌ایم؛ مشاهده کنید:



برای این ماژول نام 4 zare tasfeeye hesabe benzin را انتخاب کرده‌ایم. در کادر Type گزینه‌ی Scan for Condition انتخاب شده و در کادر Condition عبارت شرطی زیر را وارد کرده‌ایم:

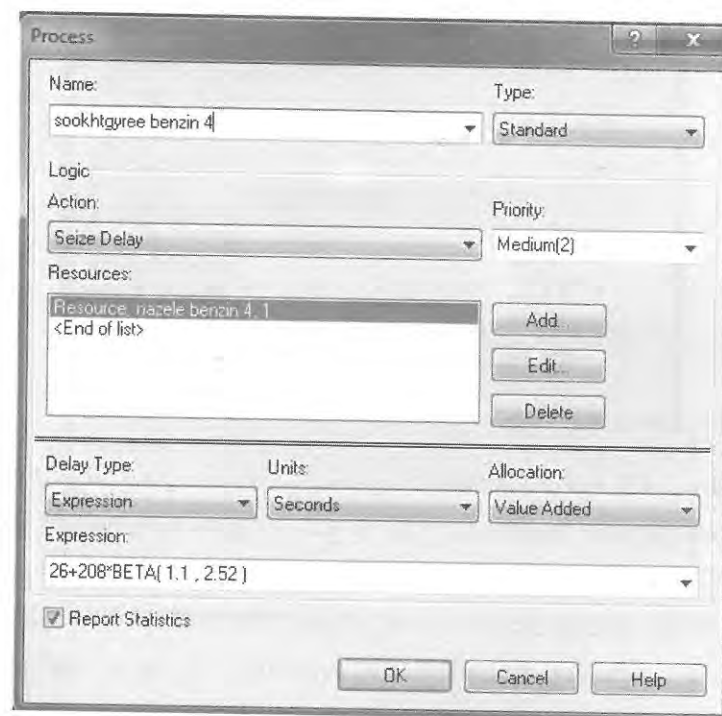
$$\text{tasfeeye hesabe benzin 1.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{tasfeeye hesabe benzin 2.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{tasfeeye hesabe benzin 3.WIP} == 0 \ \&\& \ \text{tasfeeye hesabe benzin 4.WIP} == 0$$

قبلا با مفهوم این عبارت آشنا شده‌ایم. توجه کنید که در کادر کشویی Queue Type، این ماژول گزینه‌ی Queue و سپس در کادر کشویی Queue Name آن گزینه 4.Queue entezare tasfeeye hesabe benzin را انتخاب می‌شود.

فرآیند تسویه حساب سوختگیری نازل بنزین ۴ در یک ماژول Process تعریف می‌گردد. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات قسمت‌های مختلف این ماژول را مشاهده کنید:

سوختگیری خود را به پایان رسانده تا زمانی که نازل بنزین ۳ آزاد نشده باید منتظر باقی بماند.

اکنون ماژول‌های به‌کار گرفته شده در فرآیند سوختگیری نازل بنزین ۴ را نیز به ترتیب بررسی می‌کنیم. اولین ماژول، یک ماژول Process است که در شکل زیر می‌توانید تنظیمات لازم را برای بخش‌های مختلف آن مشاهده کنید:



مشاهده می‌کنید که 4 sookhtgyree benzin را به عنوان نام این ماژول انتخاب کرده‌ایم. همچنین مانند بخش قبل در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay انتخاب شده و در بخش Resource این ماژول نام 4 nazele benzin را وارد کرده‌ایم. به یاد دارید که با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان سوختگیری در نازل‌های بنزین عبارت بود از: $26 + 208 * \text{BETA}(1.1, 2.52)$ که در این ماژول با استفاده از همین توزیع، مدت زمان سوختگیری خودرو در کادر Expression مشخص شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، 4 tasfeeye hesabe benzin را برای نام این ماژول در نظر گرفته‌ایم و در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب کرده‌ایم. همچنین در بخش Resource این ماژول بر روی گزینه‌ی Add کلیک و در کادر Resource Name نام masoole tasfeeye hesabe benzin را وارد کرده‌ایم. لازم است بار دیگر تذکر دهیم که دلیل اینکه نام این منبع همان نامی انتخاب شده که پیش از این برای فرآیند تسویه حساب در نازل‌های بنزین ۱، ۲ و ۳ در نظر گرفته بودیم این است که طبق توصیف این جایگاه سوخت، برای هر چهار نازل بنزین، تنها یک مسئول دریافت وجه وجود دارد.

با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده، توزیع برازش شده برای مدت زمان تسویه حساب بنزین یک توزیع بود به صورت: $6.5 + WEIB(27.6, 1.54)$ و همین عبارت در کادر Expression این ماژول وارد شده است.

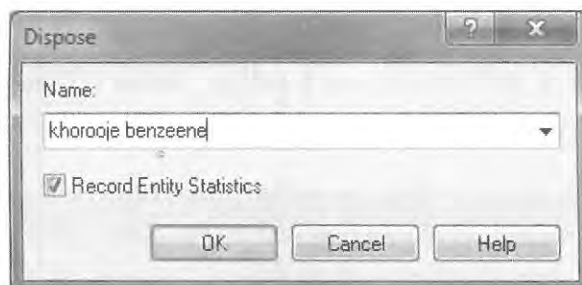
به یاد دارید که در شبیه‌سازی فرآیند سوخت‌گیری در نازل بنزین ۳ (نازل جلویی)، بلافاصله پس از تسویه حساب می‌توانستیم نازل را آزاد کنیم. اما طبق توصیف این جایگاه سوخت،

خودرویی که در نازل بنزین ۴ (نازل عقبی) سوخت‌گیری و تسویه حساب خود را به پایان رسانده تا زمانی که نازل بنزین ۳ آزاد نشده است؛ باید منتظر باقی بماند. در اینجا برای توصیف این انتظار، ابتدا از یک ماژول Hold استفاده کرده و سپس نازل بنزین ۴ را آزاد می‌کنیم. پنجره این ماژول Hold را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:

برای این ماژول نام 3 entezare azadeeye maseere khoroj را انتخاب کرده‌ایم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید؛ در کادر Type گزینه Scan for Condition را انتخاب کرده‌ایم. عبارتی شرطی که برای این ماژول ساخته‌ایم به‌صورت زیر است:

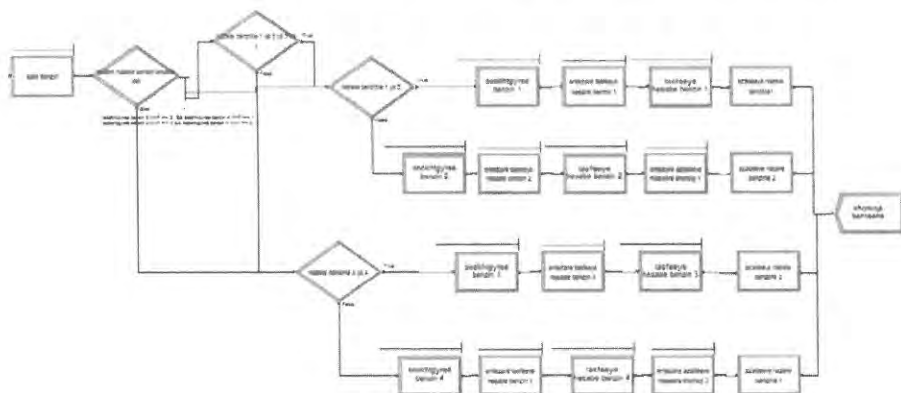
$sookhtgyree\ benzin\ 3.WIP == 0 \&\& \ tasfeeye\ hesabe\ benzin\ 3.WIP == 0$

مفهوم این عبارت به این صورت است: تعداد خودروها در فرآیند سوخت‌گیری نازل بنزین ۳ برابر با صفر و (علامت &&) تعداد خودروها در فرآیند تسویه حساب این نازل برابر با صفر باشد. پس از پایان تسویه حساب خودرو در نازل ۴ و هنگامی که خودرویی در فرآیند سوخت‌گیری و تسویه حساب نازل ۳ وجود ندارد (نازل ۳ آزاد است)، خودرو می‌تواند از جلوی نازل ۴ برود؛ بنابراین نازل بنزین ۴ آزاد می‌شود و می‌تواند به مشتری بعدی سرویس دهد. همان‌طور که به یاد دارید در ماژول Process که برای فرآیند سوخت‌گیری نازل بنزین ۴ تعریف شد (ماژول sookhtgyree benzin 4) گزینه‌ی Seize Delay را انتخاب کردیم؛ دلیل انتخاب گزینه فوق این بود که یک خودرو پس از سوخت‌گیری در این نازل تا زمانی که



تنها چیزی که لازم است در این ماژول تکمیل گردد نام آن است. همان طور که مشاهده می کنید برای آن نام khorooje benzeene را در نظر گرفته ایم.

در تصویر زیر نمای کلی ماژول هایی که برای شبیه سازی بخش سوخت گیری بنزین این جایگاه ایجاد کردیم و نحوه اتصال این ماژول ها را به یکدیگر مشاهده می کنید:



به این ترتیب شبیه سازی کلیه بخش های این جایگاه سوخت به پایان می رسد. در صفحه ی بعد نمای کلی تمامی قسمت های شبیه سازی این جایگاه، کلیه ماژول های ایجاد شده و اتصال این ماژول ها را به یکدیگر مشاهده می کنید:

تسویه حساب نکرده است و یا تسویه حساب کرده اما نازل جلویی آن یعنی نازل بنزین ۳ مشغول است، جلوی نازل باقی می ماند و تا آن زمان نازل ۴ آزاد نشده و مجاز به سرویس دهی به مشتری جدید نیست. اکنون پس از آنکه خودرو تسویه حساب انجام داده و مسیر جلوی آن آزاد است (نازل ۳ بی کار است)، باید اجازه آزاد شدن نازل بنزین ۴ را بدهیم. دستور آزادی نازل بنزین ۴ و آماده شدن برای سرویس دهی به خودروی بعدی را در ماژول زیر تعریف می کنیم.

یک ماژول Release را از پنل Advanced Process به پنجره مدل خود ضمیمه و بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می توانید تنظیمات این پنجره را مشاهده کنید:

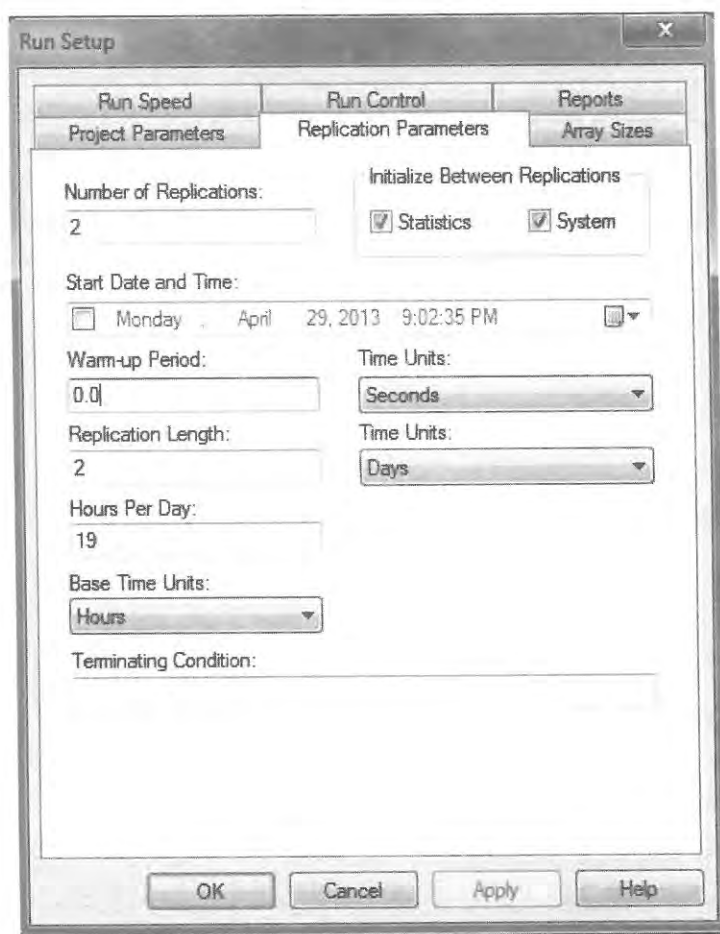


برای اضافه کردن منبع مورد نظر که در اینجا باید 4 nazele benzine باشد (به یاد دارید که 4 nazele benzine را به عنوان نام منبع در ماژول sookhtgyree benzine 4 در نظر گرفتیم)، روی گزینه ی Add این ماژول کلیک کرده سپس در کادر Resource Name از پنجره ای که باز شده است گزینه ی 4 nazele benzine را انتخاب می کنیم. به این ترتیب آخرین ماژول مورد نیاز در این بخش نیز تکمیل می گردد.

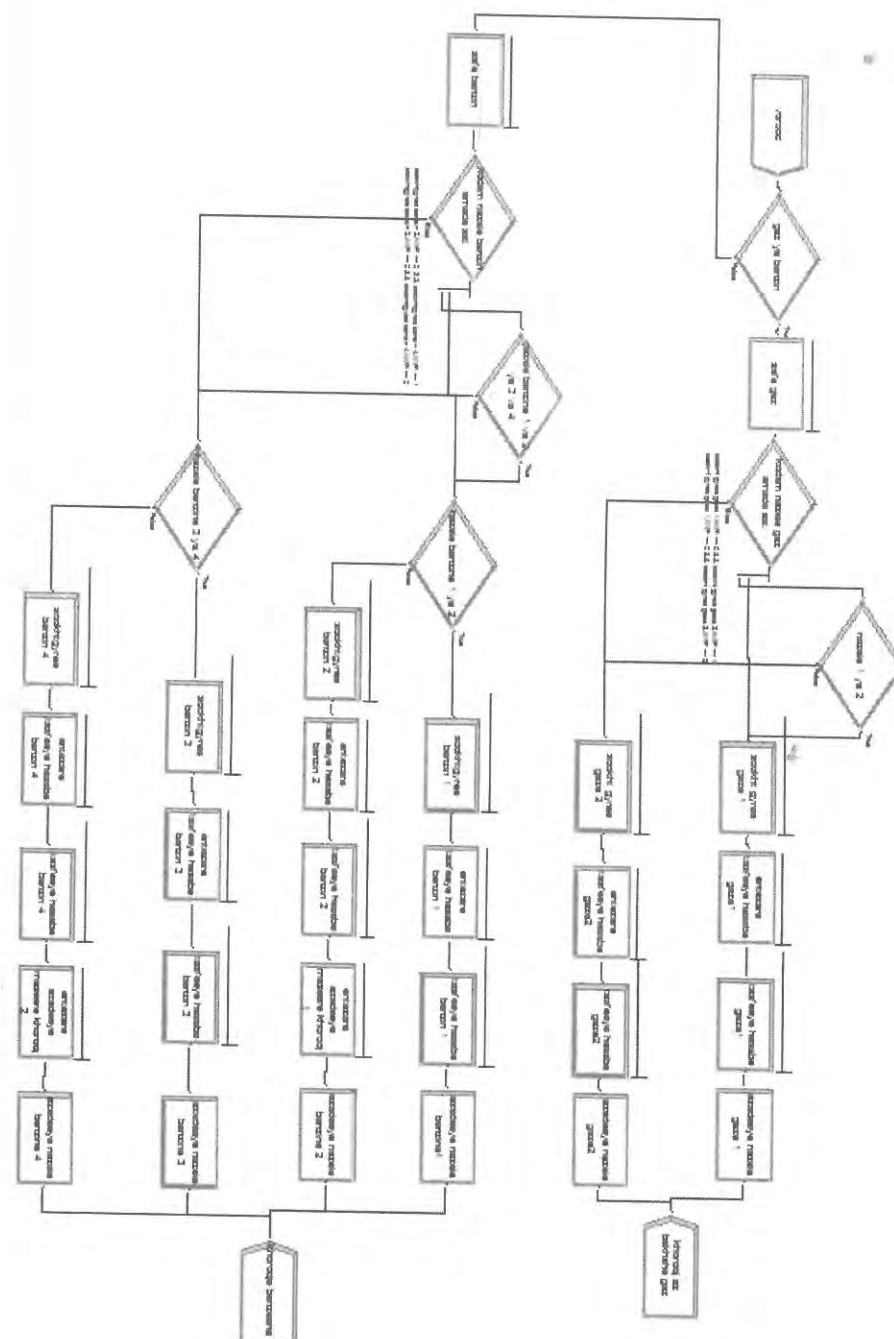
پس از آنکه خودروها در مسیر نازل های بنزین شماره ۱ یا ۲ و یا در مسیر نازل های بنزین ۳ یا ۴ عمل سوخت گیری و تسویه حساب را انجام دادند؛ باید فرآیند خروج خودروها از جایگاه تعریف شود. خروج خودرو از جایگاه به صورت زیر تعریف می شود.

یک ماژول Dispose را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه و بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود:

اکنون باید شرایط اجرای این مدل را تنظیم کنیم. مواردی مانند طول اجرا و تعداد تکرارها از طریق مسیر **Run > Setup** تنظیم می شود. در شکل زیر مشاهده می کنید که برای این مدل در بخش **Project Parameters** از پنجره **Run Setup** چه تنظیماتی را انجام داده ایم:



همان طور که می بینید ما **Number of Replication** (تعداد تکرارها) را ۲ قرار داده ایم، یعنی می خواهیم شبیه سازی دو مرتبه تکرار شود. همچنین در بخش **Replication Length** (طول تکرار) مقدار ۲ را قرار داده ایم؛ و برای این عدد واحد زمان را، **Days** انتخاب کرده ایم؛ یعنی می خواهیم شبیه سازی برای مدت دو روز اجرا شود. همچنین در کادر **Hours Per Day** عدد ۱۹ را تایپ کرده ایم و برای **Base Time Units** واحد



اکنون برای اجرا این مدل روی دکمه go (▶) در نوار ابزار کلیک کنید (یا از مسیر Run > Go یا فشار دادن کلید F5 استفاده نمایید). اجازه دهید اجرای شبیه‌سازی به پایان برسد و سپس برای دیدن گزارش نهایی بر روی گزینه‌ی Yes کلیک کنید.

با کلیک بر روی این گزینه، گزارش نهایی اجرای شبیه‌سازی را با جزئیات کامل در ۷ صفحه مشاهده خواهید کرد (با استفاده از دکمه‌های «▶»، «◀» و «◀» در بالای سمت چپ پنجره گزارش می‌توانید این صفحه‌ها را مشاهده کنید).

توصیف سیستم: سیستم یکی از شرکت ارایه کننده خدمات اینترنتی می باشد که به دو صورت حضوری و تلفنی به ارباب رجوع سرویس می دهند. ساعت کار این شرکت از ۸ صبح تا ۸ شب، یعنی ۱۲ ساعت است. جوابگویی تلفنی برای حل مشکل تلفنی افراد و جوابگویی حضوری برای تمدید سرویس اینترنت و یا افتتاح اشتراک سرویس اینترنت است. سیستم به صورت یک صف و چهار سرویس دهنده است. نظم صف به صورت *FIFO* می باشد. سرویس دهنده زمانی به مشتری تلفنی پاسخ می دهد که او حضوری نداشته باشد. در این شرکت یک سیستم شماره دهی به مشتریان حضوری و تلفنی وجود دارد که به هر مشتری یک شماره اختصاص می دهد و هرگاه یکی از سرویس دهنده ها بی کار شود؛ می تواند مشتری بعدی (حضوری یا تلفنی) را پذیرش کند. هدف مقایسه مدت سرویس دهی حضوری و تلفنی است. نمونه گیری در یک روز کاری در ساعت های مختلف انجام گرفته است.

۱- ورود مشتری حضوری (مدت زمان بین دو ورود متوالی)

۳- مدت زمان سرویس مشتری حضوری

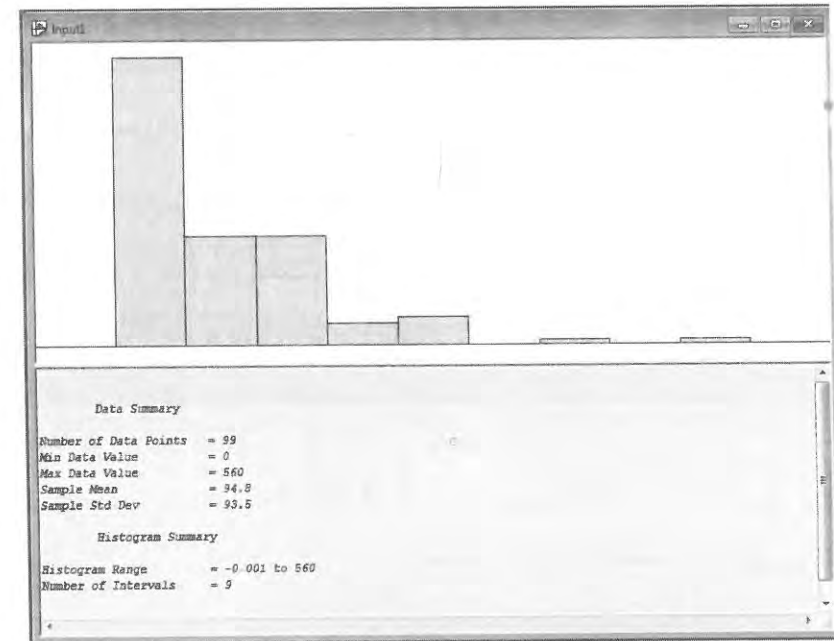
۴- مدت زمان سرویس مشتری تلفنی

اطلاعات جمع‌آوری شده برای مدت زمان بین دو ورود متوالی مشتری حضوری را در فایل `txt` زیر مشاهده می‌کنید:

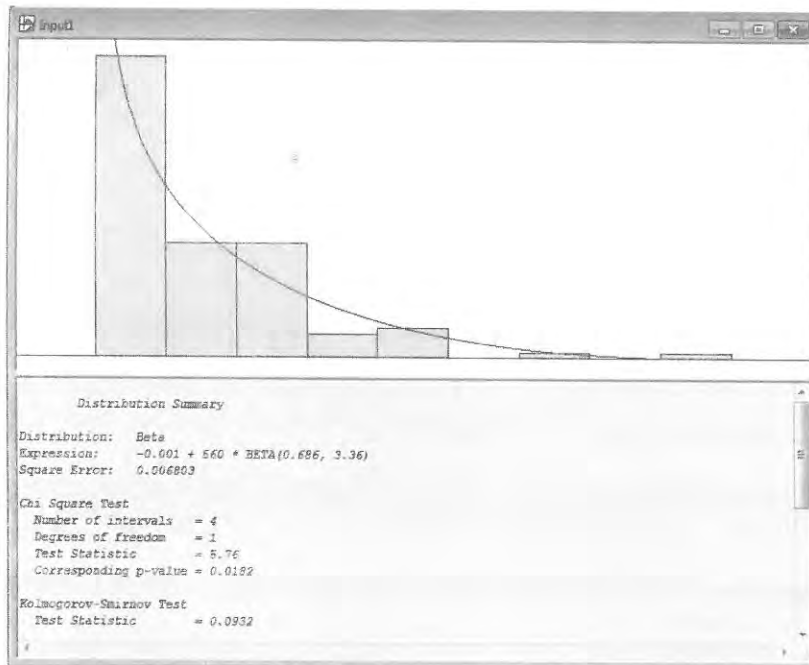
[illegible]

مدت زمان بین دو ورود متوالی به ثانیه بوده است. توضیحات در مورد زمان‌های بین دو ورود همان توضیحات مثال‌های قبلی می‌باشد.

اکنون برای برآزش یک توزیع مناسب برای هر از این داده‌ها، همانطور که در فصل قبل توضیح داده شد؛ **Input Analyzer** را اجرا کنید (می‌توانید در نرم افزار را آرنا از منوی **Tools** گزینه **Input Analyzer** انتخاب کنید). در **Input Analyzer**، یک پنجره جدید ایجاد می‌کنیم (**File/New**) یا دکمه  و سپس فایل داده‌های خود را که در فرمت **text** ذخیره کرده‌ایم با استفاده از مسیر **File/Data File/Use Existing** و یا دکمه‌ی ، به پنجره برآزش داده‌ها فراخوانی می‌نماییم. **Input Analyzer** یک هیستوگرام از داده‌ها را در قسمت بالا و خلاصه‌ای از ویژگی‌های داده‌ها را در قسمت پایینی پنجره‌ای مانند شکل زیر نمایش می‌دهد.



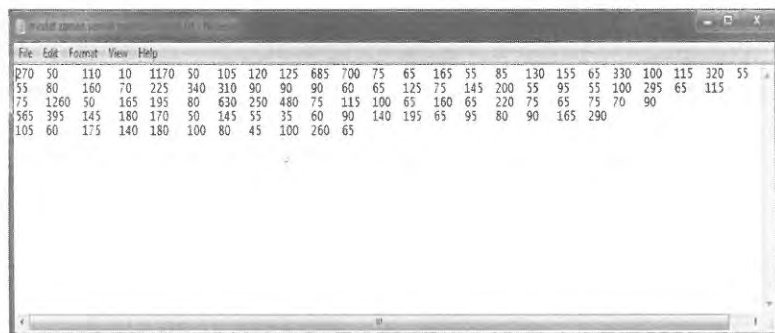
حال در Input Analyzer، از منوی Fit گزینه‌ی Fit All را انتخاب می‌کنیم. با این انتخاب به‌طور خودکار تمام توزیع‌های کاربردی برای این داده‌ها برازش می‌شوند، آزمون‌های آماری برای هر یک محاسبه می‌شود و توزیعی که کمترین مقدار خطای مربع را دارد، نمایش داده می‌شود. همان‌طور که می‌بینید توزیع پیشنهادی برای ورود مشتری‌های حضوری به شرکت عبارت است از: $-0.001 + 560 * BETA(0.686, 3.36)$. این عبارت را بعداً در جای مناسب خود وارد خواهیم کرد.



اطلاعات جمع‌آوری شده را برای مدت زمان بین دو ورود متوالی مشتری تلفنی (مدت زمان بین دو تماس متوالی) در فایل txt. زیر مشاهده می‌کنید:

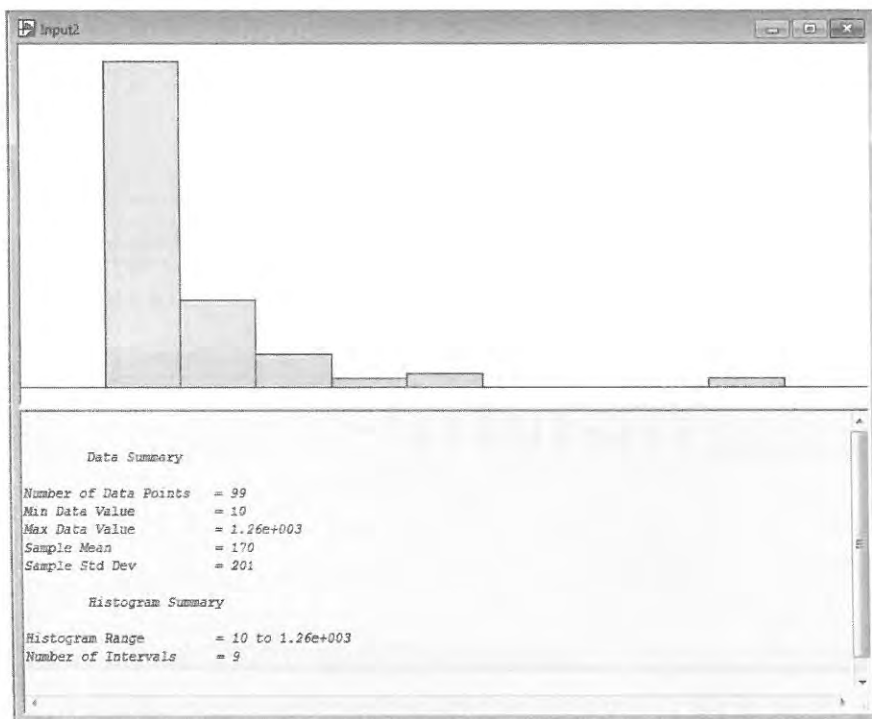
A screenshot of a text editor window with a menu bar (File, Edit, Format, View, Help) and a toolbar with icons for undo, redo, and window management. The text area contains a 5x21 grid of numbers. The numbers are arranged in five rows and twenty-one columns. The first row contains: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255. The second row contains: 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127. The third row contains: 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87. The fourth row contains: 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12. The fifth row contains: 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The window has a title bar with a minus, maximize, and close button. The text is in a monospaced font. The background is light gray. The window is titled with a small icon and a title bar. The menu bar is at the top. The toolbar is below the menu bar. The text area is the main part of the window. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 157, 64, 15, 27, 12, 40, 39, 81, 2, 97, 7, 28, 1, 261, 2, 8, 45, 164, 276, 103, 49, 60, 81. The numbers are arranged in a grid. The first row has 21 numbers. The second row has 21 numbers. The third row has 21 numbers. The fourth row has 21 numbers. The fifth row has 21 numbers. The numbers are: 285, 5, 18, 408, 112, 21, 49, 46, 146, 0, 161, 133, 80, 139, 174, 175, 317, 181, 227, 255, 12, 67, 138, 70, 35, 40, 76, 24, 179, 50, 72, 178, 320, 74, 154, 109, 22, 39, 254, 15, 127, 16, 72, 57, 48, 7, 30, 48, 40, 295, 61, 14, 104, 2, 16, 17, 96, 138, 134, 212, 40, 137, 87, 107, 177, 45, 204, 49, 204, 125, 6, 35, 10, 134, 124, 153, 0, 42, 84, 15

مدت زمان بین دو ورود متوالی به ثانیه بوده است. برای برازش توزیع مناسب این داده‌ها همانند مرحله‌ی قبل فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم. یک هیستوگرام از داده‌ها به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

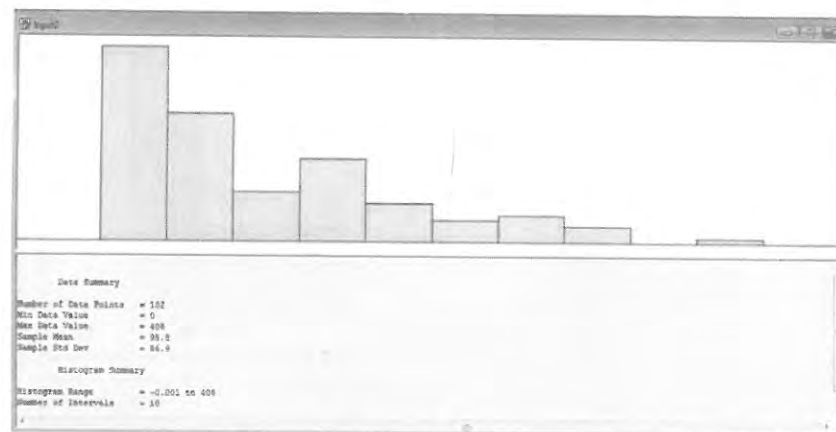


| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| 270 | 50 | 110 | 10 | 1170 | 50 | 105 | 120 | 125 | 685 | 700 | 75 | 65 | 165 | 55 | 85 | 130 | 155 | 65 | 330 | 100 | 115 | 320 | 55 |
| 55 | 80 | 160 | 70 | 225 | 340 | 310 | 90 | 90 | 90 | 60 | 65 | 125 | 75 | 145 | 200 | 55 | 95 | 55 | 100 | 295 | 65 | 115 | |
| 75 | 1260 | 50 | 165 | 195 | 80 | 630 | 250 | 480 | 75 | 115 | 100 | 65 | 160 | 65 | 220 | 75 | 65 | 75 | 70 | 90 | | | |
| 565 | 395 | 145 | 180 | 170 | 50 | 145 | 55 | 35 | 60 | 90 | 140 | 195 | 65 | 95 | 80 | 90 | 165 | 290 | | | | | |
| 105 | 60 | 175 | 140 | 180 | 100 | 80 | 45 | 100 | 260 | 65 | | | | | | | | | | | | | |

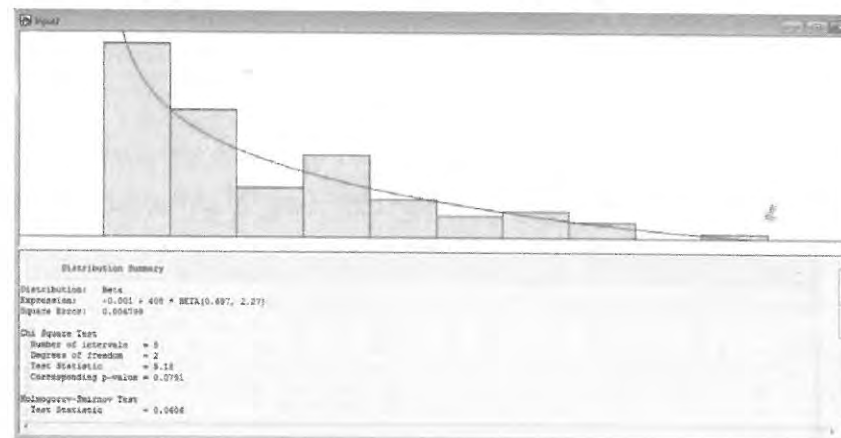
همانند دو مرحله قبل برای برآزش توزیع مناسب این داده ها فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می کنیم؛ خواهیم داشت:



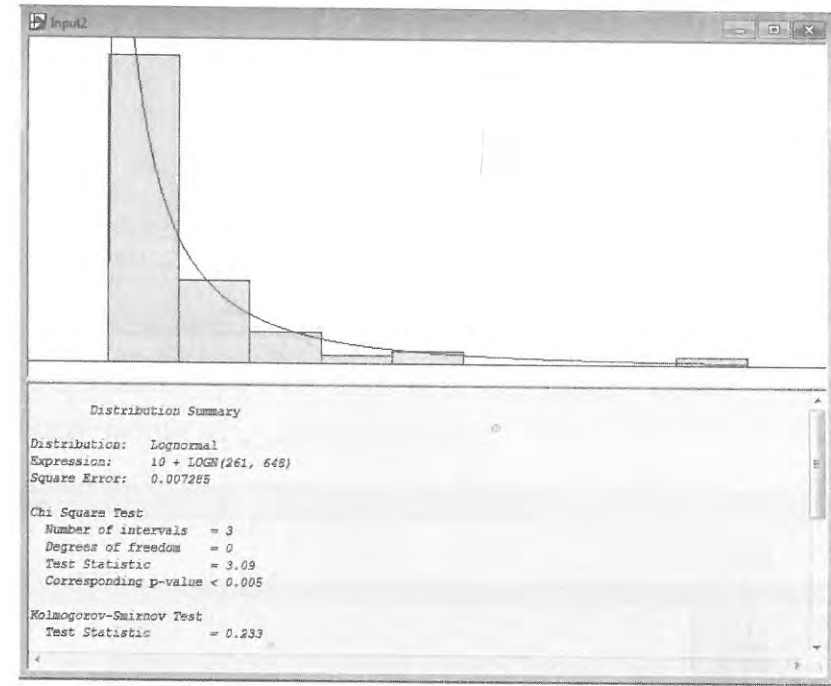
حال با انتخاب گزینه ی Fit All از منوی Fit، همان طور که مشاهده می کنید توزیع پیشنهادی برای مدت زمان سرویس مشتری های حضوری عبارت است از: $10 + \text{LOGN}(261, 647)$.



حال با انتخاب گزینه ی Fit All از منوی Fit، همان طور که مشاهده می کنید توزیع پیشنهادی برای ورود مشتری های تلفنی عبارت است از: $-0.001 + 408 * \text{BETA}(0.697, 2.27)$.



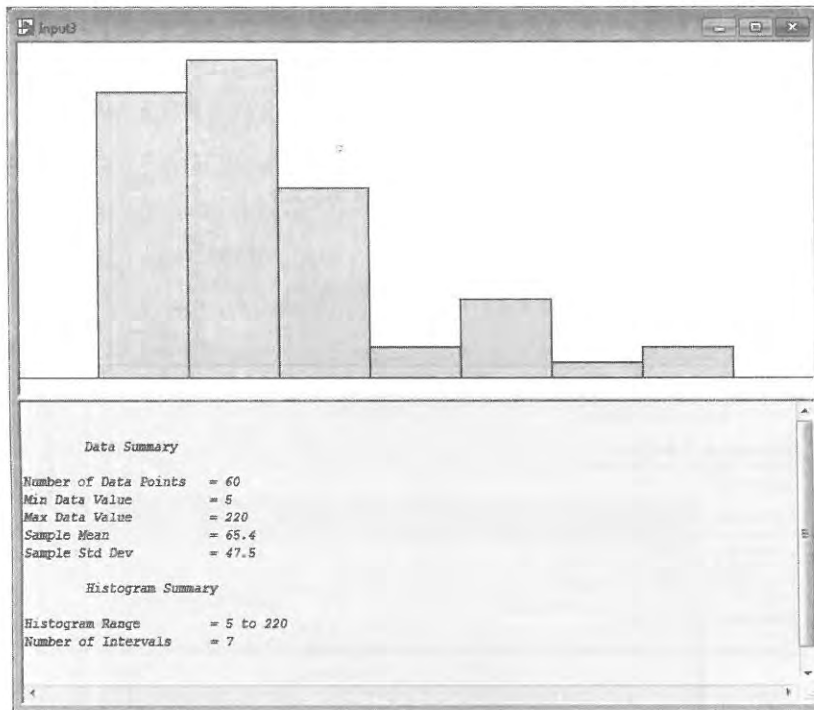
مدت زمان سرویس مشتری حضوری نیز جمع آوری و در یک فایل text به صورت زیر ثبت شده است:



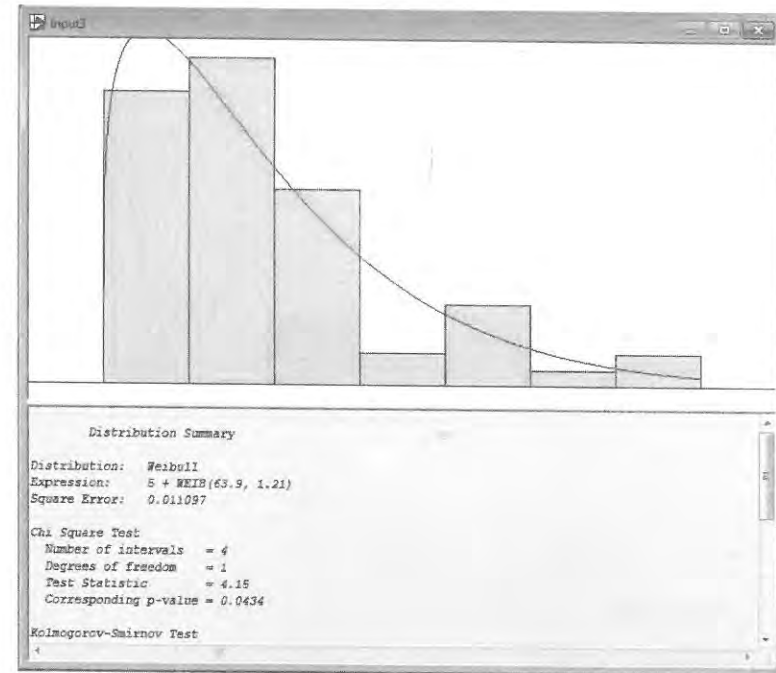
مدت زمان سرویس مشتری تلفنی نیز جمع آوری و در یک فایل text به صورت زیر ذخیره شده است:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|----|----|-----|----|-----|----|----|-----|----|----|----|----|----|-----|----|-----|-----|-----|
| 95 | 20 | 15 | 95 | 40 | 45 | 180 | 95 | 25 | 95 | 40 | 5 | 10 | 30 | 40 | 100 | 30 | 30 | 130 | 220 |
| 40 | 20 | 55 | 45 | 80 | 35 | 85 | 15 | 50 | 135 | 90 | 85 | 50 | 55 | 45 | 100 | 75 | 150 | | |
| 55 | 65 | 40 | 90 | 145 | 15 | 50 | 30 | 20 | 30 | 60 | 20 | 40 | 40 | 50 | 145 | | | | |
| 30 | 195 | 85 | 50 | 30 | 90 | | | | | | | | | | | | | | |

همانند مراحل قبل برای برازش توزیع مناسب این داده‌ها فایل text ذخیره شده را در Input Analyzer فراخوانی می‌کنیم؛ خواهیم داشت:

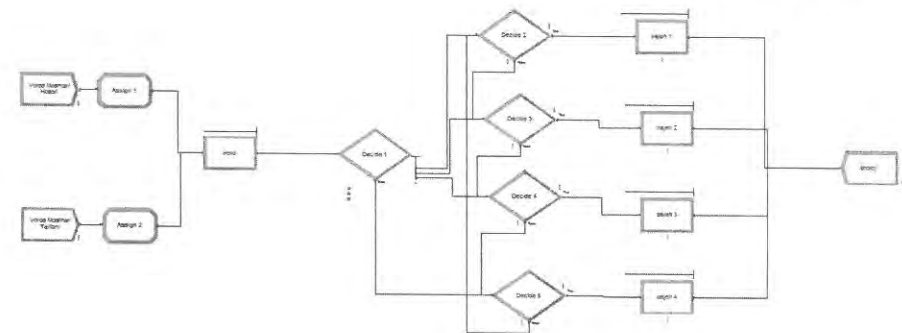


اکنون بار دیگر با انتخاب گزینه‌ی Fit All از منوی Fit، توزیع مناسب را برای مدت زمان سرویس دهی به مشتری‌های تلفنی، برازش می‌کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌نمایید این توزیع عبارت است از: $WEIB(63.9, 1.21) + 5$.



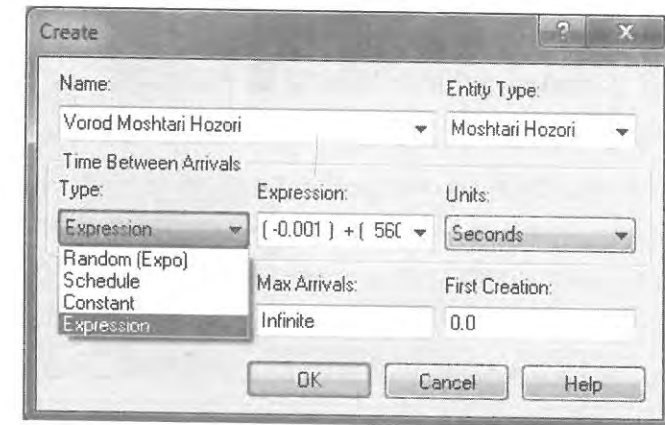
اکنون که با استفاده از داده‌های جمع آوری شده، توزیع‌های آماری مناسب را برای مدت بین دو ورود (مدت زمان بین دو ورود متوالی) برای مشتری‌های حضوری و تلفنی و مدت سرویس‌دهی به هر یک از این دو نوع مشتری در باجه‌ها تعیین کردیم؛ قصد داریم با توجه به توصیفی که در ابتدا از این شرکت داشتیم؛ سیستم آن را شبیه‌سازی کنیم.

نمای کامل مدلی را که برای این شرکت آرایه دهنده‌ی خدمات اینترنتی خواهیم ساخت؛ در زیر مشاهده می‌کنید:

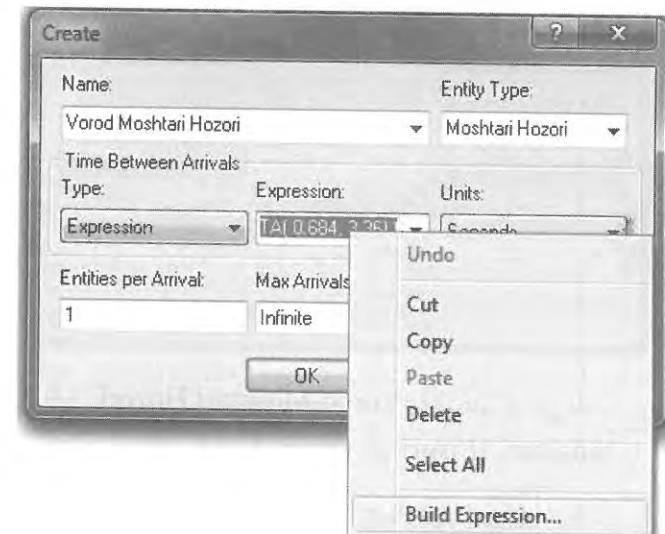


اکنون مراحل دقیق ساخت این مدل را مرحله به مرحله و به طور کامل شرح می‌دهیم. ابتدا یک پنجره مدل جدید با استفاده از (یا File > New یا ctrl+n) باز کنید، در همین مرحله می‌توانید برای مدل خود یک نام انتخاب کرده و آن را ذخیره کنید. از آنجایی که دو نوع ورود به این شرکت تعریف کردیم (حضوری و تلفنی)، برای این دو نوع ورود، دو ماژول Create را از پنل Basic Process به پنجره‌ی مدل خود ضمیمه کنید. می‌خواهیم یکی از این ماژول‌های Create را به ورود مشتریان حضوری و ماژول Create دیگر را به ورود مشتریان تلفنی اختصاص دهیم. ابتدا مشخصات مربوط به ورود مشتریان حضوری را تکمیل می‌کنیم. روی یکی از ماژول‌های Create دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. شکل زیر را مشاهده نمایید و توجه شود که برای ورود مشتریان حضوری، چه اطلاعاتی را در این پنجره وارد کرده‌ایم:

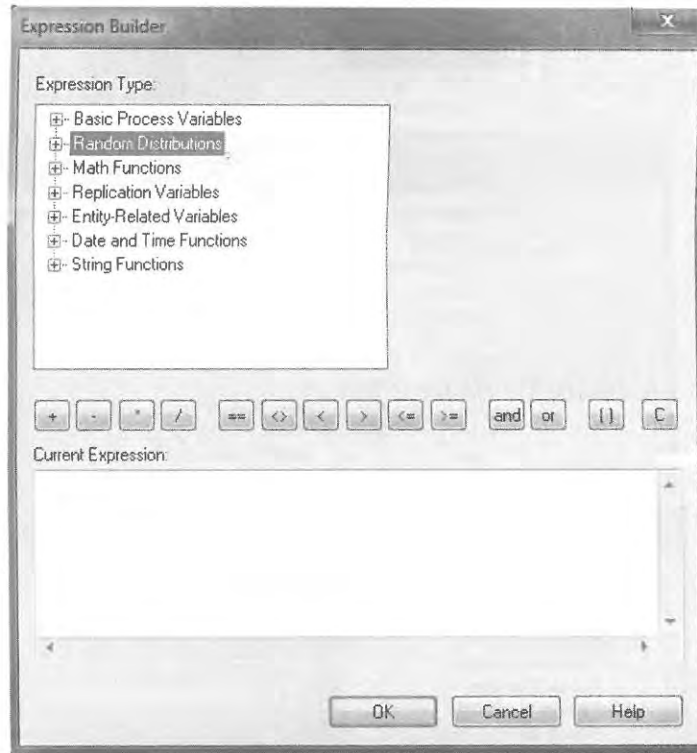
ما برای نام این ماژول Vorod Moshtari Hozori را انتخاب و این نام را در کادر Name وارد کرده‌ایم. همچنین در کادر Entity Type نام Moshtari Hozori را وارد نموده‌ایم. اکنون برای وارد کردن توزیع ورود مشتری حضوری در بخش Type گزینه Expression را انتخاب کنید:



حال در کادر Expression کلیک راست کرده و سپس گزینه‌ی Build Expression را انتخاب کنید:



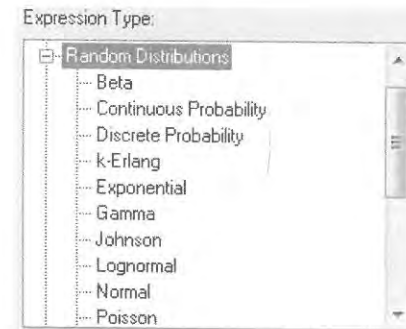
با این انتخاب پنجره‌ی زیر گشوده می‌شود:



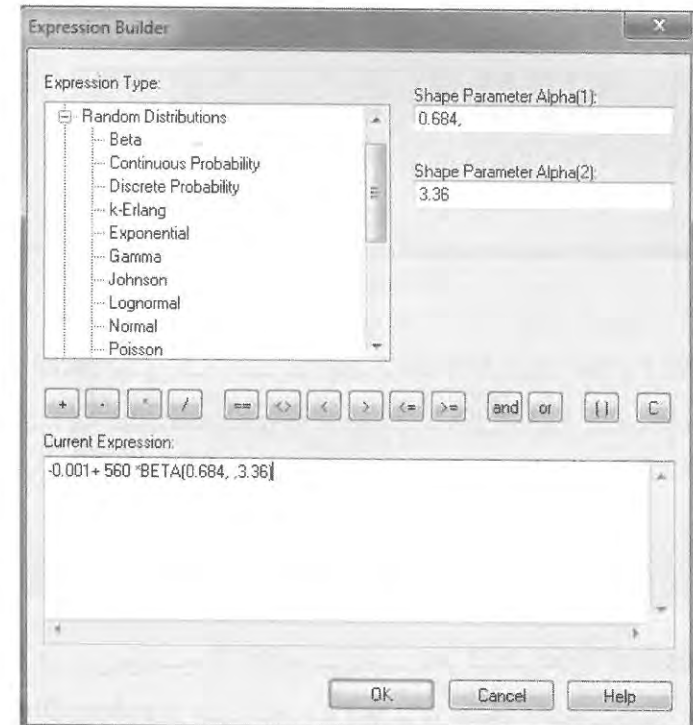
همان‌طور که به یاد دارید توزیعی که برای ورود مشتری حضوری با استفاده از Input Analyzer تعیین شد؛ عبارت $-0.001 + 560 * \text{BETA}(0.684, 3.36)$ بود. همین عبارت را در کادر Current Expression وارد کنید. برای ساختن این عبارت می‌توانید از علائم موجود در کادر زیر استفاده نمایید:



و برای وارد کردن توزیع BETA می‌توانید در کادر Expression Type روی Random Distributions کلیک کرده و از آنجا توزیع Beta را انتخاب کنید:



پس از آنکه توزیع مشخص شده، یعنی عبارت $-0.001 + 560 * \text{BETA}(0.684, 3.36)$ را وارد کردید؛ روی گزینه‌ی OK کلیک کنید:



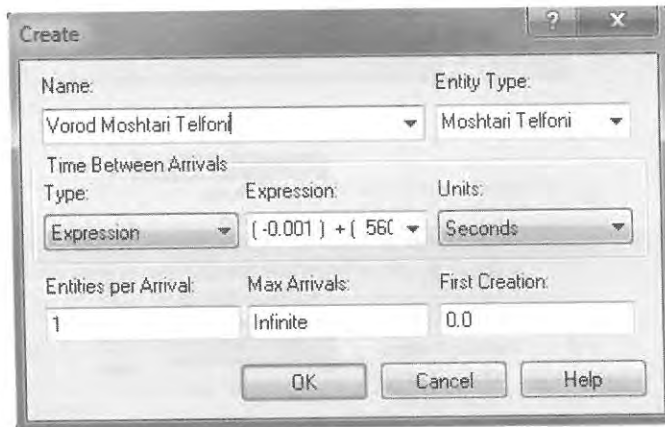
برای ذخیره شدن اطلاعاتی که وارد کردید روی گزینه‌ی OK کلیک نمایید. تنها چیزی که برای تکمیل این ماژول لازم است انجام شود مشخص کردن واحد زمان می‌باشد. با توجه به

اینکه داده‌ها به ثانیه جمع‌آوری شده‌اند در کادر Units گزینه‌ی Seconds را به عنوان واحد زمان انتخاب می‌کنیم:



در انتها باید روی گزینه‌ی OK کلیک کنیم تا اطلاعاتی که وارد کرده‌ایم در این ماژول ذخیره گردد.

برای مشتریان تلفنی نیز به همین شیوه عمل می‌کنیم. روی دومین ماژول Create دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر مشاهده می‌کنید که چه اطلاعاتی را در این پنجره وارد کرده‌ایم:

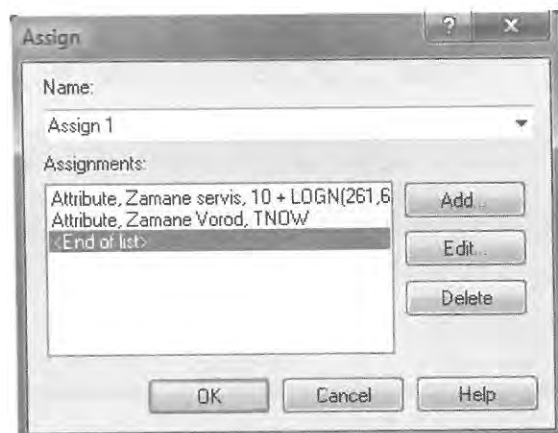


ما برای نام این ماژول Vorod Moshtari Telfoni را انتخاب و این نام را در کادر Name وارد کرده‌ایم. همچنین در کادر Entity Type نام Moshtari Telfoni را وارد نموده‌ایم.

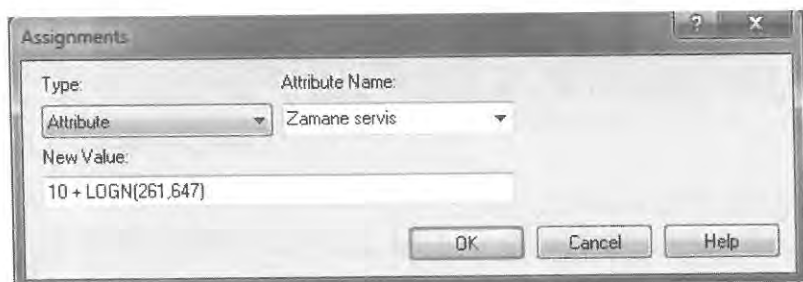
آموختیم؛ در اینجا به هر یک از دو ورودی توزیع مدت زمان سرویس دهی در بانه ها را اختصاص می دهیم.

بنابراین باید یک صفت Zamane servis تعریف کنیم و به آن زمان فرآیند سرویس دهی را اختصاص دهیم، که برای هر یک از این دو نوع ورود متفاوت است. این مقادیر را در ماژول های Assign 1 و Assign 2، تعریف می کنیم. دو ماژول Assign را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید.

برای یکی از این ماژول های Assign نام Assign 1 را در نظر گرفته ایم و می خواهیم در آن زمان سرویس دهی را به مشتریان حضوری، مشخص کنیم. مواردی را که در این ماژول تکمیل کرده ایم؛ در شکل زیر مشاهده می کنید:



برای اختصاص دادن توزیع مدت زمان سرویس دهی به مشتری حضوری، بر روی گزینه ی Add کلیک کنید. در این صورت پنجره ای مانند شکل زیر گشوده خواهد شد:

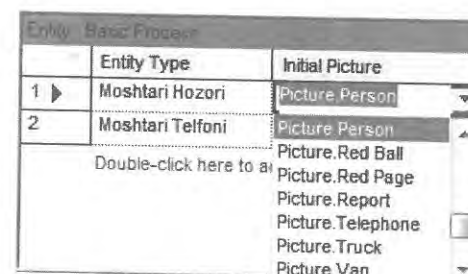


اکنون برای وارد کردن توزیع ورود مشتری تلفنی، همانند ماژول Create مربوط به ورود مشتری حضوری عمل کرده؛ در کادر Expression توزیع ورود مشتری تلفنی یعنی عبارت $0.001 + 560 * \text{BETA}(0.684, 3.36)$ را به شیوه گفته شده؛ وارد می کنیم. سایر مواردی که باید تکمیل گردد مانند ماژول Create مربوط به ورود مشتری حضوری است.

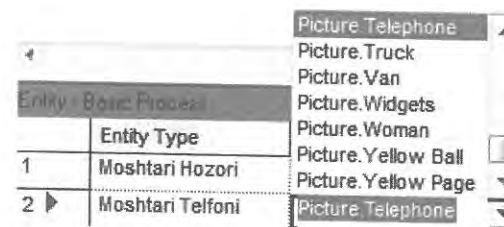
اکنون برای مشخص کردن شکل یا تصویر این دو نوع ورود، بر روی ماژول داده ی Entity در پنل Basic Process یک مرتبه کلیک کنید تا صفحه گسترده مربوط به آن باز شود:

| Entity Type | Initial Picture | Holding Cost / Hour | Initial VA Cost | Initial NVA Cost | Initial Waiting Cost | Initial Tran Cost | Initial Other Cost | Report Statistics |
|---------------------|-------------------|---------------------|-----------------|------------------|----------------------|-------------------|--------------------|-------------------------------------|
| 1 ▶ Moshtari Hozori | Picture.Person | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | ☒ |
| 2 Moshtari Telfoni | Picture.Telephone | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | ☒ |

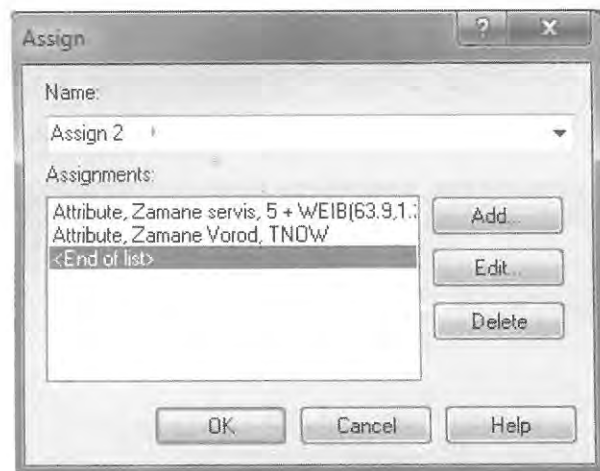
همان طور که مشاهده می کنید برای Moshtari Hozori در کادر Initial Picture گزینه Picture.Person را انتخاب کرده ایم:



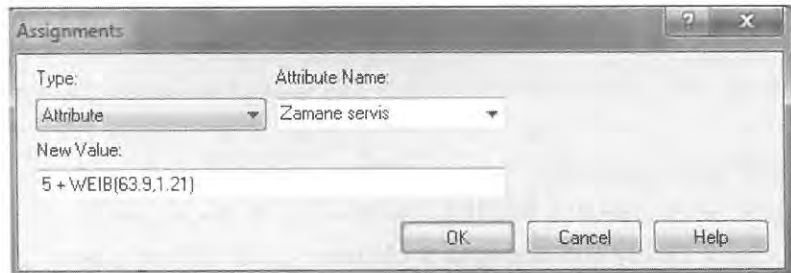
و برای Moshtari Telfoni در کادر Initial Picture گزینه Picture.Telephone را انتخاب کرده ایم:



از آنجایی که در این سیستم دو نوع ورودی متفاوت (حضوری و تلفنی) داریم که هر یک با توزیع آماری مشخص در بانه ها سرویس دریافت خواهند نمود؛ مانند آنچه در فصل هفتم



برای اختصاص دادن توزیع مدت زمان سرویس دهی به مشتری تلفنی، بر روی گزینهی Add کلیک کنید در این صورت پنجره ای مانند شکل زیر گشوده خواهد شد:

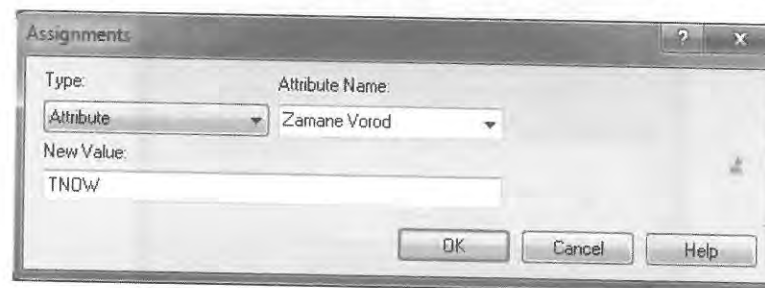


مانند مرحله ی قبل عمل کرده و در کادر کشویی Type گزینه ی Attribute را انتخاب و سپس در کادر Attribute Name صفت با نام Zamane servis را انتخاب می کنیم. در کادر New Value توزیع مدت زمان سرویس دهی به مشتری تلفنی را که قبلا به وسیله Input Analyzer تعیین شده بود؛ یعنی عبارت $5 + WEIB(63.9,1.21)$ وارد کرده ایم. بر روی گزینه ی OK کلیک کنید تا اطلاعات وارد شده ذخیره گردد.

پس از تکمیل این بخش بار دیگر بر روی گزینه ی Add ماژول Assign کلیک کنید تا پنجره ی مشابه پنجره ی قبلی باز شود، این بار می خواهیم یک صفت Zamane Vorod، را که برای ذخیره زمان ورود مشتریان تلفنی به کار گرفته می شود تعریف کنیم. همانند بخش قبلی

همان طور که مشاهده می کنید در کادر کشویی Type گزینه ی Attribute را انتخاب و سپس در کادر Attribute Name صفتی با نام Zamane servis را تایپ و وارد کرده ایم. در ادامه در کادر New Value توزیع مدت زمان سرویس دهی به مشتری حضوری که قبلا به وسیله Input Analyzer تعیین شده بود، یعنی عبارت $10 + LOGN(261,647)$ را وارد کرده ایم. بر روی گزینه OK کلیک کنید تا اطلاعات وارد شده ذخیره گردد.

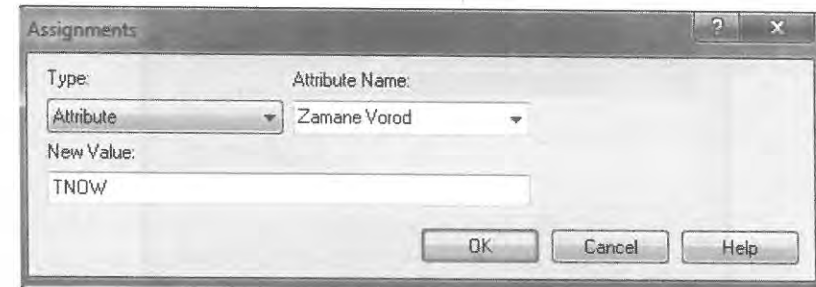
پس از تکمیل این بخش بار دیگر بر روی گزینه Add ماژول Assign کلیک کنید تا پنجره ی مشابهی پنجره ی قبلی باز شود. این بار می خواهیم یک صفت Zamane Vorod، که برای ذخیره زمان ورود مشتریان حضوری به کار گرفته می شود تعریف کنیم. همانند بخش قبلی در کادر کشویی Type گزینه ی Attribute را انتخاب و سپس در کادر Attribute Name صفتی با نام Zamane Vorod را تایپ و وارد کرده ایم. در ادامه در کادر New Value متغیر آرنا TNOW را وارد می کنیم. همانطور که از فصل هفتم به یاد دارید، متغیر آرنا TNOW زمان جاری شبیه سازی را در دسترس قرار می دهد:



پس از تکمیل موارد گفته شده بر روی گزینه ی OK این پنجره و سپس بر روی گزینه ی OK ماژول Assign کلیک کنید تا اطلاعات وارد شده ذخیره گردد.

برای تخصیص مدت زمان سرویس دهی به مشتری تلفنی نیز به همین ترتیب عمل می کنیم. برای ماژول Assign دوم نام Assign 2 را در نظر گرفته ایم و می خواهیم در آن زمان سرویس دهی به مشتریان تلفنی را مشخص کنیم. مواردی را که در این ماژول تکمیل کرده ایم؛ در شکل زیر مشاهده می کنید:

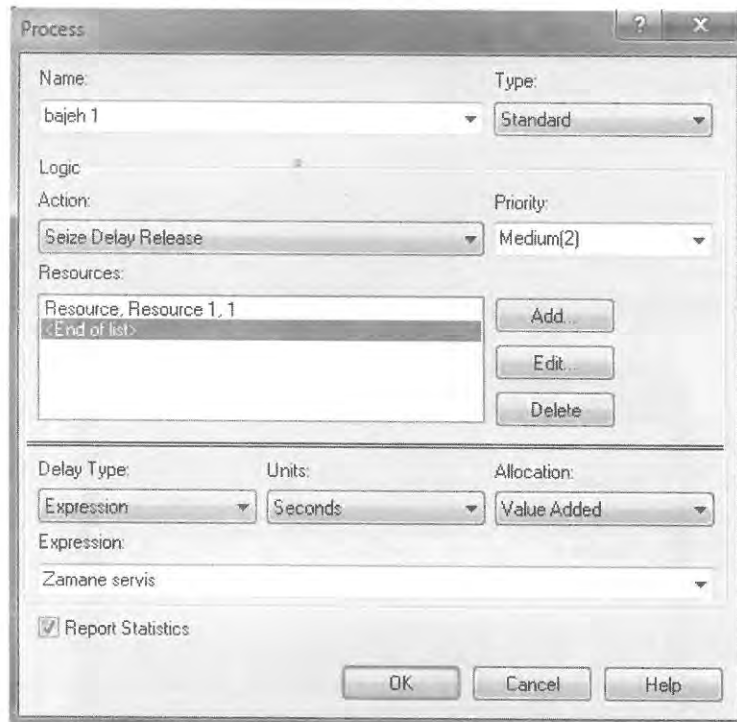
در کادر کشویی Type گزینه‌ی Attribute را برمی‌گزینیم و سپس در کادر Attribute Name صفتی با نام Zamane Vorod را انتخاب می‌کنیم و در ادامه در کادر New Value متغیر آرنا TNOW را وارد می‌نماییم:



پس از تکمیل موارد گفته شده بر روی گزینه‌ی OK این پنجره و سپس بر روی گزینه‌ی OK ماژول Assign کلیک کنید تا اطلاعات وارد شده ذخیره گردد.

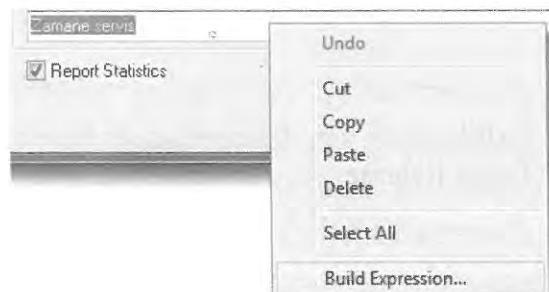
همان‌طور که در توصیف این شرکت ارایه دهنده خدمات اینترنتی گفته شد؛ شرکت دارای چهار باجه سرویس دهی به مشتریان تلفنی و حضوری است. برای تعریف هر یک از این باجه‌ها به یک ماژول Process نیاز داریم. بنابراین چهار ماژول Process را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه می‌کنیم.

فرض کنید اولین ماژول Process را به باجه یک اختصاص دهیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. bajeh 1 را به عنوان نام این ماژول انتخاب کرده‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب نموده‌ایم. از فصل ششم به یاد دارید که Seize Delay Release به این معنی است که نهاد، در اینجا مشتری حضوری یا تلفنی وارد شده و منبع، که در اینجا سرویس دهنده باجه ۱ است، را اشغال می‌کند (پس از انتظار مورد قبول در صف)، سپس بر طبق توزیعی که در بخش بعدی مشخص می‌شود تاخیر اتفاق افتاده و پس از آن نهاد منبع را رها کند به طوری که سایر نهادها بتوانند آن را تصاحب کنند. در شکل زیر می‌توانید تنظیمات قسمت‌های مختلف این پنجره را مشاهده کنید:

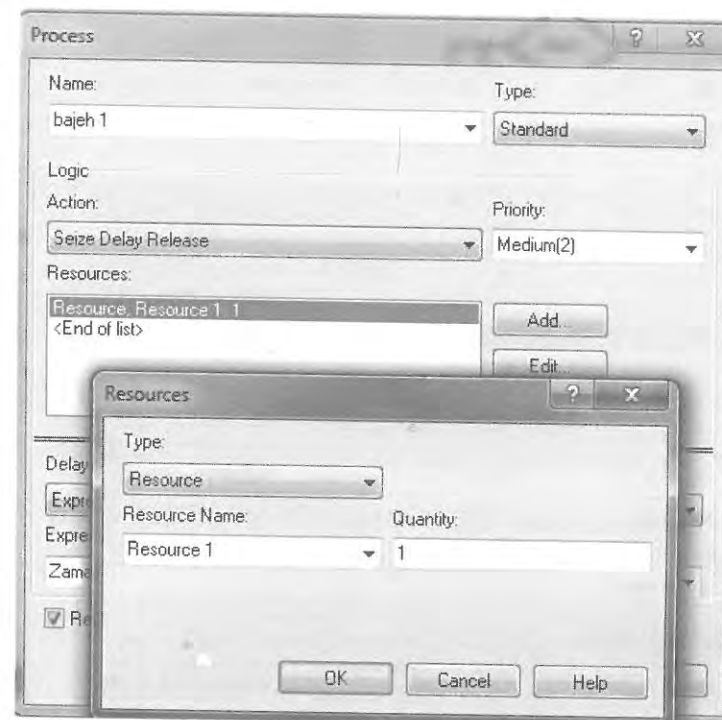
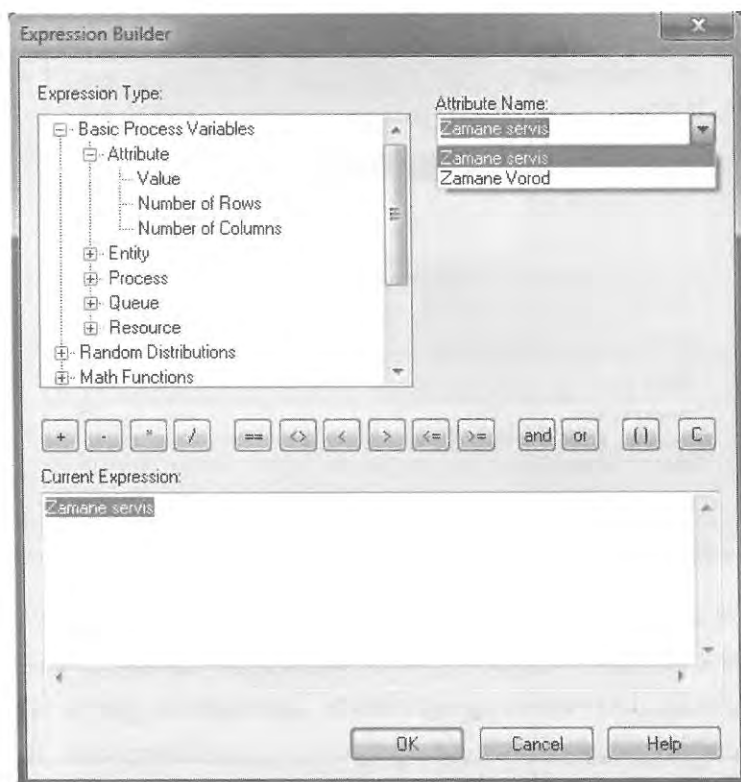


در ادامه‌ی تکمیل ماژول Process مربوط به باجه یک، مورد دیگری که باید انجام دهیم این است که در بخش Resource این ماژول بر روی گزینه‌ی Add کلیک و در کادر Resource Name نام Resource 1 را وارد کرده و سپس روی گزینه OK کلیک کنیم. به شکل زیر توجه کنید:

سپس در کادر Expression که ایجاد شده، راست کلیک کرده؛ از آنجا گزینه ی Build Expression را انتخاب می کنیم:



اکنون در کادر Expression Type از پنجره ای که باز می شود؛ ابتدا گزینه ی Attribute و سپس گزینه ی Value را انتخاب می کنیم. حال از کادر کشویی Attribute Name در سمت راست گزینه Zamane servis را برمی گزینیم:



اکنون بر روی گزینه ی OK کلیک می کنیم تا تنظیمات تکمیل شده ذخیره شود. همان طور که گفته شد در این سیستم دو نوع ورودی متفاوت (حضور و تلفنی) وجود دارد که هر یک با توزیع آماری مشخص در بانه ها سرویس دریافت می کنند. مدت سرویس دهی به هر یک از این دو نوع ورودی، با تعریف صفت Zamane servis در ماژول های Assign 1 و Assign 2، مشخص گردید.

برای اختصاص دادن توزیع مناسب مدت زمان سرویس دهی بر این اساس که مشتری وارد شده به بانه مشتری حضور است یا تلفنی، در کادر Delay Type گزینه ی Expression را انتخاب می کنیم:



به این ترتیب و با این انتخاب، بر این اساس که مشتری وارد شده به باجه حضوری است یا تلفنی، توزیع آماری مشخص شده برای مدت زمان سرویس دهی به آن مشتری اختصاص داده خواهد شد. در پایان بر روی گزینه‌های OK کلیک می‌کنیم تا اطلاعات وارد شده ذخیره گردد.

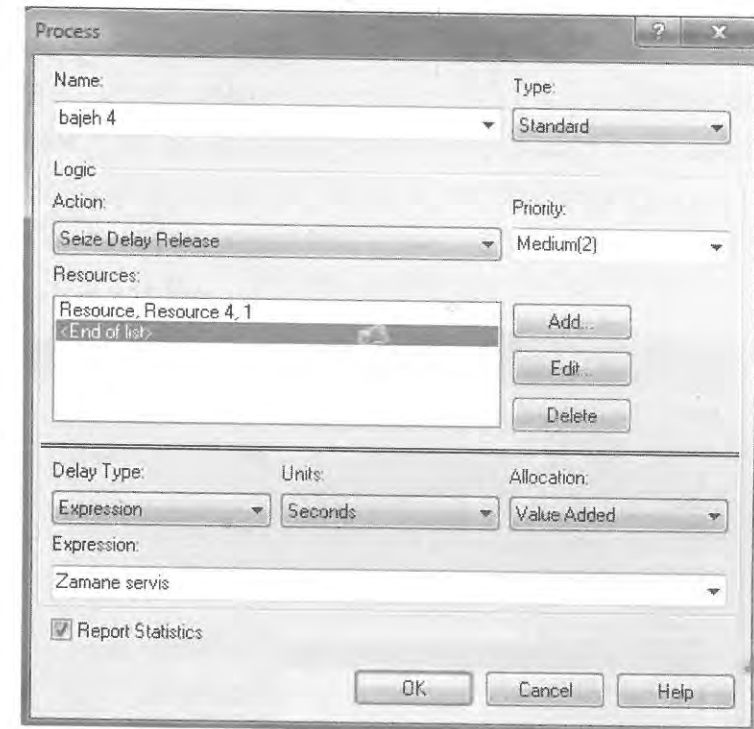
فرض کنید ماژول Process بعدی را به باجه دوم اختصاص دهیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. برای نام این ماژول bajeh 2، را انتخاب کرده‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب و در بخش Resource بر روی گزینه‌ی Add کلیک نموده و سپس در کادر Resource Name نام Resource 2 را وارد کرده‌ایم. به شکل زیر توجه کنید:

همان طور که مشاهده می‌کنید مانند آنچه در باجه ۱ انجام شد؛ برای اختصاص دادن توزیع مناسب مدت زمان سرویس دهی بر این اساس که مشتری وارد شده به این باجه مشتری حضوری است یا تلفنی، در کادر Delay Type گزینه‌ی Expression، را انتخاب کرده و سپس در کادر Expression به شیوه‌ای که پیش از این گفته شد؛ گزینه Zamane servis را انتخاب می‌کنیم.

به همین ترتیب ماژول‌های مربوط به باجه‌های ۳ و ۴ را تکمیل می‌کنیم. فرض کنید ماژول Process سوم را به باجه سوم اختصاص دهیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. برای نام این ماژول bajeh 3، را انتخاب کرده‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب و در بخش Resource بر روی گزینه‌ی Add کلیک کرده و سپس در کادر Resource Name نام Resource 3 را وارد کرده‌ایم. همچنین مانند آنچه در باجه‌های ۱ و ۲ انجام شد، برای اختصاص دادن توزیع مناسب مدت زمان سرویس در کادر Expression به شیوه‌ای که پیش از این گفته شد گزینه‌ی Zamane servis را انتخاب می‌کنیم. به شکل زیر که تکمیل شده همین ماژول است توجه کنید:

در ادامه فرض کنید ماژول Process آخر را به باجه چهارم اختصاص دهیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود. برای نام این ماژول bajeh 4، را انتخاب کرده‌ایم. همچنین در کادر کشویی Action، گزینه‌ی Seize Delay Release را انتخاب و در بخش Resource نام Resource 4 را وارد کرده‌ایم. همچنین مانند آنچه در ماژول‌های مربوط به سه باجه قبلی انجام شد، برای اختصاص دادن توزیع مناسب مدت زمان

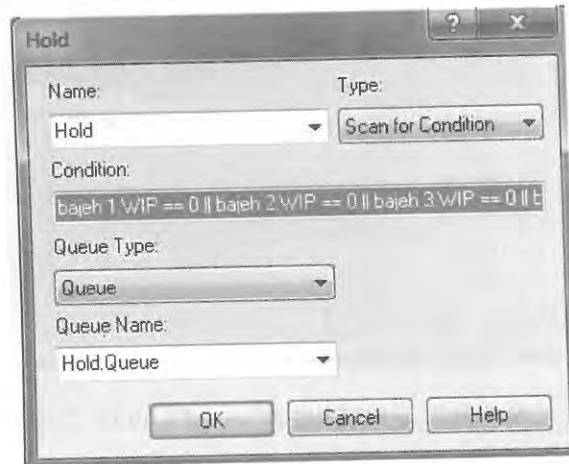
سرویس در کادر Expression گزینه Zamane servis را انتخاب می‌کنیم. شکل زیر تکمیل شده همین ماژول را نمایش می‌دهد:



به این ترتیب چهار ماژول مربوط به بایچه‌های موجود در این سیستم تکمیل می‌شود. همانطور که در توصیف این شرکت گفته شد، در این شرکت یک سیستم شماره‌دهی به مشتریان حضوری و تلفنی وجود دارد که به هر مشتری یک شماره اختصاص می‌دهد و هرگاه یکی از سرویس دهنده‌ها (مسئول یکی از بایچه‌ها) بی‌کار شود می‌تواند مشتری بعدی (حضوری یا تلفنی) را پذیرش کند. بنابراین باید این سیستم را به گونه‌ای شبیه‌سازی کنیم که در بایچه‌ها صف تشکیل نشود بلکه در خارج از این چهار بایچه یک صف مشترک از مشتریان حضوری و تلفنی تشکیل شود و هرگاه یک بایچه خالی شد مشتری که در ابتدای صف قرار دارد به این بایچه مراجعه کند.

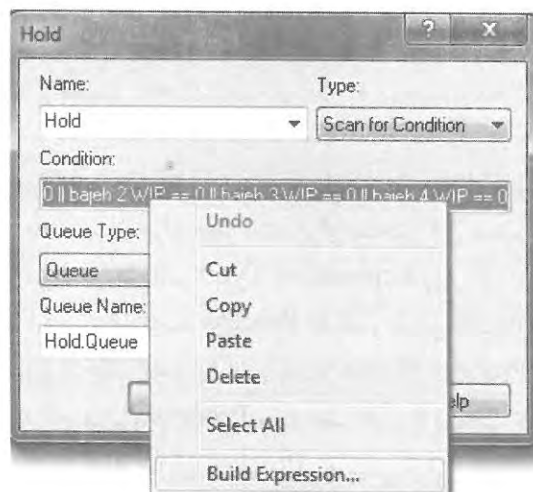
برای شبیه‌سازی صف گفته شده از یک ماژول Hold استفاده می‌کنیم. این ماژول را از پنل Advanced Process به پنجره مدل خود ضمیمه کرده و سپس بر روی آن دو مرتبه کلیک

کنید تا پنجره این ماژول باز شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که ما برای مدل خود در این پنجره وارد کرده‌ایم؛ مشاهده کنید:

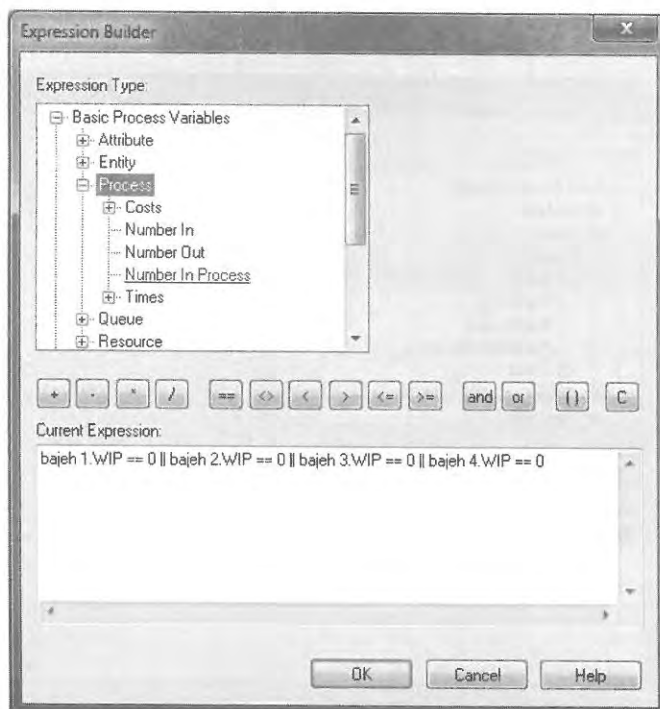


همانطور که گفته شد این ماژول به این منظور در نظر گرفته می‌شود که تا زمانی که هر چهار بایچه مشغول هستند مشتری (حضوری و تلفنی) را در صف نگه دارد و تنها هنگامی که یکی از بایچه‌ها آزاد شد اجازه دهد مشتری بعدی (حضوری یا تلفنی) به بایچه برود. ما برای این ماژول نام Hold را انتخاب کرده‌ایم.

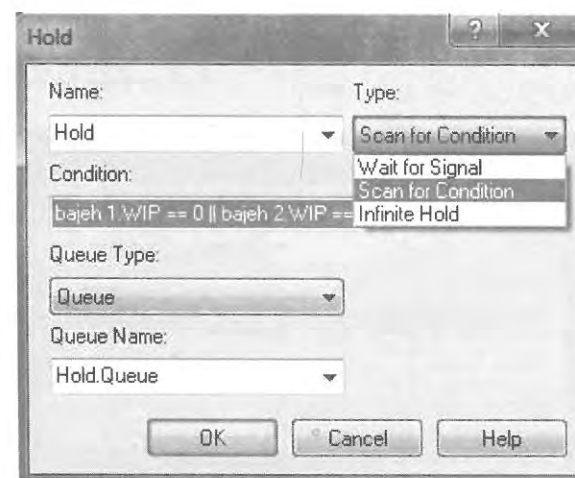
همان‌طور که مشاهده می‌کنید؛ در کادر Type گزینه‌ی Scan for Condition را انتخاب کرده‌ایم به این معنی که باید شرطی که تعریف خواهیم کرد؛ بررسی گردد و تنها هنگامی که این شرط برقرار بود اجازه داده شود یک مشتری از صف خارج گردد:



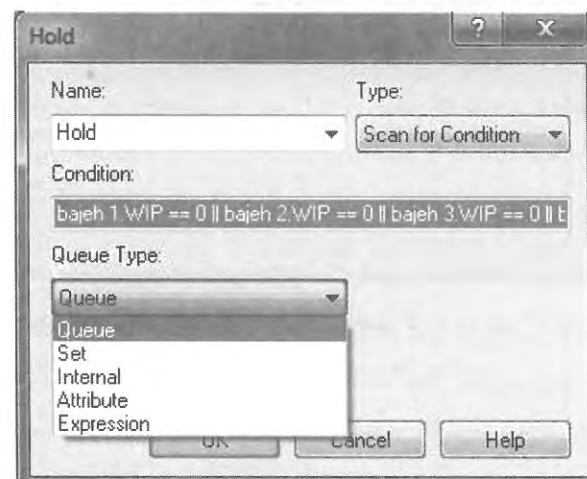
در این صورت پنجره‌ی زیر گشوده خواهد شد:



در تصویر قبل به عبارت شرطی که در کادر Current Expression ساخته‌ایم؛ دقت کنید:



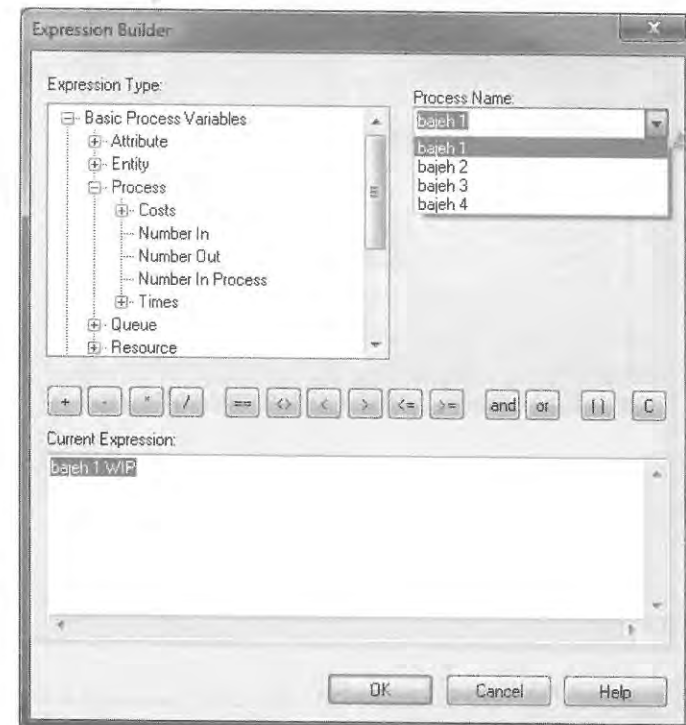
همچنین در کادر Queue Type گزینه‌ی Queue انتخاب شده است:



برای ساختن عبارت شرطی مورد نظر در کادر Condition راست کلیک کرده؛ سپس گزینه‌ی Build Expression را انتخاب کنید:

bajeh 1.WIP == 0 || bajeh 2.WIP == 0 || bajeh 3.WIP == 0 || bajeh 4.WIP == 0

معنی این عبارت از چپ به راست، به این صورت است: تعداد مشتری در باجه اول برابر صفر یا (علامت ||) تعداد مشتری در باجه دوم برابر صفر باشد، یا تعداد مشتری در باجه سوم برابر صفر و یا تعداد مشتری در باجه چهارم برابر صفر باشد. برای ساختن این عبارت به صورتی که شرح داده خواهد شد عمل می‌کنیم. در کادر Expression Type روی گزینه Basic Process Variables، پس از آن بر روی گزینه Process کلیک و سپس Number In Process را انتخاب می‌کنیم. با این انتخاب کادر جدیدی به نام Process Name در سمت راست باز می‌شود که در آن باید نام ماژول Process مورد نظر خود را انتخاب کنیم. همانطور که در شکل زیر مشاهده می‌کنید چهار ماژول Process که پیش از این تعریف کرده بودیم در این کادر موجود است. ابتدا bajeh 1 را انتخاب می‌کنیم، با این کار عبارت bajeh 1.WIP را در کادر Current Expression مشاهده خواهید کرد، که به معنی تعداد مشتری‌ها در فرآیند سرویس دهی باجه ۱ می‌باشد:



اکنون می‌خواهیم این عبارت (تعداد مشتری‌ها در فرآیند سرویس دهی باجه ۱) را برابر با صفر قرار دهیم. با استفاده از علائم موجود در کادر زیر علامت == را انتخاب کرده:



و سپس از صفحه کلید عدد 0 را وارد می‌کنیم. عبارتی که در کادر Current Expression مشاهده خواهید کرد؛ به صورت زیر است:



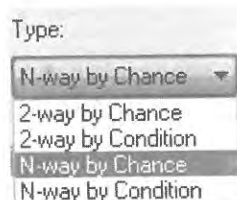
تا اینجا عبارت تعداد مشتری‌ها در فرآیند سرویس دهی باجه ۱ برابر صفر باشد را ساخته‌ایم. در ادامه، توجه کنید که در مجموعه‌ی علائم موجود در کادر زیر دو گزینه‌ی and و or نیز موجود است:



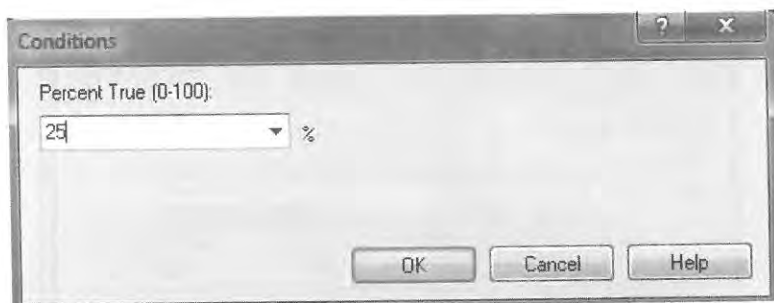
همان‌طور که پیش از این گفته شد؛ می‌خواهیم در این ماژول عبارت شرطی را به گونه‌ای بسازیم که اگر تعداد مشتری در فرآیند سرویس دهی یکی از این چهار باجه‌ها صفر باشد اجازه داده شود یک مشتری (تلفنی یا حضوری) از صف خارج گردیده؛ و وارد باجه خالی گردد. به همین دلیل گزینه or را انتخاب می‌کنیم. با این انتخاب علامت || بعد از عبارتی که قبلاً تعریف کرده بودیم؛ قرار می‌گیرد:



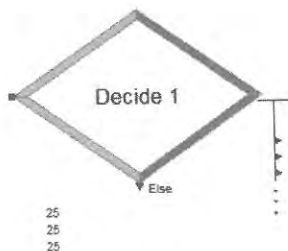
N-way by Chance را انتخاب کنید:



سپس بر روی گزینه ی Add کلیک کرده؛ و در کادری که گشوده می شود مقدار درصد مورد نظر را وارد نموده؛ روی OK کلیک می کنیم. از آنجایی که شانس انتخاب هر چهار باجه یکسان است هر کدام از این مقادیر را برابر ۲۵ درصد در نظر می گیریم:

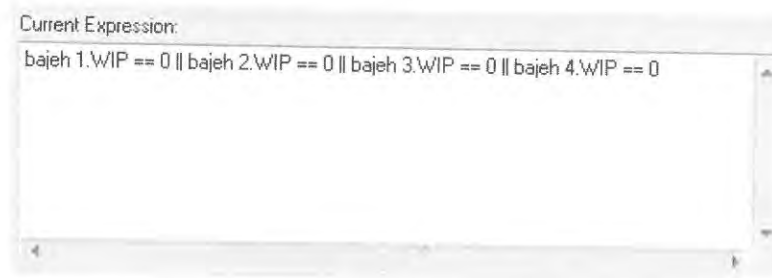


برای وارد کردن دو مقدار ۲۵ درصد دیگر نیز به همین ترتیب عمل می کنیم. نیازی به وارد کردن مقدار باقی مانده یعنی ۲۵ درصد چهارم نیست و نرم افزار آرنا به طور خودکار این مقدار را به مسیر Else ماژول Decide اختصاص می دهد:

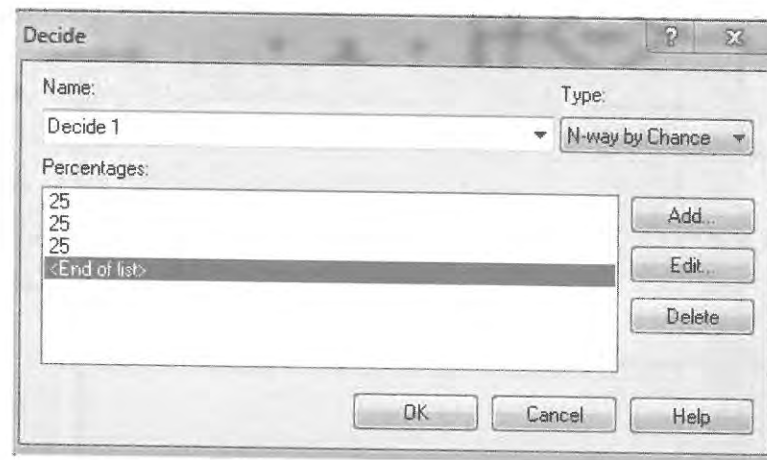


اکنون فرض کنیم یک یا چند باجه آزاد و آماده سرویس دهی به مشتری باشند در این صورت با توجه به شرطی که در ماژول Hold تعریف شد مشتری از صف خارج می شود و سپس از

در ادامه به شیوه ی گفته شده، عبارت های $bajeh\ 2.WIP == 0$ ، $bajeh\ 3.WIP == 0$ و $bajeh\ 4.WIP == 0$ را تعریف می کنیم. تکمیل شده عبارت مورد نظر را در شکل زیر قابل مشاهده است:



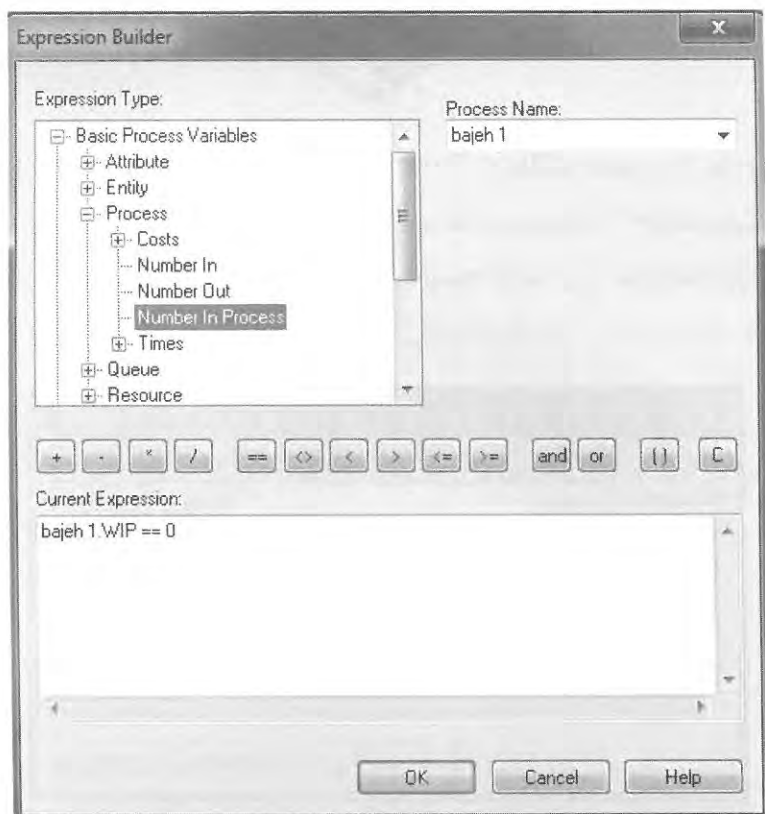
در پایان بر روی گزینه های OK کلیک می کنیم تا اطلاعاتی که وارد کرده ایم؛ ذخیره گردد. پس از تکمیل ماژول Hold و تعریف صف، نیاز به یک ماژول Decide داریم تا در صورتی که به طور همزمان پیش از یک باجه آزاد و آماده سرویس دهی به مشتری ها باشد، مشتری با یک احتمال برابر به یکی از آن ها مراجعه کند (مشتری حضوری) و یا ارجاع (مشتری تلفنی) داده شود. بنابراین یک ماژول Decide را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه می کنیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک نموده تا پنجره مربوط به آن باز گردد. اطلاعاتی را که لازم است در پنجره مربوط به این ماژول وارد کنید؛ در شکل زیر مشاهده می کنید:



همان طور که مشاهده می کنید برای این ماژول نام Decide 1 را برمی گزیده ایم. همچنین برای وارد کردن درصدهای مورد نظر ابتدا در کادر Type این ماژول گزینه



پس از آن در کادر Value راست کلیک کرده و در آنجا گزینه Build Expression را انتخاب می‌کنیم. اکنون باید در کادر Current Expression عبارت مورد نظر خود را، به شیوه‌ای که پیش از این در تعریف ماژول Hold آموختیم؛ بسازیم:

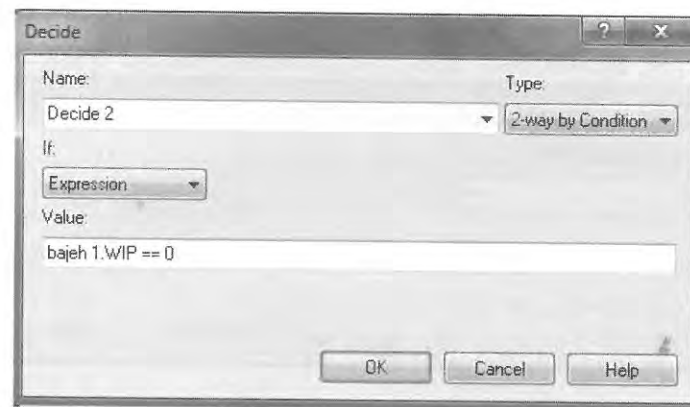


این عبارت به صورت زیر می‌باشد:

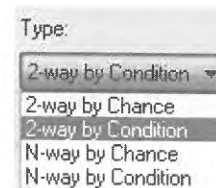
bajeh 1.WIP == 0

ماژول Decide 1 عبور کرده و به تصادف به سمت یکی از باجه‌ها حرکت می‌کند. در اینجا باید مشتری به سمت یک باجه آزاد و آماده سرویس دهی هدایت شود. این فرایند را با استفاده از چهار ماژول Decide به ترتیبی که در ادامه شرح داده می‌شود، تعریف می‌کنیم.

یک ماژول Decide را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه می‌نماییم. این ماژول را به وضعیت بی‌کار بودن و یا مشغول بودن باجه ۱ اختصاص می‌دهیم. بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره این ماژول باز شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که در این ماژول تکمیل کرده‌ایم مشاهده کنید:

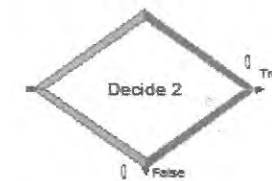


برای این ماژول نام Decide 2 را در نظر گرفته‌ایم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید در کادر Type گزینه 2-way by Condition را انتخاب کرده‌ایم:

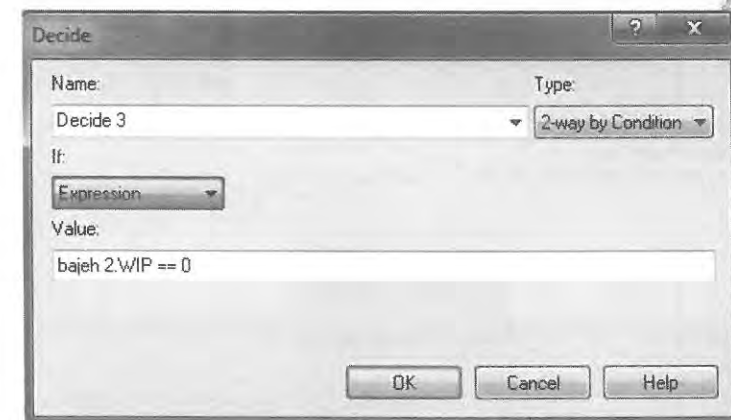


سپس در کادر کشویی If گزینه Expression را برمی‌گزینیم:

مفهوم این عبارت به این ترتیب است: تعداد مشتری‌ها در فرآیند سرویس دهی باجه‌ی ۱ برابر صفر باشد. با این تعریف اگر سرویس دهنده‌ی باجه‌ی ۱ بی‌کار باشد؛ یعنی در این باجه هیچ مشتری وجود نداشته باشد، مشتری جدید (تلفنی یا حضوری) به سمت این باجه (مسیر True ماژول) و در غیر این صورت به سمت ماژول Decide بعدی هدایت خواهد شد (مسیر False ماژول). اکنون باید بر روی گزینه‌ی OK کلیک کنیم تا عبارتی که ساخته‌ایم؛ ذخیره گردد:



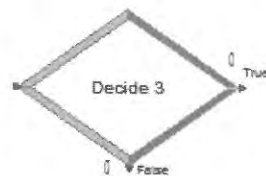
اکنون یک ماژول Decide دیگر را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه می‌کنیم. این ماژول را به وضعیت بی‌کار بودن و یا مشغول بودن باجه ۲ اختصاص می‌دهیم. بر روی آن دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره این ماژول باز شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که در این ماژول تکمیل کرده‌ایم؛ مشاهده کنید:



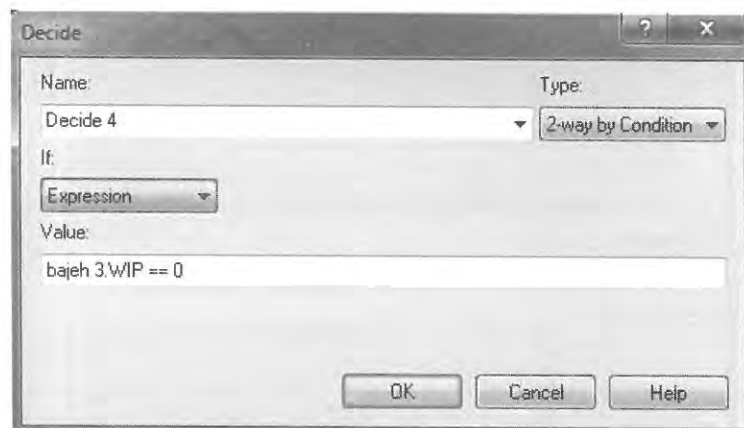
برای این ماژول نام Decide 3 را در نظر گرفته‌ایم و سپس همانند شیوه‌ای که در ماژول Decide قبلی شرح داده شد در کادر Value عبارت زیر را ساخته‌ایم:

bajeh 2.WIP == 0

مفهوم این عبارت به این ترتیب است: تعداد مشتری‌ها در فرآیند سرویس دهی باجه‌ی ۲ برابر صفر باشد. با این تعریف اگر سرویس دهنده‌ی باجه‌ی ۲ بی‌کار باشد؛ یعنی در این باجه هیچ مشتری وجود نداشته باشد، مشتری جدید (تلفنی یا حضوری) به سمت این باجه (مسیر True ماژول) و در غیر این صورت به سمت ماژول Decide بعدی هدایت خواهد شد (مسیر False ماژول). اکنون باید بر روی گزینه‌ی OK کلیک کنیم تا عبارتی که ساخته‌ایم؛ ذخیره گردد:



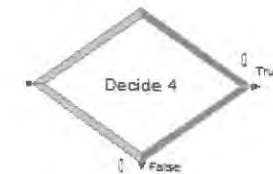
در ادامه یک ماژول Decide دیگر را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه می‌کنیم. این ماژول را به وضعیت بی‌کار بودن و یا مشغول بودن باجه‌ی ۳ اختصاص می‌دهیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره‌ی مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که در این ماژول تکمیل کرده‌ایم؛ مشاهده کنید:



برای این ماژول نام Decide 4 را در نظر گرفته‌ایم و سپس همانند آنچه پیش از این شرح داده شد در کادر Value عبارت زیر را می‌سازیم:

bajeh 3.WIP == 0

مفهوم این عبارت به این ترتیب است: تعداد مشتری‌ها در فرآیند سرویس دهی باجه‌ی ۳ برابر صفر باشد. با این تعریف اگر سرویس دهنده‌ی باجه‌ی ۳ بی‌کار باشد، یعنی در این باجه هیچ مشتری وجود نداشته باشد، مشتری جدید (تلفنی یا حضوری) به سمت این باجه (مسیر True ماژول) و در غیر این صورت به سمت ماژول Decide بعدی هدایت خواهد شد (مسیر False ماژول). اکنون باید بر روی گزینه‌ی OK کلیک کنیم تا عبارتی که ساخته‌ایم ذخیره گردد:

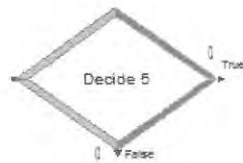


در نهایت به یک ماژول Decide دیگر برای مشخص کردن وضعیت بی‌کار بودن و یا مشغول بودن باجه‌ی ۴ نیاز داریم. بنابراین یک ماژول Decide دیگر را از پنل Basic Process به پنجره‌ی مدل خود ضمیمه می‌کنیم. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره‌ی مربوط به آن گشوده شود. در شکل زیر می‌توانید مواردی را که در این ماژول تکمیل کرده‌ایم؛ مشاهده کنید:

برای این ماژول نام Decide 5 را در نظر گرفته‌ایم و همانند آنچه پیش از این شرح داده شد در کادر Value عبارت زیر را می‌سازیم:

bajeh 4.WIP == 0

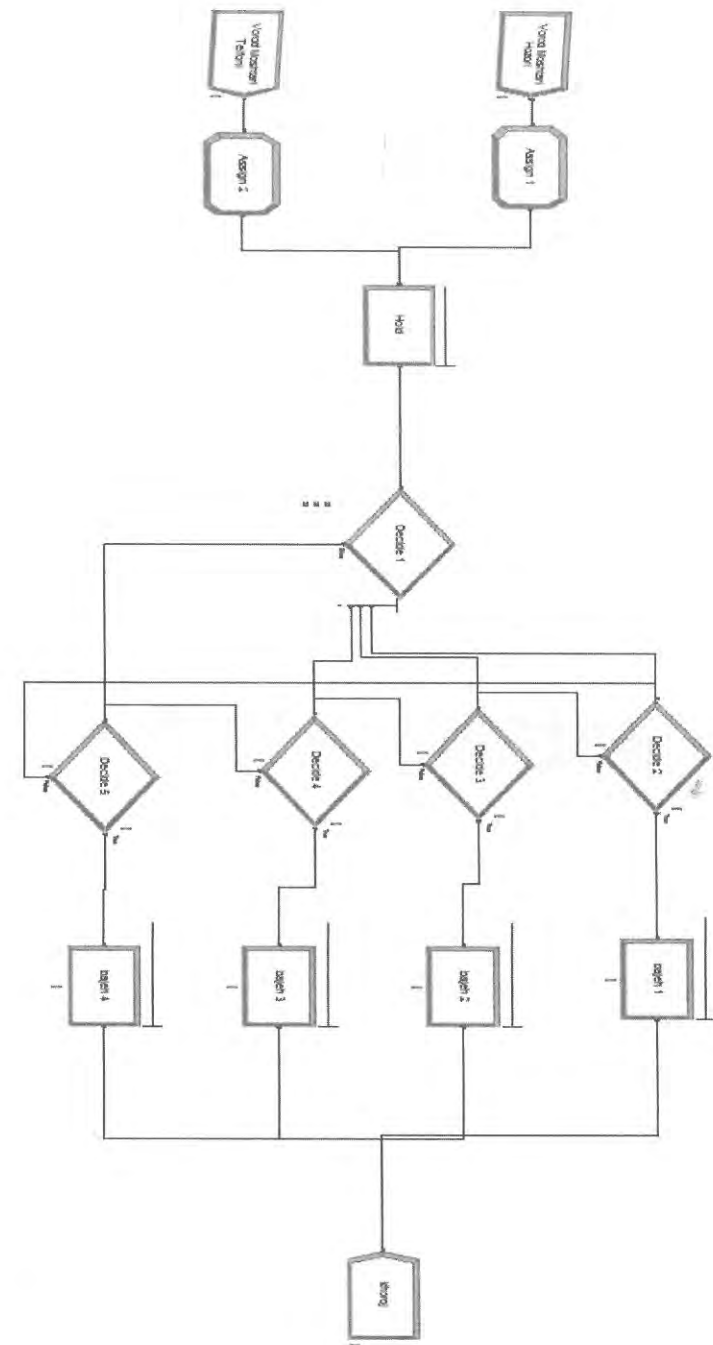
مفهوم این عبارت به این ترتیب است: تعداد مشتری‌ها در فرآیند سرویس دهی باجه‌ی ۴ برابر صفر باشد. با این تعریف اگر سرویس دهنده‌ی باجه‌ی ۴ بی‌کار باشد، یعنی در این باجه هیچ مشتری وجود نداشته باشد، مشتری جدید (تلفنی یا حضوری) به سمت این باجه (مسیر True ماژول) و در غیر این صورت بار دیگر به سمت ماژول Decide 2 هدایت خواهد شد. اکنون باید بر روی گزینه‌ی OK کلیک کنیم تا عبارتی که ساخته‌ایم؛ ذخیره گردد:



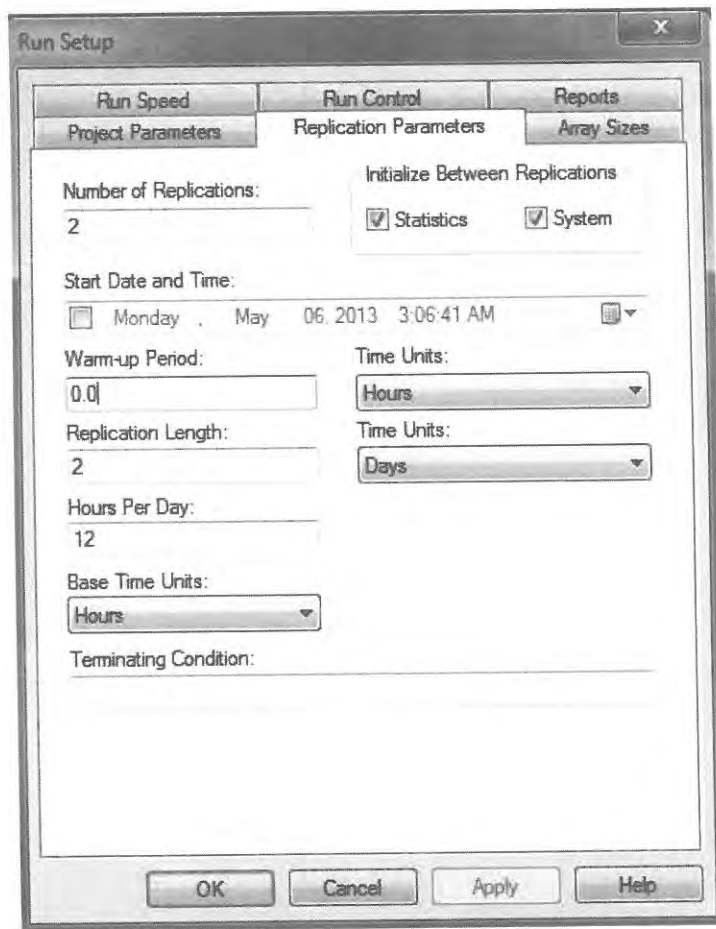
در آخرین مرحله برای تعریف فرآیند خروج از سیستم یک ماژول Dispose را از پنل Basic Process به پنجره مدل خود ضمیمه کنید. بر روی این ماژول دو مرتبه کلیک کنید تا پنجره مربوط به آن گشوده شود:

تنها چیزی که لازم است در این ماژول تکمیل گردد؛ نام آن است. همان طور که مشاهده می‌کنید برای آن نام khoraj را در نظر گرفته‌ایم.

به این ترتیب شبیه‌سازی کلیه بخش‌های این شرکت ارایه دهنده‌ی خدمات اینترنتی به پایان می‌رسد. در صفحه‌ی بعد نمای کلی تمامی قسمت‌های شبیه‌سازی این سیستم، کلیه ماژول‌های ایجاد شده و اتصال این ماژول‌ها به یکدیگر را مشاهده می‌کنید:



اکنون باید شرایط اجرای این مدل را تنظیم کنیم. مواردی مانند طول اجرا و تعداد تکرارها از طریق مسیر **Run > Setup** تنظیم می شود. در شکل زیر مشاهده می کنید که برای این مدل در بخش **Project Parameters** از پنجره **Run Setup** چه تنظیماتی را انجام داده ایم:



همان طور که مشاهده می کنید ما **Number of Replication** (تعداد تکرارها) را ۲ قرار داده ایم؛ یعنی می خواهیم شبیه سازی دو مرتبه تکرار شود. همچنین در بخش **Replication Length** (طول تکرار) مقدار ۲ را قرار داده و برای این عدد واحد زمان را **Days** انتخاب کرده ایم، یعنی می خواهیم شبیه سازی برای مدت دو روز اجرا شود. همچنین در

کادر Hours Per Day عدد ۱۲ را تایپ کرده و برای Base Time Units واحد Hours را در نظر گرفته‌ایم؛ یعنی می‌خواهیم مدت سرویس‌دهی این شرکت در طول روز ۱۲ ساعت باشد. اکنون برای اجرا این مدل روی دکمه go (▶) در نوار ابزار کلیک کنید (یا از مسیر Run > Go یا فشار دادن کلید F5 استفاده نمایید). اجازه دهید اجرای شبیه‌سازی به پایان برسد و سپس برای دیدن گزارش نهایی بر روی گزینه Yes کلیک کنید.

با کلیک بر روی این گزینه، گزارش نهایی اجرای شبیه‌سازی را با جزئیات کامل در ۶ صفحه مشاهده خواهید کرد. (با استفاده از دکمه‌های ▶، ◀، ⏪ و ⏩ در بالای سمت چپ پنجره گزارش می‌توانید این صفحه‌ها را مشاهده کنید).

پیوست

جدول‌های توزیع احتمال

Table 1 (continued)

| z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ |
|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|
| -0.92 | 0.1788 | -0.91 | 0.1814 | -0.90 | 0.1841 | -0.89 | 0.1867 |
| -0.88 | 0.1894 | -0.87 | 0.1922 | -0.86 | 0.1949 | -0.85 | 0.1977 |
| -0.84 | 0.2005 | -0.83 | 0.2033 | -0.82 | 0.2061 | -0.81 | 0.2090 |
| -0.80 | 0.2119 | -0.79 | 0.2148 | -0.78 | 0.2177 | -0.77 | 0.2207 |
| -0.76 | 0.2236 | -0.75 | 0.2266 | -0.74 | 0.2297 | -0.73 | 0.2327 |
| -0.72 | 0.2358 | -0.71 | 0.2389 | -0.70 | 0.2420 | -0.69 | 0.2451 |
| -0.68 | 0.2483 | -0.67 | 0.2514 | -0.66 | 0.2546 | -0.65 | 0.2578 |
| -0.64 | 0.2611 | -0.63 | 0.2643 | -0.62 | 0.2676 | -0.61 | 0.2709 |
| -0.60 | 0.2743 | -0.59 | 0.2776 | -0.58 | 0.2810 | -0.57 | 0.2843 |
| -0.56 | 0.2877 | -0.55 | 0.2912 | -0.54 | 0.2946 | -0.53 | 0.2981 |
| -0.52 | 0.3015 | -0.51 | 0.3050 | -0.50 | 0.3085 | -0.49 | 0.3121 |
| -0.48 | 0.3156 | -0.47 | 0.3192 | -0.46 | 0.3228 | -0.45 | 0.3264 |
| -0.44 | 0.3300 | -0.43 | 0.3336 | -0.42 | 0.3372 | -0.41 | 0.3409 |
| -0.40 | 0.3446 | -0.39 | 0.3483 | -0.38 | 0.3520 | -0.37 | 0.3557 |
| -0.36 | 0.3594 | -0.35 | 0.3632 | -0.34 | 0.3669 | -0.33 | 0.3707 |
| -0.32 | 0.3745 | -0.31 | 0.3783 | -0.30 | 0.3821 | -0.29 | 0.3859 |
| -0.28 | 0.3897 | -0.27 | 0.3936 | -0.26 | 0.3974 | -0.25 | 0.4013 |
| -0.24 | 0.4052 | -0.23 | 0.4090 | -0.22 | 0.4129 | -0.21 | 0.4168 |
| -0.20 | 0.4207 | -0.19 | 0.4247 | -0.18 | 0.4286 | -0.17 | 0.4325 |
| -0.16 | 0.4364 | -0.15 | 0.4404 | -0.14 | 0.4443 | -0.13 | 0.4483 |
| -0.12 | 0.4522 | -0.11 | 0.4562 | -0.10 | 0.4602 | -0.09 | 0.4641 |
| -0.08 | 0.4681 | -0.07 | 0.4721 | -0.06 | 0.4761 | -0.05 | 0.4801 |
| -0.04 | 0.4840 | -0.03 | 0.4880 | -0.02 | 0.4920 | -0.01 | 0.4960 |
| 0.01 | 0.5040 | 0.02 | 0.5080 | 0.03 | 0.5120 | 0.04 | 0.5160 |
| 0.05 | 0.5199 | 0.06 | 0.5239 | 0.07 | 0.5279 | 0.08 | 0.5319 |
| 0.09 | 0.5359 | 0.10 | 0.5398 | 0.11 | 0.5438 | 0.12 | 0.5478 |
| 0.13 | 0.5517 | 0.14 | 0.5557 | 0.15 | 0.5596 | 0.16 | 0.5636 |
| 0.17 | 0.5675 | 0.18 | 0.5714 | 0.19 | 0.5753 | 0.20 | 0.5793 |
| 0.21 | 0.5832 | 0.22 | 0.5871 | 0.23 | 0.5910 | 0.24 | 0.5948 |
| 0.25 | 0.5987 | 0.26 | 0.6026 | 0.27 | 0.6064 | 0.28 | 0.6103 |
| 0.29 | 0.6141 | 0.30 | 0.6179 | 0.31 | 0.6217 | 0.32 | 0.6255 |
| 0.33 | 0.6293 | 0.34 | 0.6331 | 0.35 | 0.6368 | 0.36 | 0.6406 |
| 0.37 | 0.6443 | 0.38 | 0.6480 | 0.39 | 0.6517 | 0.40 | 0.6554 |
| 0.41 | 0.6591 | 0.42 | 0.6628 | 0.43 | 0.6664 | 0.44 | 0.6700 |
| 0.45 | 0.6736 | 0.46 | 0.6772 | 0.47 | 0.6808 | 0.48 | 0.6844 |
| 0.49 | 0.6879 | 0.50 | 0.6915 | 0.51 | 0.6950 | 0.52 | 0.6985 |
| 0.53 | 0.7019 | 0.54 | 0.7054 | 0.55 | 0.7088 | 0.56 | 0.7123 |
| 0.57 | 0.7157 | 0.58 | 0.7190 | 0.59 | 0.7224 | 0.60 | 0.7257 |
| 0.61 | 0.7291 | 0.62 | 0.7324 | 0.63 | 0.7357 | 0.64 | 0.7389 |
| 0.65 | 0.7422 | 0.66 | 0.7454 | 0.67 | 0.7486 | 0.68 | 0.7517 |
| 0.69 | 0.7549 | 0.70 | 0.7580 | 0.71 | 0.7611 | 0.72 | 0.7642 |
| 0.73 | 0.7673 | 0.74 | 0.7703 | 0.75 | 0.7734 | 0.76 | 0.7764 |
| 0.77 | 0.7793 | 0.78 | 0.7823 | 0.79 | 0.7852 | 0.80 | 0.7881 |
| 0.81 | 0.7910 | 0.82 | 0.7939 | 0.83 | 0.7967 | 0.84 | 0.7995 |
| 0.85 | 0.8023 | 0.86 | 0.8051 | 0.87 | 0.8078 | 0.88 | 0.8106 |
| 0.89 | 0.8133 | 0.90 | 0.8159 | 0.91 | 0.8186 | 0.92 | 0.8212 |
| 0.93 | 0.8238 | 0.94 | 0.8264 | 0.95 | 0.8289 | 0.96 | 0.8315 |
| 0.97 | 0.8340 | 0.98 | 0.8365 | 0.99 | 0.8389 | 1.00 | 0.8413 |
| 1.01 | 0.8438 | 1.02 | 0.8461 | 1.03 | 0.8485 | 1.04 | 0.8508 |
| 1.05 | 0.8531 | 1.06 | 0.8554 | 1.07 | 0.8577 | 1.08 | 0.8599 |
| 1.09 | 0.8621 | 1.10 | 0.8643 | 1.11 | 0.8665 | 1.12 | 0.8686 |
| 1.13 | 0.8708 | 1.14 | 0.8729 | 1.15 | 0.8749 | 1.16 | 0.8770 |

Continued

Table 1 Standard normal distribution

| z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ |
|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|
| -3.00 | 0.0013 | -2.99 | 0.0014 | -2.98 | 0.0014 | -2.97 | 0.0015 |
| -2.96 | 0.0015 | -2.95 | 0.0016 | -2.94 | 0.0016 | -2.93 | 0.0017 |
| -2.92 | 0.0018 | -2.91 | 0.0018 | -2.90 | 0.0019 | -2.89 | 0.0019 |
| -2.88 | 0.0020 | -2.87 | 0.0021 | -2.86 | 0.0021 | -2.85 | 0.0022 |
| -2.84 | 0.0023 | -2.83 | 0.0023 | -2.82 | 0.0024 | -2.81 | 0.0025 |
| -2.80 | 0.0026 | -2.79 | 0.0026 | -2.78 | 0.0027 | -2.77 | 0.0028 |
| -2.76 | 0.0029 | -2.75 | 0.0030 | -2.74 | 0.0031 | -2.73 | 0.0032 |
| -2.72 | 0.0033 | -2.71 | 0.0034 | -2.70 | 0.0035 | -2.69 | 0.0036 |
| -2.68 | 0.0037 | -2.67 | 0.0038 | -2.66 | 0.0039 | -2.65 | 0.0040 |
| -2.64 | 0.0041 | -2.63 | 0.0043 | -2.62 | 0.0044 | -2.61 | 0.0045 |
| -2.60 | 0.0047 | -2.59 | 0.0048 | -2.58 | 0.0049 | -2.57 | 0.0051 |
| -2.56 | 0.0052 | -2.55 | 0.0054 | -2.54 | 0.0055 | -2.53 | 0.0057 |
| -2.52 | 0.0059 | -2.51 | 0.0060 | -2.50 | 0.0062 | -2.49 | 0.0064 |
| -2.48 | 0.0066 | -2.47 | 0.0068 | -2.46 | 0.0069 | -2.45 | 0.0071 |
| -2.44 | 0.0073 | -2.43 | 0.0075 | -2.42 | 0.0078 | -2.41 | 0.0080 |
| -2.40 | 0.0082 | -2.39 | 0.0084 | -2.38 | 0.0087 | -2.37 | 0.0089 |
| -2.36 | 0.0091 | -2.35 | 0.0094 | -2.34 | 0.0096 | -2.33 | 0.0099 |
| -2.32 | 0.0102 | -2.31 | 0.0104 | -2.30 | 0.0107 | -2.29 | 0.0110 |
| -2.28 | 0.0113 | -2.27 | 0.0116 | -2.26 | 0.0119 | -2.25 | 0.0122 |
| -2.24 | 0.0125 | -2.23 | 0.0129 | -2.22 | 0.0132 | -2.21 | 0.0136 |
| -2.20 | 0.0139 | -2.19 | 0.0143 | -2.18 | 0.0146 | -2.17 | 0.0150 |
| -2.16 | 0.0154 | -2.15 | 0.0158 | -2.14 | 0.0162 | -2.13 | 0.0166 |
| -2.12 | 0.0170 | -2.11 | 0.0174 | -2.10 | 0.0179 | -2.09 | 0.0183 |
| -2.08 | 0.0188 | -2.07 | 0.0192 | -2.06 | 0.0197 | -2.05 | 0.0202 |
| -2.04 | 0.0207 | -2.03 | 0.0212 | -2.02 | 0.0217 | -2.01 | 0.0222 |
| -2.00 | 0.0228 | -1.99 | 0.0233 | -1.98 | 0.0239 | -1.97 | 0.0244 |
| -1.96 | 0.0250 | -1.95 | 0.0256 | -1.94 | 0.0262 | -1.93 | 0.0268 |
| -1.92 | 0.0274 | -1.91 | 0.0281 | -1.90 | 0.0287 | -1.89 | 0.0294 |
| -1.88 | 0.0301 | -1.87 | 0.0307 | -1.86 | 0.0314 | -1.85 | 0.0322 |
| -1.84 | 0.0329 | -1.83 | 0.0336 | -1.82 | 0.0344 | -1.81 | 0.0351 |
| -1.80 | 0.0359 | -1.79 | 0.0367 | -1.78 | 0.0375 | -1.77 | 0.0384 |
| -1.76 | 0.0392 | -1.75 | 0.0401 | -1.74 | 0.0409 | -1.73 | 0.0418 |
| -1.72 | 0.0427 | -1.71 | 0.0436 | -1.70 | 0.0446 | -1.69 | 0.0455 |
| -1.68 | 0.0465 | -1.67 | 0.0475 | -1.66 | 0.0485 | -1.65 | 0.0495 |
| -1.64 | 0.0505 | -1.63 | 0.0516 | -1.62 | 0.0526 | -1.61 | 0.0537 |
| -1.60 | 0.0548 | -1.59 | 0.0559 | -1.58 | 0.0571 | -1.57 | 0.0582 |
| -1.56 | 0.0594 | -1.55 | 0.0606 | -1.54 | 0.0618 | -1.53 | 0.0630 |
| -1.52 | 0.0643 | -1.51 | 0.0655 | -1.50 | 0.0668 | -1.49 | 0.0681 |
| -1.48 | 0.0694 | -1.47 | 0.0708 | -1.46 | 0.0721 | -1.45 | 0.0735 |
| -1.44 | 0.0749 | -1.43 | 0.0764 | -1.42 | 0.0778 | -1.41 | 0.0793 |
| -1.40 | 0.0808 | -1.39 | 0.0823 | -1.38 | 0.0838 | -1.37 | 0.0853 |
| -1.36 | 0.0869 | -1.35 | 0.0885 | -1.34 | 0.0901 | -1.33 | 0.0918 |
| -1.32 | 0.0934 | -1.31 | 0.0951 | -1.30 | 0.0968 | -1.29 | 0.0985 |
| -1.28 | 0.1003 | -1.27 | 0.1020 | -1.26 | 0.1038 | -1.25 | 0.1056 |
| -1.24 | 0.1075 | -1.23 | 0.1093 | -1.22 | 0.1112 | -1.21 | 0.1131 |
| -1.20 | 0.1151 | -1.19 | 0.1170 | -1.18 | 0.1190 | -1.17 | 0.1210 |
| -1.16 | 0.1230 | -1.15 | 0.1251 | -1.14 | 0.1271 | -1.13 | 0.1292 |
| -1.12 | 0.1314 | -1.11 | 0.1335 | -1.10 | 0.1357 | -1.09 | 0.1379 |
| -1.08 | 0.1401 | -1.07 | 0.1423 | -1.06 | 0.1446 | -1.05 | 0.1469 |
| -1.04 | 0.1492 | -1.03 | 0.1515 | -1.02 | 0.1539 | -1.01 | 0.1562 |
| -1.00 | 0.1587 | -0.99 | 0.1611 | -0.98 | 0.1635 | -0.97 | 0.1662 |
| -0.96 | 0.1685 | -0.95 | 0.1711 | -0.94 | 0.1736 | -0.93 | 0.1762 |

Table 2 Binomial probability function (values of entries are $P(X \leq k)$)

| $n=5$ | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| k | p | | | | | | | | | | |
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.774 | 0.590 | 0.328 | 0.168 | 0.078 | 0.031 | 0.010 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.977 | 0.919 | 0.737 | 0.528 | 0.337 | 0.188 | 0.087 | 0.031 | 0.007 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.999 | 0.991 | 0.942 | 0.837 | 0.683 | 0.500 | 0.317 | 0.163 | 0.058 | 0.009 | 0.001 |
| 3 | 1.000 | 1.000 | 0.993 | 0.969 | 0.913 | 0.813 | 0.663 | 0.472 | 0.263 | 0.081 | 0.023 |
| 4 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.990 | 0.969 | 0.922 | 0.832 | 0.672 | 0.410 | 0.226 |

| $n=6$ | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| k | p | | | | | | | | | | |
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.735 | 0.531 | 0.262 | 0.118 | 0.047 | 0.016 | 0.004 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.967 | 0.886 | 0.655 | 0.420 | 0.233 | 0.109 | 0.041 | 0.011 | 0.002 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.998 | 0.984 | 0.901 | 0.744 | 0.544 | 0.344 | 0.179 | 0.070 | 0.017 | 0.001 | 0.000 |
| 3 | 1.000 | 0.999 | 0.983 | 0.930 | 0.821 | 0.656 | 0.456 | 0.256 | 0.099 | 0.016 | 0.002 |
| 4 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.989 | 0.959 | 0.891 | 0.767 | 0.580 | 0.345 | 0.114 | 0.033 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.996 | 0.984 | 0.953 | 0.882 | 0.738 | 0.469 | 0.265 |

| $n=7$ | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| k | p | | | | | | | | | | |
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.698 | 0.478 | 0.210 | 0.082 | 0.028 | 0.008 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.956 | 0.850 | 0.577 | 0.329 | 0.159 | 0.062 | 0.019 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.996 | 0.974 | 0.852 | 0.647 | 0.420 | 0.227 | 0.096 | 0.029 | 0.005 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 1.000 | 0.997 | 0.967 | 0.874 | 0.710 | 0.500 | 0.290 | 0.126 | 0.033 | 0.003 | 0.000 |
| 4 | 1.000 | 1.000 | 0.995 | 0.971 | 0.904 | 0.773 | 0.580 | 0.353 | 0.148 | 0.026 | 0.004 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.981 | 0.938 | 0.841 | 0.671 | 0.423 | 0.150 | 0.044 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.992 | 0.972 | 0.918 | 0.790 | 0.522 | 0.302 |

| $n=8$ | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| k | p | | | | | | | | | | |
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.663 | 0.430 | 0.168 | 0.058 | 0.017 | 0.004 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.943 | 0.813 | 0.503 | 0.255 | 0.106 | 0.035 | 0.009 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.994 | 0.962 | 0.797 | 0.552 | 0.315 | 0.145 | 0.050 | 0.011 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 1.000 | 0.995 | 0.944 | 0.806 | 0.594 | 0.363 | 0.174 | 0.058 | 0.010 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 1.000 | 1.000 | 0.990 | 0.942 | 0.826 | 0.637 | 0.406 | 0.194 | 0.056 | 0.005 | 0.000 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.989 | 0.950 | 0.855 | 0.685 | 0.448 | 0.203 | 0.038 | 0.006 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.991 | 0.965 | 0.894 | 0.745 | 0.497 | 0.187 | 0.057 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.996 | 0.983 | 0.942 | 0.832 | 0.570 | 0.337 |

Table 1 Standard normal distribution (continued)

| z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ | z | $P(Z \leq z)$ |
|------|---------------|------|---------------|------|---------------|------|---------------|
| 1.17 | 0.8790 | 1.18 | 0.8810 | 1.19 | 0.8830 | 1.20 | 0.8849 |
| 1.21 | 0.8869 | 1.22 | 0.8888 | 1.23 | 0.8907 | 1.24 | 0.8925 |
| 1.25 | 0.8944 | 1.26 | 0.8962 | 1.27 | 0.8980 | 1.28 | 0.8997 |
| 1.29 | 0.9015 | 1.30 | 0.9032 | 1.31 | 0.9049 | 1.32 | 0.9066 |
| 1.33 | 0.9082 | 1.34 | 0.9099 | 1.35 | 0.9115 | 1.36 | 0.9131 |
| 1.37 | 0.9147 | 1.38 | 0.9162 | 1.39 | 0.9177 | 1.40 | 0.9192 |
| 1.41 | 0.9207 | 1.42 | 0.9222 | 1.43 | 0.9236 | 1.44 | 0.9251 |
| 1.45 | 0.9265 | 1.46 | 0.9279 | 1.47 | 0.9292 | 1.48 | 0.9306 |
| 1.49 | 0.9319 | 1.50 | 0.9332 | 1.51 | 0.9345 | 1.52 | 0.9357 |
| 1.53 | 0.9370 | 1.54 | 0.9382 | 1.55 | 0.9394 | 1.56 | 0.9406 |
| 1.57 | 0.9418 | 1.58 | 0.9429 | 1.59 | 0.9441 | 1.60 | 0.9452 |
| 1.61 | 0.9463 | 1.62 | 0.9474 | 1.63 | 0.9484 | 1.64 | 0.9495 |
| 1.65 | 0.9505 | 1.66 | 0.9515 | 1.67 | 0.9525 | 1.68 | 0.9535 |
| 1.69 | 0.9545 | 1.70 | 0.9554 | 1.71 | 0.9564 | 1.72 | 0.9573 |
| 1.73 | 0.9582 | 1.74 | 0.9591 | 1.75 | 0.9599 | 1.76 | 0.9608 |
| 1.77 | 0.9616 | 1.78 | 0.9625 | 1.79 | 0.9633 | 1.80 | 0.9641 |
| 1.81 | 0.9649 | 1.82 | 0.9656 | 1.83 | 0.9664 | 1.84 | 0.9671 |
| 1.85 | 0.9678 | 1.86 | 0.9686 | 1.87 | 0.9693 | 1.88 | 0.9699 |
| 1.89 | 0.9706 | 1.90 | 0.9713 | 1.91 | 0.9719 | 1.92 | 0.9726 |
| 1.93 | 0.9732 | 1.94 | 0.9738 | 1.95 | 0.9744 | 1.96 | 0.9750 |
| 1.97 | 0.9756 | 1.98 | 0.9761 | 1.99 | 0.9767 | 2.00 | 0.9772 |
| 2.01 | 0.9778 | 2.02 | 0.9783 | 2.03 | 0.9788 | 2.04 | 0.9793 |
| 2.05 | 0.9798 | 2.06 | 0.9803 | 2.07 | 0.9808 | 2.08 | 0.9812 |
| 2.09 | 0.9817 | 2.10 | 0.9821 | 2.11 | 0.9826 | 2.12 | 0.9830 |
| 2.13 | 0.9834 | 2.14 | 0.9838 | 2.15 | 0.9842 | 2.16 | 0.9846 |
| 2.17 | 0.9850 | 2.18 | 0.9854 | 2.19 | 0.9857 | 2.20 | 0.9861 |
| 2.21 | 0.9864 | 2.22 | 0.9868 | 2.23 | 0.9871 | 2.24 | 0.9875 |
| 2.25 | 0.9878 | 2.26 | 0.9881 | 2.27 | 0.9884 | 2.28 | 0.9887 |
| 2.29 | 0.9890 | 2.30 | 0.9893 | 2.31 | 0.9896 | 2.32 | 0.9898 |
| 2.33 | 0.9901 | 2.34 | 0.9904 | 2.35 | 0.9906 | 2.36 | 0.9909 |
| 2.37 | 0.9911 | 2.38 | 0.9913 | 2.39 | 0.9916 | 2.40 | 0.9918 |
| 2.41 | 0.9920 | 2.42 | 0.9922 | 2.43 | 0.9925 | 2.44 | 0.9927 |
| 2.45 | 0.9929 | 2.46 | 0.9931 | 2.47 | 0.9932 | 2.48 | 0.9934 |
| 2.49 | 0.9936 | 2.50 | 0.9938 | 2.51 | 0.9940 | 2.52 | 0.9941 |
| 2.53 | 0.9943 | 2.54 | 0.9945 | 2.55 | 0.9946 | 2.56 | 0.9948 |
| 2.57 | 0.9949 | 2.58 | 0.9951 | 2.59 | 0.9952 | 2.60 | 0.9953 |
| 2.61 | 0.9955 | 2.62 | 0.9956 | 2.63 | 0.9957 | 2.64 | 0.9959 |
| 2.65 | 0.9960 | 2.66 | 0.9961 | 2.67 | 0.9962 | 2.68 | 0.9963 |
| 2.69 | 0.9964 | 2.70 | 0.9965 | 2.71 | 0.9966 | 2.72 | 0.9967 |
| 2.73 | 0.9968 | 2.74 | 0.9969 | 2.75 | 0.9970 | 2.76 | 0.9971 |
| 2.77 | 0.9972 | 2.78 | 0.9973 | 2.79 | 0.9974 | 2.80 | 0.9974 |
| 2.81 | 0.9975 | 2.82 | 0.9976 | 2.83 | 0.9977 | 2.84 | 0.9977 |
| 2.85 | 0.9978 | 2.86 | 0.9979 | 2.87 | 0.9979 | 2.88 | 0.9980 |
| 2.89 | 0.9981 | 2.90 | 0.9981 | 2.91 | 0.9982 | 2.92 | 0.9982 |
| 2.93 | 0.9983 | 2.94 | 0.9984 | 2.95 | 0.9984 | 2.96 | 0.9985 |
| 2.97 | 0.9985 | 2.98 | 0.9986 | 2.99 | 0.9986 | 3.00 | 0.9987 |

Note: This table was computed with IMSL subroutine ANORIN.

$n = 20$

| k | p | | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.358 | 0.122 | 0.012 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.736 | 0.392 | 0.069 | 0.008 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.925 | 0.677 | 0.206 | 0.035 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 0.984 | 0.867 | 0.411 | 0.107 | 0.016 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 0.997 | 0.957 | 0.630 | 0.238 | 0.051 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | 1.000 | 0.989 | 0.804 | 0.416 | 0.126 | 0.021 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 6 | 1.000 | 0.998 | 0.913 | 0.608 | 0.250 | 0.058 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 0.968 | 0.772 | 0.416 | 0.132 | 0.021 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 0.990 | 0.887 | 0.596 | 0.252 | 0.057 | 0.005 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | 1.000 | 1.000 | 0.997 | 0.952 | 0.755 | 0.412 | 0.128 | 0.017 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| 10 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.983 | 0.872 | 0.588 | 0.245 | 0.048 | 0.003 | 0.000 | 0.000 |
| 11 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.995 | 0.943 | 0.748 | 0.404 | 0.113 | 0.010 | 0.000 | 0.000 |
| 12 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.979 | 0.868 | 0.584 | 0.228 | 0.032 | 0.000 | 0.000 |
| 13 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.994 | 0.942 | 0.750 | 0.392 | 0.087 | 0.002 | 0.000 |
| 14 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.979 | 0.874 | 0.584 | 0.196 | 0.011 | 0.000 |
| 15 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.994 | 0.949 | 0.762 | 0.370 | 0.043 | 0.003 |
| 16 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.984 | 0.893 | 0.589 | 0.133 | 0.016 |
| 17 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.965 | 0.794 | 0.323 | 0.075 |
| 18 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.992 | 0.931 | 0.608 | 0.264 |
| 19 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.988 | 0.878 | 0.642 |

 $n = 25$

| k | p | | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.277 | 0.072 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.642 | 0.271 | 0.027 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.873 | 0.537 | 0.098 | 0.009 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 0.966 | 0.764 | 0.234 | 0.033 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 0.993 | 0.902 | 0.421 | 0.090 | 0.009 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | 0.999 | 0.967 | 0.617 | 0.193 | 0.029 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 6 | 1.000 | 0.991 | 0.780 | 0.341 | 0.074 | 0.007 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 7 | 1.000 | 0.998 | 0.891 | 0.512 | 0.154 | 0.022 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 0.953 | 0.677 | 0.274 | 0.054 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | 1.000 | 1.000 | 0.983 | 0.811 | 0.425 | 0.115 | 0.013 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 10 | 1.000 | 1.000 | 0.994 | 0.902 | 0.586 | 0.212 | 0.034 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 11 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.956 | 0.732 | 0.345 | 0.078 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 12 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.983 | 0.846 | 0.500 | 0.154 | 0.017 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 13 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.994 | 0.922 | 0.655 | 0.268 | 0.044 | 0.002 | 0.000 | 0.000 |
| 14 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.966 | 0.788 | 0.414 | 0.098 | 0.006 | 0.000 | 0.000 |
| 15 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.987 | 0.885 | 0.575 | 0.189 | 0.017 | 0.000 | 0.000 |
| 16 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.946 | 0.726 | 0.323 | 0.047 | 0.000 | 0.000 |
| 17 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.978 | 0.846 | 0.488 | 0.109 | 0.002 | 0.000 |
| 18 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.993 | 0.926 | 0.659 | 0.220 | 0.009 | 0.000 |
| 19 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.971 | 0.807 | 0.383 | 0.033 | 0.001 |
| 20 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.991 | 0.910 | 0.579 | 0.098 | 0.007 |
| 21 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.967 | 0.766 | 0.236 | 0.034 |
| 22 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.991 | 0.902 | 0.463 | 0.127 |
| 23 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.973 | 0.729 | 0.358 |
| 24 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.928 | 0.723 |

 $n = 9$

| k | p | | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.630 | 0.387 | 0.134 | 0.040 | 0.010 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.929 | 0.775 | 0.436 | 0.196 | 0.071 | 0.020 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.992 | 0.947 | 0.738 | 0.463 | 0.232 | 0.090 | 0.025 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 0.999 | 0.992 | 0.914 | 0.730 | 0.483 | 0.254 | 0.099 | 0.025 | 0.003 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 1.000 | 0.999 | 0.980 | 0.901 | 0.733 | 0.500 | 0.267 | 0.099 | 0.020 | 0.001 | 0.000 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | 0.997 | 0.975 | 0.901 | 0.746 | 0.517 | 0.270 | 0.086 | 0.008 | 0.001 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.975 | 0.910 | 0.768 | 0.537 | 0.262 | 0.053 | 0.008 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.980 | 0.929 | 0.804 | 0.564 | 0.225 | 0.071 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.990 | 0.960 | 0.866 | 0.613 | 0.370 |

 $n = 10$

| k | p | | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.599 | 0.349 | 0.107 | 0.028 | 0.006 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.914 | 0.736 | 0.376 | 0.149 | 0.046 | 0.011 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.988 | 0.930 | 0.678 | 0.383 | 0.167 | 0.055 | 0.012 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 0.999 | 0.987 | 0.879 | 0.650 | 0.382 | 0.172 | 0.055 | 0.011 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 1.000 | 0.998 | 0.967 | 0.850 | 0.633 | 0.377 | 0.166 | 0.047 | 0.006 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | 0.994 | 0.953 | 0.834 | 0.623 | 0.367 | 0.150 | 0.033 | 0.002 | 0.000 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.989 | 0.945 | 0.828 | 0.618 | 0.350 | 0.121 | 0.013 | 0.001 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.988 | 0.945 | 0.833 | 0.617 | 0.322 | 0.070 | 0.012 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.989 | 0.954 | 0.851 | 0.624 | 0.264 | 0.086 |
| 9 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.994 | 0.972 | 0.893 | 0.651 | 0.401 |

 $n = 15$

| k | p | | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | .05 | .1 | .2 | .3 | .4 | .5 | .6 | .7 | .8 | .9 | .95 |
| 0 | 0.463 | 0.206 | 0.035 | 0.005 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | 0.829 | 0.549 | 0.167 | 0.035 | 0.005 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.964 | 0.816 | 0.398 | 0.127 | 0.027 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 0.995 | 0.944 | 0.648 | 0.297 | 0.091 | 0.018 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 0.999 | 0.987 | 0.836 | 0.515 | 0.217 | 0.059 | 0.009 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | 1.000 | 0.998 | 0.939 | 0.722 | 0.403 | 0.151 | 0.034 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | 0.982 | 0.869 | 0.610 | 0.304 | 0.095 | 0.015 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.950 | 0.787 | 0.500 | 0.213 | 0.050 | 0.004 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.985 | 0.905 | 0.696 | 0.390 | 0.131 | 0.018 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.966 | 0.849 | 0.597 | 0.278 | 0.061 | 0.002 | 0.000 |
| 10 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.991 | 0.941 | 0.783 | 0.485 | 0.164 | 0.013 | 0.001 |
| 11 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.982 | 0.909 | 0.703 | 0.352 | 0.056 | 0.005 |
| 12 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.973 | 0.873 | 0.602 | 0.184 | 0.036 |
| 13 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.995 | 0.965 | 0.833 | 0.451 | 0.171 |
| 14 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.995 | 0.965 | 0.794 | 0.537 |

Table 3 (continued)

| ν | $\chi^2_{.900}$ | $\chi^2_{.95}$ | $\chi^2_{.975}$ | $\chi^2_{.99}$ | $\chi^2_{.995}$ |
|-------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 1 | 2.7056 | 3.8415 | 5.0240 | 6.6353 | 7.8818 |
| 2 | 4.6052 | 5.9916 | 7.3779 | 9.2117 | 10.5987 |
| 3 | 6.2514 | 7.8148 | 9.3486 | 11.3465 | 12.8409 |
| 4 | 7.7795 | 9.4879 | 11.1435 | 13.2786 | 14.8643 |
| 5 | 9.2365 | 11.0707 | 12.8328 | 15.0870 | 16.7534 |
| 6 | 10.6448 | 12.5919 | 14.4499 | 16.8127 | 18.5490 |
| 7 | 12.0171 | 14.0676 | 16.0136 | 18.4765 | 20.2803 |
| 8 | 13.3617 | 15.5075 | 17.5355 | 20.0924 | 21.9579 |
| 9 | 14.6838 | 16.9191 | 19.0232 | 21.6686 | 23.5938 |
| 10 | 15.9874 | 18.3075 | 20.4837 | 23.2101 | 25.1898 |
| 11 | 17.2750 | 19.6754 | 21.9211 | 24.7265 | 26.7568 |
| 12 | 18.5494 | 21.0263 | 23.3370 | 26.2170 | 28.2995 |
| 13 | 19.8122 | 22.3627 | 24.7371 | 27.6882 | 29.8194 |
| 14 | 21.0646 | 23.6862 | 26.1189 | 29.1412 | 31.3193 |
| 15 | 22.3077 | 24.9970 | 27.4883 | 30.5779 | 32.8013 |
| 16 | 23.5421 | 26.2961 | 28.8453 | 31.9999 | 34.2672 |
| 17 | 24.7696 | 27.5871 | 30.1909 | 33.4087 | 35.7184 |
| 18 | 25.9903 | 28.8692 | 31.5264 | 34.8054 | 37.1564 |
| 19 | 27.2035 | 30.1434 | 32.8523 | 36.1909 | 38.5823 |
| 20 | 28.4120 | 31.4104 | 34.1696 | 37.5662 | 39.9968 |
| 21 | 29.6150 | 32.6705 | 35.4787 | 38.9323 | 41.4012 |
| 22 | 30.8133 | 33.9244 | 36.7806 | 40.2893 | 42.7958 |
| 23 | 32.0069 | 35.1725 | 38.0757 | 41.6384 | 44.1812 |
| 24 | 33.1962 | 36.4151 | 39.3639 | 42.9799 | 45.5587 |
| 25 | 34.3815 | 37.6525 | 40.6463 | 44.3142 | 46.9280 |
| 26 | 35.5631 | 38.8852 | 41.9229 | 45.6418 | 48.2899 |
| 27 | 36.7412 | 40.1134 | 43.1943 | 46.9629 | 49.6449 |
| 28 | 37.9159 | 41.3371 | 44.4608 | 48.2784 | 50.9933 |
| 29 | 39.0874 | 42.5571 | 45.7223 | 49.5879 | 52.3357 |
| 30 | 40.2561 | 43.7730 | 46.9792 | 50.8922 | 53.6721 |
| 40 | 51.8050 | 55.7586 | 59.3417 | 63.6909 | 66.7660 |
| 50 | 63.1670 | 67.5047 | 71.4201 | 76.1538 | 79.4899 |
| 60 | 74.3970 | 79.0820 | 83.2977 | 88.3794 | 91.9516 |
| 70 | 85.5211 | 90.5283 | 95.0263 | 100.4409 | 104.2434 |
| 80 | 96.5723 | 101.8770 | 106.6315 | 112.3434 | 116.3484 |
| 90 | 107.5600 | 113.1425 | 118.1392 | 124.1304 | 128.3245 |
| 100 | 118.4932 | 124.3395 | 129.5638 | 135.8203 | 140.1940 |

Note: This table was computed with IMSL subroutine CHIIN.

Table 3 Percentage points of the Chi-square distribution

| ν | $\chi^2_{.005}$ | $\chi^2_{.01}$ | $\chi^2_{.025}$ | $\chi^2_{.05}$ | $\chi^2_{.10}$ |
|-------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| 1 | 0.0000393 | 0.0001571 | 0.0009821 | 0.0039321 | 0.0157908 |
| 2 | 0.0100251 | 0.0201007 | 0.0506357 | 0.1025866 | 0.2107213 |
| 3 | 0.0717217 | 0.1148317 | 0.2157952 | 0.3518462 | 0.5843744 |
| 4 | 0.2069889 | 0.2971095 | 0.4844186 | 0.7107224 | 1.0636234 |
| 5 | 0.4117419 | 0.5542979 | 0.8312111 | 1.1454763 | 1.6103077 |
| 6 | 0.6757274 | 0.8720903 | 1.2373447 | 1.6353836 | 2.2041321 |
| 7 | 0.9892554 | 1.2390423 | 1.6898699 | 2.1673594 | 2.8331099 |
| 8 | 1.3444128 | 1.6464968 | 2.1797333 | 2.7326374 | 3.4895401 |
| 9 | 1.7349329 | 2.0879011 | 2.7003908 | 3.3251143 | 4.1681604 |
| 10 | 2.1558590 | 2.5582132 | 3.2469759 | 3.9403019 | 4.8651857 |
| 11 | 2.6032248 | 3.0534868 | 3.8157606 | 4.5748196 | 5.5777788 |
| 12 | 3.0738316 | 3.5705872 | 4.4037895 | 5.2260313 | 6.3037949 |
| 13 | 3.5650368 | 4.1069279 | 5.0087538 | 5.8918715 | 7.0415068 |
| 14 | 4.0746784 | 4.6604300 | 5.6287327 | 6.5706167 | 7.7895403 |
| 15 | 4.6009169 | 5.2293501 | 6.2621403 | 7.2609539 | 8.5467529 |
| 16 | 5.1422071 | 5.8122101 | 6.9076681 | 7.9616566 | 9.3122330 |
| 17 | 5.6972256 | 6.4077673 | 7.5641880 | 8.6717682 | 10.0851974 |
| 18 | 6.2648115 | 7.0149183 | 8.2307510 | 9.3904572 | 10.8649368 |
| 19 | 6.8439512 | 7.6327391 | 8.9065247 | 10.1170273 | 11.6509628 |
| 20 | 7.4338474 | 8.2603989 | 9.5907822 | 10.8508148 | 12.4426041 |
| 21 | 8.0336685 | 8.8972015 | 10.2829285 | 11.5913391 | 13.2396393 |
| 22 | 8.6427155 | 9.5425110 | 10.9823456 | 12.3380432 | 14.0414886 |
| 23 | 9.2604370 | 10.1957169 | 11.6885223 | 13.0905151 | 14.8479385 |
| 24 | 9.8862610 | 10.8563690 | 12.4011765 | 13.8484344 | 15.6587067 |
| 25 | 10.5196533 | 11.5239716 | 13.1197433 | 14.6114349 | 16.4734497 |
| 26 | 11.1602631 | 12.1981506 | 13.8439331 | 15.3792038 | 17.2919159 |
| 27 | 11.8076019 | 12.8785095 | 14.5734024 | 16.1513977 | 18.1138763 |
| 28 | 12.4613495 | 13.5647125 | 15.3078613 | 16.9278717 | 18.9392395 |
| 29 | 13.1211624 | 14.2564697 | 16.0470886 | 17.7083893 | 19.7678223 |
| 30 | 13.7867584 | 14.9534760 | 16.7907562 | 18.4926147 | 20.5992126 |
| 40 | 20.7065582 | 22.1642761 | 24.4330750 | 26.5083008 | 29.0503540 |
| 50 | 27.9775238 | 29.7001038 | 32.3561096 | 34.7638702 | 37.6881561 |
| 60 | 35.5294037 | 37.4848328 | 40.4817810 | 43.1865082 | 46.4583282 |
| 70 | 43.2462311 | 45.4230499 | 48.7503967 | 51.7388763 | 55.3331146 |
| 80 | 51.1447754 | 53.5226593 | 57.1465912 | 60.3912201 | 64.2818604 |
| 90 | 59.1706543 | 61.7376862 | 65.6405029 | 69.1258850 | 73.2949219 |
| 100 | 67.3031921 | 70.0493622 | 74.2162018 | 77.9293976 | 82.3618469 |

Table 5 Percentage points of the F distribution, $\alpha = .10$

| ν_2 | ν_1 | | | | | | | | |
|----------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 39.86 | 49.50 | 53.59 | 55.83 | 57.24 | 58.20 | 58.91 | 59.44 | 59.86 |
| 2 | 8.53 | 9.00 | 9.16 | 9.24 | 9.29 | 9.33 | 9.35 | 9.37 | 9.38 |
| 3 | 5.54 | 5.46 | 5.39 | 5.34 | 5.31 | 5.28 | 5.27 | 5.25 | 5.24 |
| 4 | 4.54 | 4.32 | 4.19 | 4.11 | 4.05 | 4.01 | 3.98 | 3.95 | 3.94 |
| 5 | 4.06 | 3.78 | 3.62 | 3.52 | 3.45 | 3.40 | 3.37 | 3.34 | 3.32 |
| 6 | 3.78 | 3.46 | 3.29 | 3.18 | 3.11 | 3.05 | 3.01 | 2.98 | 2.96 |
| 7 | 3.59 | 3.26 | 3.07 | 2.96 | 2.88 | 2.83 | 2.79 | 2.75 | 2.72 |
| 8 | 3.46 | 3.11 | 2.92 | 2.81 | 2.73 | 2.67 | 2.62 | 2.59 | 2.56 |
| 9 | 3.36 | 3.01 | 2.81 | 2.69 | 2.61 | 2.55 | 2.51 | 2.47 | 2.44 |
| 10 | 3.29 | 2.92 | 2.73 | 2.61 | 2.52 | 2.46 | 2.41 | 2.38 | 2.35 |
| 11 | 3.23 | 2.86 | 2.66 | 2.54 | 2.45 | 2.39 | 2.34 | 2.30 | 2.27 |
| 12 | 3.18 | 2.81 | 2.61 | 2.48 | 2.39 | 2.33 | 2.28 | 2.24 | 2.21 |
| 13 | 3.14 | 2.76 | 2.56 | 2.43 | 2.35 | 2.28 | 2.23 | 2.20 | 2.16 |
| 14 | 3.10 | 2.73 | 2.52 | 2.39 | 2.31 | 2.24 | 2.19 | 2.15 | 2.12 |
| 15 | 3.07 | 2.70 | 2.49 | 2.36 | 2.27 | 2.21 | 2.16 | 2.12 | 2.09 |
| 16 | 3.05 | 2.67 | 2.46 | 2.33 | 2.24 | 2.18 | 2.13 | 2.09 | 2.06 |
| 17 | 3.03 | 2.64 | 2.44 | 2.31 | 2.22 | 2.15 | 2.10 | 2.06 | 2.03 |
| 18 | 3.01 | 2.62 | 2.42 | 2.29 | 2.20 | 2.13 | 2.08 | 2.04 | 2.00 |
| 19 | 2.99 | 2.61 | 2.40 | 2.27 | 2.18 | 2.11 | 2.06 | 2.02 | 1.98 |
| 20 | 2.97 | 2.59 | 2.38 | 2.25 | 2.16 | 2.09 | 2.04 | 2.00 | 1.96 |
| 21 | 2.96 | 2.57 | 2.36 | 2.23 | 2.14 | 2.08 | 2.02 | 1.98 | 1.95 |
| 22 | 2.95 | 2.56 | 2.35 | 2.22 | 2.13 | 2.06 | 2.01 | 1.97 | 1.93 |
| 23 | 2.94 | 2.55 | 2.34 | 2.21 | 2.11 | 2.05 | 1.99 | 1.95 | 1.92 |
| 24 | 2.93 | 2.54 | 2.33 | 2.19 | 2.10 | 2.04 | 1.98 | 1.94 | 1.91 |
| 25 | 2.92 | 2.53 | 2.32 | 2.18 | 2.09 | 2.02 | 1.97 | 1.93 | 1.89 |
| 26 | 2.91 | 2.52 | 2.31 | 2.17 | 2.08 | 2.01 | 1.96 | 1.92 | 1.88 |
| 27 | 2.90 | 2.51 | 2.30 | 2.17 | 2.07 | 2.00 | 1.95 | 1.91 | 1.87 |
| 28 | 2.89 | 2.50 | 2.29 | 2.16 | 2.06 | 2.00 | 1.94 | 1.90 | 1.87 |
| 29 | 2.89 | 2.50 | 2.28 | 2.15 | 2.06 | 1.99 | 1.93 | 1.89 | 1.86 |
| 30 | 2.88 | 2.49 | 2.28 | 2.14 | 2.05 | 1.98 | 1.93 | 1.88 | 1.85 |
| 40 | 2.84 | 2.44 | 2.23 | 2.09 | 2.00 | 1.93 | 1.87 | 1.83 | 1.79 |
| 60 | 2.79 | 2.39 | 2.18 | 2.04 | 1.95 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.74 |
| 120 | 2.75 | 2.35 | 2.13 | 1.99 | 1.90 | 1.82 | 1.77 | 1.72 | 1.68 |
| ∞ | 2.71 | 2.30 | 2.08 | 1.94 | 1.85 | 1.77 | 1.72 | 1.67 | 1.63 |

Continued

Table 4 Percentage points of Student's t -distribution

| ν | t_9 | t_{95} | t_{975} | t_{99} | t_{995} | t_{999} |
|----------|-------|----------|-----------|----------|-----------|-----------|
| 1 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.6567 | 318.313 |
| 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 22.327 |
| 3 | 1.638 | 2.353 | 3.183 | 4.541 | 5.841 | 10.215 |
| 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 7.173 |
| 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 5.893 |
| 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.208 |
| 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.785 |
| 8 | 1.397 | 1.856 | 2.306 | 2.897 | 3.355 | 4.501 |
| 9 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.245 | 4.297 |
| 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.144 |
| 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.025 |
| 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 3.930 |
| 13 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.852 |
| 14 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.976 | 3.787 |
| 15 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.603 | 2.947 | 3.733 |
| 16 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.686 |
| 17 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.646 |
| 18 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.610 |
| 19 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.579 |
| 20 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 |
| 24 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 |
| 30 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.467 |
| 40 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.385 |
| 60 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.307 |
| 120 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.232 |
| ∞ | 1.289 | 1.658 | 1.980 | 2.358 | 2.617 | 3.160 |
| | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.090 |

Entries were computed with IMSL subroutine TIN.

Table 6 Percentage points of the F distribution, $\alpha = .05$

| ν_2 | ν_1 | | | | | | | | |
|----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 161.45 | 199.50 | 215.71 | 224.58 | 230.16 | 233.99 | 236.77 | 238.88 | 240.54 |
| 2 | 18.51 | 19.00 | 19.16 | 19.25 | 19.30 | 19.33 | 19.35 | 19.37 | 19.38 |
| 3 | 10.13 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 | 8.89 | 8.85 | 8.81 |
| 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 | 6.09 | 6.04 | 6.00 |
| 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 | 4.88 | 4.82 | 4.77 |
| 6 | 5.99 | 5.14 | 4.76 | 4.53 | 4.39 | 4.28 | 4.21 | 4.15 | 4.10 |
| 7 | 5.59 | 4.74 | 4.35 | 4.12 | 3.97 | 3.87 | 3.79 | 3.73 | 3.68 |
| 8 | 5.32 | 4.46 | 4.07 | 3.84 | 3.69 | 3.58 | 3.50 | 3.44 | 3.39 |
| 9 | 5.12 | 4.26 | 3.86 | 3.63 | 3.48 | 3.37 | 3.29 | 3.23 | 3.18 |
| 10 | 4.96 | 4.10 | 3.71 | 3.48 | 3.33 | 3.22 | 3.14 | 3.07 | 3.02 |
| 11 | 4.84 | 3.98 | 3.59 | 3.36 | 3.20 | 3.09 | 3.01 | 2.95 | 2.90 |
| 12 | 4.75 | 3.89 | 3.49 | 3.26 | 3.11 | 3.00 | 2.91 | 2.85 | 2.80 |
| 13 | 4.67 | 3.81 | 3.41 | 3.18 | 3.03 | 2.92 | 2.83 | 2.77 | 2.71 |
| 14 | 4.60 | 3.74 | 3.34 | 3.11 | 2.96 | 2.85 | 2.76 | 2.70 | 2.65 |
| 15 | 4.54 | 3.68 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.79 | 2.71 | 2.64 | 2.59 |
| 16 | 4.49 | 3.63 | 3.24 | 3.01 | 2.85 | 2.74 | 2.66 | 2.59 | 2.54 |
| 17 | 4.45 | 3.59 | 3.20 | 2.96 | 2.81 | 2.70 | 2.61 | 2.55 | 2.49 |
| 18 | 4.41 | 3.55 | 3.16 | 2.93 | 2.77 | 2.66 | 2.58 | 2.51 | 2.46 |
| 19 | 4.38 | 3.52 | 3.13 | 2.90 | 2.74 | 2.63 | 2.54 | 2.48 | 2.42 |
| 20 | 4.35 | 3.49 | 3.10 | 2.87 | 2.71 | 2.60 | 2.51 | 2.45 | 2.39 |
| 21 | 4.32 | 3.47 | 3.07 | 2.84 | 2.68 | 2.57 | 2.49 | 2.42 | 2.37 |
| 22 | 4.30 | 3.44 | 3.05 | 2.82 | 2.66 | 2.55 | 2.46 | 2.40 | 2.34 |
| 23 | 4.28 | 3.42 | 3.03 | 2.80 | 2.64 | 2.53 | 2.44 | 2.37 | 2.32 |
| 24 | 4.26 | 3.40 | 3.01 | 2.78 | 2.62 | 2.51 | 2.42 | 2.36 | 2.30 |
| 25 | 4.24 | 3.39 | 2.99 | 2.76 | 2.60 | 2.49 | 2.40 | 2.34 | 2.28 |
| 26 | 4.23 | 3.37 | 2.98 | 2.74 | 2.59 | 2.47 | 2.39 | 2.32 | 2.27 |
| 27 | 4.21 | 3.35 | 2.96 | 2.73 | 2.57 | 2.46 | 2.37 | 2.31 | 2.25 |
| 28 | 4.20 | 3.34 | 2.95 | 2.71 | 2.56 | 2.45 | 2.36 | 2.29 | 2.24 |
| 29 | 4.18 | 3.33 | 2.93 | 2.70 | 2.55 | 2.43 | 2.35 | 2.28 | 2.22 |
| 30 | 4.17 | 3.32 | 2.92 | 2.69 | 2.53 | 2.42 | 2.33 | 2.27 | 2.21 |
| 40 | 4.08 | 3.23 | 2.84 | 2.61 | 2.45 | 2.34 | 2.25 | 2.18 | 2.12 |
| 60 | 4.00 | 3.15 | 2.76 | 2.53 | 2.37 | 2.25 | 2.17 | 2.10 | 2.04 |
| 120 | 3.92 | 3.07 | 2.68 | 2.45 | 2.29 | 2.17 | 2.09 | 2.02 | 1.96 |
| ∞ | 3.84 | 3.00 | 2.60 | 2.37 | 2.21 | 2.10 | 2.01 | 1.94 | 1.88 |

Continued

Table 5 (continued)

| ν_2 | ν_1 | | | | | | | | | |
|----------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 1 | 60.19 | 60.70 | 61.22 | 61.74 | 62.00 | 62.26 | 62.53 | 62.79 | 63.06 | 63.33 |
| 2 | 9.39 | 9.41 | 9.42 | 9.44 | 9.45 | 9.46 | 9.47 | 9.47 | 9.48 | 9.49 |
| 3 | 5.23 | 5.22 | 5.20 | 5.19 | 5.18 | 5.17 | 5.16 | 5.15 | 5.14 | 5.13 |
| 4 | 3.92 | 3.90 | 3.87 | 3.84 | 3.83 | 3.82 | 3.80 | 3.79 | 3.78 | 3.76 |
| 5 | 3.30 | 3.27 | 3.24 | 3.21 | 3.19 | 3.17 | 3.16 | 3.14 | 3.12 | 3.10 |
| 6 | 2.94 | 2.90 | 2.87 | 2.84 | 2.82 | 2.80 | 2.78 | 2.76 | 2.74 | 2.72 |
| 7 | 2.70 | 2.67 | 2.63 | 2.59 | 2.58 | 2.56 | 2.54 | 2.51 | 2.49 | 2.47 |
| 8 | 2.54 | 2.50 | 2.46 | 2.42 | 2.40 | 2.38 | 2.36 | 2.34 | 2.32 | 2.29 |
| 9 | 2.42 | 2.38 | 2.34 | 2.30 | 2.28 | 2.25 | 2.23 | 2.21 | 2.18 | 2.16 |
| 10 | 2.32 | 2.28 | 2.24 | 2.20 | 2.18 | 2.16 | 2.13 | 2.11 | 2.08 | 2.06 |
| 11 | 2.25 | 2.21 | 2.17 | 2.12 | 2.10 | 2.08 | 2.05 | 2.03 | 2.00 | 1.97 |
| 12 | 2.19 | 2.15 | 2.10 | 2.06 | 2.04 | 2.01 | 1.99 | 1.96 | 1.93 | 1.90 |
| 13 | 2.14 | 2.10 | 2.05 | 2.01 | 1.98 | 1.96 | 1.93 | 1.90 | 1.88 | 1.85 |
| 14 | 2.10 | 2.05 | 2.01 | 1.96 | 1.94 | 1.91 | 1.89 | 1.86 | 1.83 | 1.80 |
| 15 | 2.06 | 2.02 | 1.97 | 1.92 | 1.90 | 1.87 | 1.85 | 1.82 | 1.79 | 1.76 |
| 16 | 2.03 | 1.99 | 1.94 | 1.89 | 1.87 | 1.84 | 1.81 | 1.78 | 1.75 | 1.72 |
| 17 | 2.00 | 1.96 | 1.91 | 1.86 | 1.84 | 1.81 | 1.78 | 1.75 | 1.72 | 1.69 |
| 18 | 1.98 | 1.93 | 1.89 | 1.84 | 1.81 | 1.78 | 1.75 | 1.72 | 1.69 | 1.66 |
| 19 | 1.96 | 1.91 | 1.86 | 1.81 | 1.79 | 1.76 | 1.73 | 1.70 | 1.67 | 1.63 |
| 20 | 1.94 | 1.89 | 1.84 | 1.79 | 1.77 | 1.74 | 1.71 | 1.68 | 1.64 | 1.61 |
| 21 | 1.92 | 1.87 | 1.83 | 1.78 | 1.75 | 1.72 | 1.69 | 1.66 | 1.62 | 1.59 |
| 22 | 1.90 | 1.86 | 1.81 | 1.76 | 1.73 | 1.70 | 1.67 | 1.64 | 1.60 | 1.57 |
| 23 | 1.89 | 1.84 | 1.80 | 1.74 | 1.72 | 1.69 | 1.66 | 1.62 | 1.59 | 1.55 |
| 24 | 1.88 | 1.83 | 1.78 | 1.73 | 1.70 | 1.67 | 1.64 | 1.61 | 1.57 | 1.53 |
| 25 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.72 | 1.69 | 1.66 | 1.63 | 1.59 | 1.56 | 1.52 |
| 26 | 1.86 | 1.81 | 1.76 | 1.71 | 1.68 | 1.65 | 1.61 | 1.58 | 1.54 | 1.50 |
| 27 | 1.85 | 1.80 | 1.75 | 1.70 | 1.67 | 1.64 | 1.60 | 1.57 | 1.53 | 1.49 |
| 28 | 1.84 | 1.79 | 1.74 | 1.69 | 1.66 | 1.63 | 1.59 | 1.56 | 1.52 | 1.48 |
| 29 | 1.83 | 1.78 | 1.73 | 1.68 | 1.65 | 1.62 | 1.58 | 1.55 | 1.51 | 1.47 |
| 30 | 1.82 | 1.77 | 1.72 | 1.67 | 1.64 | 1.61 | 1.57 | 1.54 | 1.50 | 1.46 |
| 40 | 1.76 | 1.71 | 1.66 | 1.61 | 1.57 | 1.54 | 1.51 | 1.47 | 1.42 | 1.38 |
| 60 | 1.71 | 1.66 | 1.60 | 1.54 | 1.51 | 1.48 | 1.44 | 1.40 | 1.35 | 1.29 |
| 120 | 1.65 | 1.60 | 1.55 | 1.48 | 1.45 | 1.41 | 1.37 | 1.32 | 1.26 | 1.19 |
| ∞ | 1.60 | 1.55 | 1.49 | 1.42 | 1.38 | 1.34 | 1.30 | 1.24 | 1.17 | 1.00 |

Note: Entries in this table were computed with IMSL subroutine FIN.

Table 7 Percentage points of the F distribution, $\alpha = .025$

| ν_2 | ν_1 | | | | | | | | |
|----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 647.79 | 799.50 | 864.16 | 899.59 | 921.85 | 937.11 | 948.22 | 956.66 | 963.28 |
| 2 | 38.51 | 39.00 | 39.17 | 39.25 | 39.30 | 39.33 | 39.36 | 39.37 | 39.39 |
| 3 | 17.44 | 16.04 | 15.44 | 15.10 | 14.88 | 14.74 | 14.63 | 14.54 | 14.47 |
| 4 | 12.22 | 10.65 | 9.98 | 9.61 | 9.36 | 9.20 | 9.07 | 8.98 | 8.90 |
| 5 | 10.01 | 8.43 | 7.76 | 7.39 | 7.15 | 6.98 | 6.85 | 6.76 | 6.68 |
| 6 | 8.81 | 7.26 | 6.60 | 6.23 | 5.99 | 5.82 | 5.70 | 5.60 | 5.52 |
| 7 | 8.07 | 6.54 | 5.89 | 5.52 | 5.29 | 5.12 | 5.00 | 4.90 | 4.82 |
| 8 | 7.57 | 6.06 | 5.42 | 5.05 | 4.82 | 4.65 | 4.53 | 4.43 | 4.36 |
| 9 | 7.21 | 5.71 | 5.08 | 4.72 | 4.48 | 4.32 | 4.20 | 4.10 | 4.03 |
| 10 | 6.94 | 5.46 | 4.83 | 4.47 | 4.24 | 4.07 | 3.95 | 3.85 | 3.78 |
| 11 | 6.72 | 5.26 | 4.63 | 4.28 | 4.04 | 3.88 | 3.76 | 3.66 | 3.59 |
| 12 | 6.55 | 5.10 | 4.47 | 4.12 | 3.89 | 3.73 | 3.61 | 3.51 | 3.44 |
| 13 | 6.41 | 4.97 | 4.35 | 4.00 | 3.77 | 3.60 | 3.48 | 3.39 | 3.31 |
| 14 | 6.30 | 4.86 | 4.24 | 3.89 | 3.66 | 3.50 | 3.38 | 3.29 | 3.21 |
| 15 | 6.20 | 4.77 | 4.15 | 3.80 | 3.58 | 3.41 | 3.29 | 3.20 | 3.12 |
| 16 | 6.12 | 4.69 | 4.08 | 3.73 | 3.50 | 3.34 | 3.22 | 3.12 | 3.05 |
| 17 | 6.04 | 4.62 | 4.01 | 3.66 | 3.44 | 3.28 | 3.16 | 3.06 | 2.98 |
| 18 | 5.98 | 4.56 | 3.95 | 3.61 | 3.38 | 3.22 | 3.10 | 3.01 | 2.93 |
| 19 | 5.92 | 4.51 | 3.90 | 3.56 | 3.33 | 3.17 | 3.05 | 2.96 | 2.88 |
| 20 | 5.87 | 4.46 | 3.86 | 3.51 | 3.29 | 3.13 | 3.01 | 2.91 | 2.84 |
| 21 | 5.83 | 4.42 | 3.82 | 3.48 | 3.25 | 3.09 | 2.97 | 2.87 | 2.80 |
| 22 | 5.79 | 4.38 | 3.78 | 3.44 | 3.22 | 3.05 | 2.93 | 2.84 | 2.76 |
| 23 | 5.75 | 4.35 | 3.75 | 3.41 | 3.18 | 3.02 | 2.90 | 2.81 | 2.73 |
| 24 | 5.72 | 4.32 | 3.72 | 3.38 | 3.15 | 2.99 | 2.87 | 2.78 | 2.70 |
| 25 | 5.69 | 4.29 | 3.69 | 3.35 | 3.13 | 2.97 | 2.85 | 2.75 | 2.68 |
| 26 | 5.66 | 4.27 | 3.67 | 3.33 | 3.10 | 2.94 | 2.82 | 2.73 | 2.65 |
| 27 | 5.63 | 4.24 | 3.65 | 3.31 | 3.08 | 2.92 | 2.80 | 2.71 | 2.63 |
| 28 | 5.61 | 4.22 | 3.63 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.78 | 2.69 | 2.61 |
| 29 | 5.59 | 4.20 | 3.61 | 3.27 | 3.04 | 2.88 | 2.76 | 2.67 | 2.59 |
| 30 | 5.57 | 4.18 | 3.59 | 3.25 | 3.03 | 2.87 | 2.75 | 2.65 | 2.57 |
| 40 | 5.42 | 4.05 | 3.46 | 3.13 | 2.90 | 2.74 | 2.62 | 2.53 | 2.45 |
| 60 | 5.29 | 3.93 | 3.34 | 3.01 | 2.79 | 2.63 | 2.51 | 2.41 | 2.33 |
| 120 | 5.15 | 3.80 | 3.23 | 2.89 | 2.67 | 2.52 | 2.39 | 2.30 | 2.22 |
| ∞ | 5.02 | 3.69 | 3.12 | 2.79 | 2.57 | 2.41 | 2.29 | 2.19 | 2.11 |

Continued

Table 6 Percentage points of the F distribution, $\alpha = .05$ (continued)

| ν_2 | ν_1 | | | | | | | | | |
|----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 1 | 241.88 | 243.91 | 245.96 | 248.00 | 249.04 | 250.08 | 251.14 | 252.19 | 253.24 | 254.3 |
| 2 | 19.40 | 19.41 | 19.43 | 19.45 | 19.45 | 19.46 | 19.47 | 19.48 | 19.49 | 19.50 |
| 3 | 8.79 | 8.74 | 8.70 | 8.66 | 8.64 | 8.62 | 8.59 | 8.57 | 8.55 | 8.53 |
| 4 | 5.97 | 5.91 | 5.86 | 5.80 | 5.77 | 5.74 | 5.72 | 5.69 | 5.66 | 5.63 |
| 5 | 4.73 | 4.68 | 4.62 | 4.56 | 4.53 | 4.50 | 4.46 | 4.43 | 4.40 | 4.36 |
| 6 | 4.06 | 4.00 | 3.94 | 3.87 | 3.84 | 3.81 | 3.77 | 3.74 | 3.70 | 3.67 |
| 7 | 3.64 | 3.57 | 3.51 | 3.44 | 3.41 | 3.38 | 3.34 | 3.30 | 3.27 | 3.23 |
| 8 | 3.35 | 3.28 | 3.22 | 3.15 | 3.12 | 3.08 | 3.04 | 3.00 | 2.97 | 2.93 |
| 9 | 3.14 | 3.07 | 3.01 | 2.94 | 2.90 | 2.86 | 2.83 | 2.79 | 2.75 | 2.71 |
| 10 | 2.98 | 2.91 | 2.85 | 2.77 | 2.74 | 2.70 | 2.66 | 2.62 | 2.58 | 2.54 |
| 11 | 2.85 | 2.79 | 2.72 | 2.65 | 2.61 | 2.57 | 2.53 | 2.49 | 2.45 | 2.40 |
| 12 | 2.75 | 2.69 | 2.62 | 2.54 | 2.51 | 2.47 | 2.43 | 2.38 | 2.34 | 2.30 |
| 13 | 2.67 | 2.60 | 2.53 | 2.46 | 2.42 | 2.38 | 2.34 | 2.30 | 2.25 | 2.21 |
| 14 | 2.60 | 2.53 | 2.46 | 2.39 | 2.35 | 2.31 | 2.27 | 2.22 | 2.18 | 2.13 |
| 15 | 2.54 | 2.48 | 2.40 | 2.33 | 2.29 | 2.25 | 2.20 | 2.16 | 2.11 | 2.07 |
| 16 | 2.49 | 2.42 | 2.35 | 2.28 | 2.24 | 2.19 | 2.15 | 2.11 | 2.06 | 2.01 |
| 17 | 2.45 | 2.38 | 2.31 | 2.23 | 2.19 | 2.15 | 2.10 | 2.06 | 2.01 | 1.96 |
| 18 | 2.41 | 2.34 | 2.27 | 2.19 | 2.15 | 2.11 | 2.06 | 2.02 | 1.97 | 1.92 |
| 19 | 2.38 | 2.31 | 2.23 | 2.16 | 2.11 | 2.07 | 2.03 | 1.98 | 1.93 | 1.88 |
| 20 | 2.35 | 2.28 | 2.20 | 2.12 | 2.08 | 2.04 | 1.99 | 1.95 | 1.90 | 1.84 |
| 21 | 2.32 | 2.25 | 2.18 | 2.10 | 2.05 | 2.01 | 1.96 | 1.92 | 1.87 | 1.81 |
| 22 | 2.30 | 2.23 | 2.15 | 2.07 | 2.03 | 1.98 | 1.94 | 1.89 | 1.84 | 1.78 |
| 23 | 2.27 | 2.20 | 2.13 | 2.05 | 2.00 | 1.96 | 1.91 | 1.86 | 1.81 | 1.76 |
| 24 | 2.25 | 2.18 | 2.11 | 2.03 | 1.98 | 1.94 | 1.89 | 1.84 | 1.79 | 1.73 |
| 25 | 2.24 | 2.16 | 2.09 | 2.01 | 1.96 | 1.92 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.71 |
| 26 | 2.22 | 2.15 | 2.07 | 1.99 | 1.95 | 1.90 | 1.85 | 1.80 | 1.75 | 1.69 |
| 27 | 2.20 | 2.13 | 2.06 | 1.97 | 1.93 | 1.88 | 1.84 | 1.79 | 1.73 | 1.67 |
| 28 | 2.19 | 2.12 | 2.04 | 1.96 | 1.91 | 1.87 | 1.82 | 1.77 | 1.71 | 1.65 |
| 29 | 2.18 | 2.10 | 2.03 | 1.94 | 1.90 | 1.85 | 1.81 | 1.75 | 1.70 | 1.64 |
| 30 | 2.16 | 2.09 | 2.01 | 1.93 | 1.89 | 1.84 | 1.79 | 1.74 | 1.68 | 1.62 |
| 40 | 2.08 | 2.00 | 1.92 | 1.84 | 1.79 | 1.74 | 1.69 | 1.64 | 1.58 | 1.51 |
| 60 | 1.99 | 1.92 | 1.84 | 1.75 | 1.70 | 1.65 | 1.59 | 1.53 | 1.47 | 1.39 |
| 120 | 1.91 | 1.83 | 1.75 | 1.66 | 1.61 | 1.55 | 1.50 | 1.43 | 1.35 | 1.25 |
| ∞ | 1.83 | 1.75 | 1.67 | 1.57 | 1.52 | 1.46 | 1.39 | 1.32 | 1.22 | 1.00 |

Note: Entries in this table were computed with IMSL subroutine FIN.

Table 8 Percentage points of the F distribution, $\alpha = .01$

| ν_2 | ν_1 | | | | | | | | |
|----------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 4,052 | 4,999 | 5,403 | 5,625 | 5,764 | 5,859 | 5,928 | 5,982 | 6,022 |
| 2 | 98.50 | 99.00 | 99.17 | 99.25 | 99.30 | 99.33 | 99.36 | 99.37 | 99.39 |
| 3 | 34.12 | 30.82 | 29.46 | 28.71 | 28.24 | 27.91 | 27.67 | 27.50 | 27.34 |
| 4 | 21.20 | 18.00 | 16.69 | 15.98 | 15.52 | 15.21 | 14.98 | 14.80 | 14.66 |
| 5 | 16.26 | 13.27 | 12.06 | 11.39 | 10.97 | 10.67 | 10.46 | 10.29 | 10.16 |
| 6 | 13.75 | 10.92 | 9.78 | 9.15 | 8.75 | 8.47 | 8.26 | 8.10 | 7.98 |
| 7 | 12.25 | 9.55 | 8.45 | 7.85 | 7.46 | 7.19 | 6.99 | 6.84 | 6.72 |
| 8 | 11.26 | 8.65 | 7.59 | 7.01 | 6.63 | 6.37 | 6.18 | 6.03 | 5.91 |
| 9 | 10.56 | 8.02 | 6.99 | 6.42 | 6.06 | 5.80 | 5.61 | 5.47 | 5.35 |
| 10 | 10.04 | 7.56 | 6.55 | 5.99 | 5.64 | 5.39 | 5.20 | 5.06 | 4.94 |
| 11 | 9.65 | 7.21 | 6.22 | 5.67 | 5.32 | 5.07 | 4.89 | 4.74 | 4.63 |
| 12 | 9.33 | 6.93 | 5.95 | 5.41 | 5.06 | 4.82 | 4.64 | 4.50 | 4.39 |
| 13 | 9.07 | 6.70 | 5.74 | 5.21 | 4.86 | 4.62 | 4.44 | 4.30 | 4.19 |
| 14 | 8.86 | 6.51 | 5.56 | 5.04 | 4.69 | 4.46 | 4.28 | 4.14 | 4.03 |
| 15 | 8.68 | 6.36 | 5.42 | 4.89 | 4.56 | 4.32 | 4.14 | 4.00 | 3.89 |
| 16 | 8.53 | 6.23 | 5.29 | 4.77 | 4.44 | 4.20 | 4.03 | 3.89 | 3.78 |
| 17 | 8.40 | 6.11 | 5.18 | 4.67 | 4.34 | 4.10 | 3.93 | 3.79 | 3.68 |
| 18 | 8.29 | 6.01 | 5.09 | 4.58 | 4.25 | 4.01 | 3.84 | 3.71 | 3.60 |
| 19 | 8.18 | 5.93 | 5.01 | 4.50 | 4.17 | 3.94 | 3.77 | 3.63 | 3.52 |
| 20 | 8.10 | 5.85 | 4.94 | 4.43 | 4.10 | 3.87 | 3.70 | 3.56 | 3.46 |
| 21 | 8.02 | 5.78 | 4.87 | 4.37 | 4.04 | 3.81 | 3.64 | 3.51 | 3.40 |
| 22 | 7.95 | 5.72 | 4.82 | 4.31 | 3.99 | 3.76 | 3.59 | 3.45 | 3.35 |
| 23 | 7.88 | 5.66 | 4.76 | 4.26 | 3.94 | 3.71 | 3.54 | 3.41 | 3.30 |
| 24 | 7.82 | 5.61 | 4.72 | 4.22 | 3.90 | 3.67 | 3.50 | 3.36 | 3.26 |
| 25 | 7.77 | 5.57 | 4.68 | 4.18 | 3.85 | 3.63 | 3.46 | 3.32 | 3.22 |
| 26 | 7.72 | 5.53 | 4.64 | 4.14 | 3.82 | 3.59 | 3.42 | 3.29 | 3.18 |
| 27 | 7.68 | 5.49 | 4.60 | 4.11 | 3.78 | 3.56 | 3.39 | 3.26 | 3.15 |
| 28 | 7.64 | 5.45 | 4.57 | 4.07 | 3.75 | 3.53 | 3.36 | 3.23 | 3.12 |
| 29 | 7.60 | 5.42 | 4.54 | 4.04 | 3.73 | 3.50 | 3.33 | 3.20 | 3.09 |
| 30 | 7.56 | 5.39 | 4.51 | 4.02 | 3.70 | 3.47 | 3.30 | 3.17 | 3.07 |
| 40 | 7.31 | 5.18 | 4.31 | 3.83 | 3.51 | 3.29 | 3.12 | 2.99 | 2.89 |
| 60 | 7.08 | 4.98 | 4.13 | 3.65 | 3.34 | 3.12 | 2.95 | 2.82 | 2.72 |
| 120 | 6.85 | 4.79 | 3.95 | 3.48 | 3.17 | 2.96 | 2.79 | 2.66 | 2.56 |
| ∞ | 6.63 | 4.61 | 3.78 | 3.32 | 3.02 | 2.80 | 2.64 | 2.51 | 2.41 |

Continued

Table 7 Percentage points of the F distribution, $\alpha = .025$ (continued)

| ν_2 | ν_1 | | | | | | | | | |
|----------|---------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|----------|
| | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 1 | 968.62 | 976.71 | 984.89 | 993.04 | 997.20 | 1,001 | 1,006 | 1,010 | 1,014 | 1,018 |
| 2 | 39.40 | 39.41 | 39.43 | 39.45 | 39.46 | 39.46 | 39.47 | 39.48 | 39.49 | 39.50 |
| 3 | 14.42 | 14.33 | 14.26 | 14.17 | 14.13 | 14.08 | 14.04 | 13.99 | 13.95 | 13.90 |
| 4 | 8.85 | 8.75 | 8.66 | 8.56 | 8.51 | 8.46 | 8.41 | 8.36 | 8.31 | 8.26 |
| 5 | 6.62 | 6.53 | 6.43 | 6.33 | 6.28 | 6.23 | 6.17 | 6.12 | 6.07 | 6.02 |
| 6 | 5.46 | 5.37 | 5.27 | 5.17 | 5.12 | 5.06 | 5.01 | 4.96 | 4.90 | 4.85 |
| 7 | 4.76 | 4.67 | 4.57 | 4.47 | 4.41 | 4.36 | 4.31 | 4.25 | 4.20 | 4.14 |
| 8 | 4.30 | 4.20 | 4.10 | 4.00 | 3.95 | 3.89 | 3.84 | 3.78 | 3.73 | 3.67 |
| 9 | 3.96 | 3.87 | 3.77 | 3.67 | 3.61 | 3.56 | 3.51 | 3.45 | 3.39 | 3.33 |
| 10 | 3.72 | 3.62 | 3.52 | 3.42 | 3.37 | 3.31 | 3.26 | 3.20 | 3.14 | 3.08 |
| 11 | 3.53 | 3.43 | 3.33 | 3.23 | 3.17 | 3.12 | 3.06 | 3.00 | 2.94 | 2.88 |
| 12 | 3.37 | 3.28 | 3.18 | 3.07 | 3.02 | 2.96 | 2.91 | 2.85 | 2.79 | 2.72 |
| 13 | 3.25 | 3.15 | 3.05 | 2.95 | 2.89 | 2.84 | 2.78 | 2.72 | 2.66 | 2.60 |
| 14 | 3.15 | 3.05 | 2.95 | 2.84 | 2.79 | 2.73 | 2.67 | 2.61 | 2.55 | 2.49 |
| 15 | 3.06 | 2.96 | 2.86 | 2.76 | 2.70 | 2.64 | 2.59 | 2.52 | 2.46 | 2.40 |
| 16 | 2.99 | 2.89 | 2.79 | 2.68 | 2.63 | 2.57 | 2.51 | 2.45 | 2.38 | 2.32 |
| 17 | 2.92 | 2.82 | 2.72 | 2.62 | 2.56 | 2.50 | 2.44 | 2.38 | 2.32 | 2.25 |
| 18 | 2.87 | 2.77 | 2.67 | 2.56 | 2.50 | 2.44 | 2.38 | 2.32 | 2.26 | 2.19 |
| 19 | 2.82 | 2.72 | 2.62 | 2.51 | 2.45 | 2.39 | 2.33 | 2.27 | 2.20 | 2.13 |
| 20 | 2.77 | 2.68 | 2.57 | 2.46 | 2.41 | 2.35 | 2.29 | 2.22 | 2.16 | 2.09 |
| 21 | 2.73 | 2.64 | 2.53 | 2.42 | 2.37 | 2.31 | 2.25 | 2.18 | 2.11 | 2.04 |
| 22 | 2.70 | 2.60 | 2.50 | 2.39 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.14 | 2.08 | 2.00 |
| 23 | 2.67 | 2.57 | 2.47 | 2.36 | 2.30 | 2.24 | 2.18 | 2.11 | 2.04 | 1.97 |
| 24 | 2.64 | 2.54 | 2.44 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.15 | 2.08 | 2.01 | 1.94 |
| 25 | 2.61 | 2.51 | 2.41 | 2.30 | 2.24 | 2.18 | 2.12 | 2.05 | 1.98 | 1.91 |
| 26 | 2.59 | 2.49 | 2.39 | 2.28 | 2.22 | 2.16 | 2.09 | 2.03 | 1.95 | 1.88 |
| 27 | 2.57 | 2.47 | 2.36 | 2.25 | 2.19 | 2.13 | 2.07 | 2.00 | 1.93 | 1.85 |
| 28 | 2.55 | 2.45 | 2.34 | 2.23 | 2.17 | 2.11 | 2.05 | 1.98 | 1.91 | 1.83 |
| 29 | 2.53 | 2.43 | 2.32 | 2.21 | 2.15 | 2.09 | 2.03 | 1.96 | 1.89 | 1.81 |
| 30 | 2.51 | 2.41 | 2.31 | 2.20 | 2.14 | 2.07 | 2.01 | 1.94 | 1.87 | 1.79 |
| 40 | 2.39 | 2.29 | 2.18 | 2.07 | 2.01 | 1.94 | 1.88 | 1.80 | 1.72 | 1.64 |
| 60 | 2.27 | 2.17 | 2.06 | 1.94 | 1.88 | 1.82 | 1.74 | 1.67 | 1.58 | 1.48 |
| 120 | 2.16 | 2.05 | 1.95 | 1.82 | 1.76 | 1.69 | 1.61 | 1.53 | 1.43 | 1.31 |
| ∞ | 2.05 | 1.94 | 1.83 | 1.71 | 1.64 | 1.57 | 1.48 | 1.39 | 1.27 | 1.00 |

Note: Entries in this table were computed with IMSL subroutine FIN.

Table 9 Studentized range statistic, q , for $\alpha = .05$

| v | J (number of groups) | | | | | | | | | |
|----------|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 3 | 4.50 | 5.91 | 6.82 | 7.50 | 8.04 | 8.48 | 8.85 | 9.18 | 9.46 | 9.72 |
| 4 | 3.93 | 5.04 | 5.76 | 6.29 | 6.71 | 7.05 | 7.35 | 7.60 | 7.83 | 8.03 |
| 5 | 3.64 | 4.60 | 5.22 | 5.68 | 6.04 | 6.33 | 6.59 | 6.81 | 6.99 | 7.17 |
| 6 | 3.47 | 4.34 | 4.89 | 5.31 | 5.63 | 5.89 | 6.13 | 6.32 | 6.49 | 6.65 |
| 7 | 3.35 | 4.17 | 4.69 | 5.07 | 5.36 | 5.61 | 5.82 | 5.99 | 6.16 | 6.30 |
| 8 | 3.27 | 4.05 | 4.53 | 4.89 | 5.17 | 5.39 | 5.59 | 5.77 | 5.92 | 6.06 |
| 9 | 3.19 | 3.95 | 4.42 | 4.76 | 5.03 | 5.25 | 5.44 | 5.59 | 5.74 | 5.87 |
| 10 | 3.16 | 3.88 | 4.33 | 4.66 | 4.92 | 5.13 | 5.31 | 5.47 | 5.59 | 5.73 |
| 11 | 3.12 | 3.82 | 4.26 | 4.58 | 4.83 | 5.03 | 5.21 | 5.36 | 5.49 | 5.61 |
| 12 | 3.09 | 3.78 | 4.19 | 4.51 | 4.76 | 4.95 | 5.12 | 5.27 | 5.39 | 5.52 |
| 13 | 3.06 | 3.73 | 4.15 | 4.45 | 4.69 | 4.88 | 5.05 | 5.19 | 5.32 | 5.43 |
| 14 | 3.03 | 3.70 | 4.11 | 4.41 | 4.64 | 4.83 | 4.99 | 5.13 | 5.25 | 5.36 |
| 15 | 3.01 | 3.67 | 4.08 | 4.37 | 4.59 | 4.78 | 4.94 | 5.08 | 5.20 | 5.31 |
| 16 | 3.00 | 3.65 | 4.05 | 4.33 | 4.56 | 4.74 | 4.90 | 5.03 | 5.15 | 5.26 |
| 17 | 2.98 | 3.63 | 4.02 | 4.30 | 4.52 | 4.70 | 4.86 | 4.99 | 5.11 | 5.21 |
| 18 | 2.97 | 3.61 | 4.00 | 4.28 | 4.49 | 4.67 | 4.83 | 4.96 | 5.07 | 5.17 |
| 19 | 2.96 | 3.59 | 3.98 | 4.25 | 4.47 | 4.65 | 4.79 | 4.93 | 5.04 | 5.14 |
| 20 | 2.95 | 3.58 | 3.96 | 4.23 | 4.45 | 4.62 | 4.77 | 4.90 | 5.01 | 5.11 |
| 24 | 2.92 | 3.53 | 3.90 | 4.17 | 4.37 | 4.54 | 4.68 | 4.81 | 4.92 | 5.01 |
| 30 | 2.89 | 3.49 | 3.85 | 4.10 | 4.30 | 4.46 | 4.60 | 4.72 | 4.82 | 4.92 |
| 40 | 2.86 | 3.44 | 3.79 | 4.04 | 4.23 | 4.39 | 4.52 | 4.63 | 4.73 | 4.82 |
| 60 | 2.83 | 3.40 | 3.74 | 3.98 | 4.16 | 4.31 | 4.44 | 4.55 | 4.65 | 4.73 |
| 120 | 2.80 | 3.36 | 3.68 | 3.92 | 4.10 | 4.24 | 4.36 | 4.47 | 4.56 | 4.64 |
| ∞ | 2.77 | 3.31 | 3.63 | 3.86 | 4.03 | 4.17 | 4.29 | 4.39 | 4.47 | 4.55 |

Table 8 Percentage points of the F distribution, $\alpha = .01$ (continued)

| v_2 | v_1 | | | | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| | 10 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 1 | 6.056 | 6.106 | 6.157 | 6.209 | 6.235 | 6.261 | 6.287 | 6.313 | 6.339 | 6.366 |
| 2 | 99.40 | 99.42 | 99.43 | 99.45 | 99.46 | 99.46 | 99.47 | 99.48 | 99.49 | 99.50 |
| 3 | 27.22 | 27.03 | 26.85 | 26.67 | 26.60 | 26.50 | 26.41 | 26.32 | 26.22 | 26.13 |
| 4 | 14.55 | 14.37 | 14.19 | 14.02 | 13.94 | 13.84 | 13.75 | 13.65 | 13.56 | 13.46 |
| 5 | 10.05 | 9.89 | 9.72 | 9.55 | 9.46 | 9.38 | 9.30 | 9.20 | 9.11 | 9.02 |
| 6 | 7.87 | 7.72 | 7.56 | 7.40 | 7.31 | 7.23 | 7.15 | 7.06 | 6.97 | 6.88 |
| 7 | 6.62 | 6.47 | 6.31 | 6.16 | 6.07 | 5.99 | 5.91 | 5.82 | 5.74 | 5.65 |
| 8 | 5.81 | 5.67 | 5.52 | 5.36 | 5.28 | 5.20 | 5.12 | 5.03 | 4.95 | 4.86 |
| 9 | 5.26 | 5.11 | 4.96 | 4.81 | 4.73 | 4.65 | 4.57 | 4.48 | 4.40 | 4.31 |
| 10 | 4.85 | 4.71 | 4.56 | 4.41 | 4.33 | 4.25 | 4.17 | 4.08 | 4.00 | 3.91 |
| 11 | 4.54 | 4.40 | 4.25 | 4.10 | 4.02 | 3.94 | 3.86 | 3.78 | 3.69 | 3.60 |
| 12 | 4.30 | 4.16 | 4.01 | 3.86 | 3.78 | 3.70 | 3.62 | 3.54 | 3.45 | 3.36 |
| 13 | 4.10 | 3.96 | 3.82 | 3.66 | 3.59 | 3.51 | 3.43 | 3.34 | 3.25 | 3.17 |
| 14 | 3.94 | 3.80 | 3.66 | 3.51 | 3.43 | 3.35 | 3.27 | 3.18 | 3.09 | 3.00 |
| 15 | 3.80 | 3.67 | 3.52 | 3.37 | 3.29 | 3.21 | 3.13 | 3.05 | 2.96 | 2.87 |
| 16 | 3.69 | 3.55 | 3.41 | 3.26 | 3.18 | 3.10 | 3.02 | 2.93 | 2.84 | 2.75 |
| 17 | 3.59 | 3.46 | 3.31 | 3.16 | 3.08 | 3.00 | 2.92 | 2.83 | 2.75 | 2.65 |
| 18 | 3.51 | 3.37 | 3.23 | 3.08 | 3.00 | 2.92 | 2.84 | 2.75 | 2.66 | 2.57 |
| 19 | 3.43 | 3.30 | 3.15 | 3.00 | 2.92 | 2.84 | 2.76 | 2.67 | 2.58 | 2.49 |
| 20 | 3.37 | 3.23 | 3.09 | 2.94 | 2.86 | 2.78 | 2.69 | 2.61 | 2.52 | 2.42 |
| 21 | 3.31 | 3.17 | 3.03 | 2.88 | 2.80 | 2.72 | 2.64 | 2.55 | 2.46 | 2.36 |
| 22 | 3.26 | 3.12 | 2.98 | 2.83 | 2.75 | 2.67 | 2.58 | 2.50 | 2.40 | 2.31 |
| 23 | 3.21 | 3.07 | 2.93 | 2.78 | 2.70 | 2.62 | 2.54 | 2.45 | 2.35 | 2.26 |
| 24 | 3.17 | 3.03 | 2.89 | 2.74 | 2.66 | 2.58 | 2.49 | 2.40 | 2.31 | 2.21 |
| 25 | 3.13 | 2.99 | 2.85 | 2.70 | 2.62 | 2.54 | 2.45 | 2.36 | 2.27 | 2.17 |
| 26 | 3.09 | 2.96 | 2.81 | 2.66 | 2.58 | 2.50 | 2.42 | 2.33 | 2.23 | 2.13 |
| 27 | 3.06 | 2.93 | 2.78 | 2.63 | 2.55 | 2.47 | 2.38 | 2.29 | 2.20 | 2.10 |
| 28 | 3.03 | 2.90 | 2.75 | 2.60 | 2.52 | 2.44 | 2.35 | 2.26 | 2.17 | 2.06 |
| 29 | 3.00 | 2.87 | 2.73 | 2.57 | 2.49 | 2.41 | 2.33 | 2.23 | 2.14 | 2.03 |
| 30 | 2.98 | 2.84 | 2.70 | 2.55 | 2.47 | 2.39 | 2.30 | 2.21 | 2.11 | 2.01 |
| 40 | 2.80 | 2.66 | 2.52 | 2.37 | 2.29 | 2.20 | 2.11 | 2.02 | 1.92 | 1.80 |
| 60 | 2.63 | 2.50 | 2.35 | 2.20 | 2.12 | 2.03 | 1.94 | 1.84 | 1.73 | 1.60 |
| 120 | 2.47 | 2.34 | 2.19 | 2.03 | 1.95 | 1.86 | 1.76 | 1.66 | 1.53 | 1.38 |
| ∞ | 2.32 | 2.18 | 2.04 | 1.88 | 1.79 | 1.70 | 1.59 | 1.47 | 1.32 | 1.00 |

Note: Entries in this table were computed with IMSL subroutine FIN.

Table 10 Studentized maximum modulus distribution

| ν | α | C (the number of tests being performed) | | | | | | | | |
|----------|----------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | .05 | 5.57 | 6.34 | 6.89 | 7.31 | 7.65 | 7.93 | 8.17 | 8.83 | 8.57 |
| | .01 | 12.73 | 14.44 | 15.65 | 16.59 | 17.35 | 17.99 | 18.53 | 19.01 | 19.43 |
| 3 | .05 | 3.96 | 4.43 | 4.76 | 5.02 | 5.23 | 5.41 | 5.56 | 5.69 | 5.81 |
| | .01 | 7.13 | 7.91 | 8.48 | 8.92 | 9.28 | 9.58 | 9.84 | 10.06 | 10.27 |
| 4 | .05 | 3.38 | 3.74 | 4.01 | 4.20 | 4.37 | 4.50 | 4.62 | 4.72 | 4.82 |
| | .01 | 5.46 | 5.99 | 6.36 | 6.66 | 6.89 | 7.09 | 7.27 | 7.43 | 7.57 |
| 5 | .05 | 3.09 | 3.39 | 3.62 | 3.79 | 3.93 | 4.04 | 4.14 | 4.23 | 4.31 |
| | .01 | 4.70 | 5.11 | 5.39 | 5.63 | 5.81 | 5.97 | 6.11 | 6.23 | 6.33 |
| 6 | .05 | 2.92 | 3.19 | 3.39 | 3.54 | 3.66 | 3.77 | 3.86 | 3.94 | 4.01 |
| | .01 | 4.27 | 4.61 | 4.85 | 5.05 | 5.20 | 5.33 | 5.45 | 5.55 | 5.64 |
| 7 | .05 | 2.80 | 3.06 | 3.24 | 3.38 | 3.49 | 3.59 | 3.67 | 3.74 | 3.80 |
| | .01 | 3.99 | 4.29 | 4.51 | 4.68 | 4.81 | 4.93 | 5.03 | 5.12 | 5.19 |
| 8 | .05 | 2.72 | 2.96 | 3.13 | 3.26 | 3.36 | 3.45 | 3.53 | 3.60 | 3.66 |
| | .01 | 3.81 | 4.08 | 4.27 | 4.42 | 4.55 | 4.65 | 4.74 | 4.82 | 4.89 |
| 9 | .05 | 2.66 | 2.89 | 3.05 | 3.17 | 3.27 | 3.36 | 3.43 | 3.49 | 3.55 |
| | .01 | 3.67 | 3.92 | 4.10 | 4.24 | 4.35 | 4.45 | 4.53 | 4.61 | 4.67 |
| 10 | .05 | 2.61 | 2.83 | 2.98 | 3.10 | 3.19 | 3.28 | 3.35 | 3.41 | 3.47 |
| | .01 | 3.57 | 3.80 | 3.97 | 4.09 | 4.20 | 4.29 | 4.37 | 4.44 | 4.50 |
| 11 | .05 | 2.57 | 2.78 | 2.93 | 3.05 | 3.14 | 3.22 | 3.29 | 3.35 | 3.40 |
| | .01 | 3.48 | 3.71 | 3.87 | 3.99 | 4.09 | 4.17 | 4.25 | 4.31 | 4.37 |
| 12 | .05 | 2.54 | 2.75 | 2.89 | 3.01 | 3.09 | 3.17 | 3.24 | 3.29 | 3.35 |
| | .01 | 3.42 | 3.63 | 3.78 | 3.89 | 3.99 | 4.08 | 4.15 | 4.21 | 4.26 |
| 14 | .05 | 2.49 | 2.69 | 2.83 | 2.94 | 3.02 | 3.09 | 3.16 | 3.21 | 3.26 |
| | .01 | 3.32 | 3.52 | 3.66 | 3.77 | 3.85 | 3.93 | 3.99 | 4.05 | 4.10 |
| 16 | .05 | 2.46 | 2.65 | 2.78 | 2.89 | 2.97 | 3.04 | 3.09 | 3.15 | 3.19 |
| | .01 | 3.25 | 3.43 | 3.57 | 3.67 | 3.75 | 3.82 | 3.88 | 3.94 | 3.99 |
| 18 | .05 | 2.43 | 2.62 | 2.75 | 2.85 | 2.93 | 2.99 | 3.05 | 3.11 | 3.15 |
| | .01 | 3.19 | 3.37 | 3.49 | 3.59 | 3.68 | 3.74 | 3.80 | 3.85 | 3.89 |
| 20 | .05 | 2.41 | 2.59 | 2.72 | 2.82 | 2.89 | 2.96 | 3.02 | 3.07 | 3.11 |
| | .01 | 3.15 | 3.32 | 3.45 | 3.54 | 3.62 | 3.68 | 3.74 | 3.79 | 3.83 |
| 24 | .05 | 2.38 | 2.56 | 2.68 | 2.77 | 2.85 | 2.91 | 2.97 | 3.02 | 3.06 |
| | .01 | 3.09 | 3.25 | 3.37 | 3.46 | 3.53 | 3.59 | 3.64 | 3.69 | 3.73 |
| 30 | .05 | 2.35 | 2.52 | 2.64 | 2.73 | 2.80 | 2.87 | 2.92 | 2.96 | 3.01 |
| | .01 | 3.03 | 3.18 | 3.29 | 3.38 | 3.45 | 3.50 | 3.55 | 3.59 | 3.64 |
| 40 | .05 | 2.32 | 2.49 | 2.60 | 2.69 | 2.76 | 2.82 | 2.87 | 2.91 | 2.95 |
| | .01 | 2.97 | 3.12 | 3.22 | 3.30 | 3.37 | 3.42 | 3.47 | 3.51 | 3.55 |
| 60 | .05 | 2.29 | 2.45 | 2.56 | 2.65 | 2.72 | 2.77 | 2.82 | 2.86 | 2.90 |
| | .01 | 2.91 | 3.06 | 3.15 | 3.23 | 3.29 | 3.34 | 3.38 | 3.42 | 3.46 |
| ∞ | .05 | 2.24 | 2.39 | 2.49 | 2.57 | 2.63 | 2.68 | 2.73 | 2.77 | 2.79 |
| | .01 | 2.81 | 2.93 | 3.02 | 3.09 | 3.14 | 3.19 | 3.23 | 3.26 | 3.29 |

Continued

Table 9 Studentized range statistic, q , for $\alpha = .01$

| ν | J (number of groups) | | | | | | | | | |
|----------|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 2 | 14.0 | 19.0 | 22.3 | 24.7 | 26.6 | 28.2 | 29.5 | 30.7 | 31.7 | 32.6 |
| 3 | 8.26 | 10.6 | 12.2 | 13.3 | 14.2 | 15.0 | 15.6 | 16.2 | 16.7 | 17.8 |
| 4 | 6.51 | 8.12 | 9.17 | 9.96 | 10.6 | 11.1 | 11.5 | 11.9 | 12.3 | 12.6 |
| 5 | 5.71 | 6.98 | 7.81 | 8.43 | 8.92 | 9.33 | 9.67 | 9.98 | 10.24 | 10.48 |
| 6 | 5.25 | 6.34 | 7.04 | 7.56 | 7.98 | 8.32 | 8.62 | 8.87 | 9.09 | 9.30 |
| 7 | 4.95 | 5.92 | 6.55 | 7.01 | 7.38 | 7.68 | 7.94 | 8.17 | 8.37 | 8.55 |
| 8 | 4.75 | 5.64 | 6.21 | 6.63 | 6.96 | 7.24 | 7.48 | 7.69 | 7.87 | 8.03 |
| 9 | 4.59 | 5.43 | 5.96 | 6.35 | 6.66 | 6.92 | 7.14 | 7.33 | 7.49 | 7.65 |
| 10 | 4.49 | 5.28 | 5.77 | 6.14 | 6.43 | 6.67 | 6.88 | 7.06 | 7.22 | 7.36 |
| 11 | 4.39 | 5.15 | 5.63 | 5.98 | 6.25 | 6.48 | 6.68 | 6.85 | 6.99 | 7.13 |
| 12 | 4.32 | 5.05 | 5.51 | 5.84 | 6.11 | 6.33 | 6.51 | 6.67 | 6.82 | 6.94 |
| 13 | 4.26 | 4.97 | 5.41 | 5.73 | 5.99 | 6.19 | 6.38 | 6.53 | 6.67 | 6.79 |
| 14 | 4.21 | 4.89 | 5.32 | 5.63 | 5.88 | 6.08 | 6.26 | 6.41 | 6.54 | 6.66 |
| 15 | 4.17 | 4.84 | 5.25 | 5.56 | 5.80 | 5.99 | 6.16 | 6.31 | 6.44 | 6.55 |
| 16 | 4.13 | 4.79 | 5.19 | 5.49 | 5.72 | 5.92 | 6.08 | 6.22 | 6.35 | 6.46 |
| 17 | 4.10 | 4.74 | 5.14 | 5.43 | 5.66 | 5.85 | 6.01 | 6.15 | 6.27 | 6.38 |
| 18 | 4.07 | 4.70 | 5.09 | 5.38 | 5.60 | 5.79 | 5.94 | 6.08 | 6.20 | 6.31 |
| 19 | 4.05 | 4.67 | 5.05 | 5.33 | 5.55 | 5.73 | 5.89 | 6.02 | 6.14 | 6.25 |
| 20 | 4.02 | 4.64 | 5.02 | 5.29 | 5.51 | 5.69 | 5.84 | 5.97 | 6.09 | 6.19 |
| 24 | 3.96 | 4.55 | 4.91 | 5.17 | 5.37 | 5.54 | 5.69 | 5.81 | 5.92 | 6.02 |
| 30 | 3.89 | 4.45 | 4.80 | 5.05 | 5.24 | 5.40 | 5.54 | 5.65 | 5.76 | 5.85 |
| 40 | 3.82 | 4.37 | 4.69 | 4.93 | 5.10 | 5.26 | 5.39 | 5.49 | 5.60 | 5.69 |
| 60 | 3.76 | 4.28 | 4.59 | 4.82 | 4.99 | 5.13 | 5.25 | 5.36 | 5.45 | 5.53 |
| 120 | 3.70 | 4.20 | 4.50 | 4.71 | 4.87 | 5.01 | 5.12 | 5.21 | 5.30 | 5.37 |
| ∞ | 3.64 | 4.12 | 4.40 | 4.60 | 4.76 | 4.88 | 4.99 | 5.08 | 5.16 | 5.23 |

Note: The values in this table were computed with the IBM SSP subroutines DQH32 and DQG32

Table 10 Studentized maximum modulus distribution (continued)

| ν | α | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2 | .05 | 9.77 | 9.85 | 9.92 | 10.00 | 10.07 | 10.13 | 10.20 | 10.26 | 10.32 |
| | .01 | 22.11 | 22.29 | 22.46 | 22.63 | 22.78 | 22.93 | 23.08 | 23.21 | 23.35 |
| 3 | .05 | 6.57 | 6.62 | 6.67 | 6.71 | 6.76 | 6.80 | 6.84 | 6.88 | 6.92 |
| | .01 | 11.56 | 11.65 | 11.74 | 11.82 | 11.89 | 11.97 | 12.07 | 12.11 | 12.17 |
| 4 | .05 | 5.41 | 5.45 | 5.49 | 5.52 | 5.56 | 5.59 | 5.63 | 5.66 | 5.69 |
| | .01 | 8.45 | 8.51 | 8.57 | 8.63 | 8.68 | 8.73 | 8.78 | 8.83 | 8.87 |
| 5 | .05 | 4.82 | 4.85 | 4.89 | 4.92 | 4.95 | 4.98 | 5.00 | 5.03 | 5.06 |
| | .01 | 7.03 | 7.08 | 7.13 | 7.17 | 7.21 | 7.25 | 7.29 | 7.33 | 7.36 |
| 6 | .05 | 4.46 | 4.49 | 4.52 | 4.55 | 4.58 | 4.60 | 4.63 | 4.65 | 4.68 |
| | .01 | 6.23 | 6.27 | 6.31 | 6.34 | 6.38 | 6.41 | 6.45 | 6.48 | 6.51 |
| 7 | .05 | 4.22 | 4.25 | 4.28 | 4.31 | 4.33 | 4.35 | 4.38 | 4.39 | 4.42 |
| | .01 | 5.72 | 5.75 | 5.79 | 5.82 | 5.85 | 5.88 | 5.91 | 5.94 | 5.96 |
| 8 | .05 | 4.05 | 4.08 | 4.10 | 4.13 | 4.15 | 4.18 | 4.19 | 4.22 | 4.24 |
| | .01 | 5.36 | 5.39 | 5.43 | 5.45 | 5.48 | 5.51 | 5.54 | 5.56 | 5.59 |
| 9 | .05 | 3.92 | 3.95 | 3.97 | 3.99 | 4.02 | 4.04 | 4.06 | 4.08 | 4.09 |
| | .01 | 5.10 | 5.13 | 5.16 | 5.19 | 5.21 | 5.24 | 5.26 | 5.29 | 5.31 |
| 10 | .05 | 3.82 | 3.85 | 3.87 | 3.89 | 3.91 | 3.94 | 3.95 | 3.97 | 3.99 |
| | .01 | 4.91 | 4.93 | 4.96 | 4.99 | 5.01 | 5.03 | 5.06 | 5.08 | 5.09 |
| 11 | .05 | 3.74 | 3.77 | 3.79 | 3.81 | 3.83 | 3.85 | 3.87 | 3.89 | 3.91 |
| | .01 | 4.75 | 4.78 | 4.80 | 4.83 | 4.85 | 4.87 | 4.89 | 4.91 | 4.93 |
| 12 | .05 | 3.68 | 3.70 | 3.72 | 3.74 | 3.76 | 3.78 | 3.80 | 3.82 | 3.83 |
| | .01 | 4.62 | 4.65 | 4.67 | 4.69 | 4.72 | 4.74 | 4.76 | 4.78 | 4.79 |
| 14 | .05 | 3.58 | 3.59 | 3.62 | 3.64 | 3.66 | 3.68 | 3.69 | 3.71 | 3.73 |
| | .01 | 4.44 | 4.46 | 4.48 | 4.50 | 4.52 | 4.54 | 4.56 | 4.58 | 4.59 |
| 16 | .05 | 3.50 | 3.52 | 3.54 | 3.56 | 3.58 | 3.59 | 3.61 | 3.63 | 3.64 |
| | .01 | 4.29 | 4.32 | 4.34 | 4.36 | 4.38 | 4.39 | 4.42 | 4.43 | 4.45 |
| 18 | .05 | 3.44 | 3.46 | 3.48 | 3.50 | 3.52 | 3.54 | 3.55 | 3.57 | 3.58 |
| | .01 | 4.19 | 4.22 | 4.24 | 4.26 | 4.28 | 4.29 | 4.31 | 4.33 | 4.34 |
| 20 | .05 | 3.39 | 3.42 | 3.44 | 3.46 | 3.47 | 3.49 | 3.50 | 3.52 | 3.53 |
| | .01 | 4.12 | 4.14 | 4.16 | 4.17 | 4.19 | 4.21 | 4.22 | 4.24 | 4.25 |
| 24 | .05 | 3.33 | 3.35 | 3.37 | 3.39 | 3.40 | 3.42 | 3.43 | 3.45 | 3.46 |
| | .01 | 4.00 | 4.02 | 4.04 | 4.05 | 4.07 | 4.09 | 4.10 | 4.12 | 4.13 |
| 30 | .05 | 3.27 | 3.29 | 3.30 | 3.32 | 3.33 | 3.35 | 3.36 | 3.37 | 3.39 |
| | .01 | 3.89 | 3.91 | 3.92 | 3.94 | 3.95 | 3.97 | 3.98 | 4.00 | 4.01 |
| 40 | .05 | 3.20 | 3.22 | 3.24 | 3.25 | 3.27 | 3.28 | 3.29 | 3.31 | 3.32 |
| | .01 | 3.78 | 3.80 | 3.81 | 3.83 | 3.84 | 3.85 | 3.87 | 3.88 | 3.89 |
| 60 | .05 | 3.14 | 3.16 | 3.17 | 3.19 | 3.20 | 3.21 | 3.23 | 3.24 | 3.25 |
| | .01 | 3.68 | 3.69 | 3.71 | 3.72 | 3.73 | 3.75 | 3.76 | 3.77 | 3.78 |
| ∞ | .05 | 3.02 | 3.03 | 3.04 | 3.06 | 3.07 | 3.08 | 3.09 | 3.11 | 3.12 |
| | .01 | 3.48 | 3.49 | 3.50 | 3.52 | 3.53 | 3.54 | 3.55 | 3.56 | 3.57 |

Note: This table was computed using the FORTRAN program described in Wilcox (1986b).

Table 10 Studentized maximum modulus distribution (continued)

| ν | α | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2 | .05 | 8.74 | 8.89 | 9.03 | 9.16 | 9.28 | 9.39 | 9.49 | 9.59 | 9.68 |
| | .01 | 19.81 | 20.15 | 20.46 | 20.75 | 20.99 | 20.99 | 20.99 | 20.99 | 20.99 |
| 3 | .05 | 5.92 | 6.01 | 6.10 | 6.18 | 6.26 | 6.33 | 6.39 | 6.45 | 6.51 |
| | .01 | 10.45 | 10.61 | 10.76 | 10.90 | 11.03 | 11.15 | 11.26 | 11.37 | 11.47 |
| 4 | .05 | 4.89 | 4.97 | 5.04 | 5.11 | 5.17 | 5.22 | 5.27 | 5.32 | 5.37 |
| | .01 | 7.69 | 7.80 | 7.91 | 8.01 | 8.09 | 8.17 | 8.25 | 8.32 | 8.39 |
| 5 | .05 | 4.38 | 4.45 | 4.51 | 4.56 | 4.61 | 4.66 | 4.70 | 4.74 | 4.78 |
| | .01 | 6.43 | 6.52 | 6.59 | 6.67 | 6.74 | 6.81 | 6.87 | 6.93 | 6.98 |
| 6 | .05 | 4.07 | 4.13 | 4.18 | 4.23 | 4.28 | 4.32 | 4.36 | 4.39 | 4.43 |
| | .01 | 5.72 | 5.79 | 5.86 | 5.93 | 5.99 | 6.04 | 6.09 | 6.14 | 6.18 |
| 7 | .05 | 3.86 | 3.92 | 3.96 | 4.01 | 4.05 | 4.09 | 4.13 | 4.16 | 4.19 |
| | .01 | 5.27 | 5.33 | 5.39 | 5.45 | 5.50 | 5.55 | 5.59 | 5.64 | 5.68 |
| 8 | .05 | 3.71 | 3.76 | 3.81 | 3.85 | 3.89 | 3.93 | 3.96 | 3.99 | 4.02 |
| | .01 | 4.96 | 5.02 | 5.07 | 5.12 | 5.17 | 5.21 | 5.25 | 5.29 | 5.33 |
| 9 | .05 | 3.60 | 3.65 | 3.69 | 3.73 | 3.77 | 3.80 | 3.84 | 3.87 | 3.89 |
| | .01 | 4.73 | 4.79 | 4.84 | 4.88 | 4.92 | 4.96 | 5.01 | 5.04 | 5.07 |
| 10 | .05 | 3.52 | 3.56 | 3.60 | 3.64 | 3.68 | 3.71 | 3.74 | 3.77 | 3.79 |
| | .01 | 4.56 | 4.61 | 4.66 | 4.69 | 4.74 | 4.78 | 4.81 | 4.84 | 4.88 |
| 11 | .05 | 3.45 | 3.49 | 3.53 | 3.57 | 3.60 | 3.63 | 3.66 | 3.69 | 3.72 |
| | .01 | 4.42 | 4.47 | 4.51 | 4.55 | 4.59 | 4.63 | 4.66 | 4.69 | 4.72 |
| 12 | .05 | 3.39 | 3.43 | 3.47 | 3.51 | 3.54 | 3.57 | 3.60 | 3.63 | 3.65 |
| | .01 | 4.31 | 4.36 | 4.40 | 4.44 | 4.48 | 4.51 | 4.54 | 4.57 | 4.59 |
| 14 | .05 | 3.30 | 3.34 | 3.38 | 3.41 | 3.45 | 3.48 | 3.50 | 3.53 | 3.55 |
| | .01 | 4.15 | 4.19 | 4.23 | 4.26 | 4.29 | 4.33 | 4.36 | 4.39 | 4.41 |
| 16 | .05 | 3.24 | 3.28 | 3.31 | 3.35 | 3.38 | 3.40 | 3.43 | 3.46 | 3.48 |
| | .01 | 4.03 | 4.07 | 4.11 | 4.14 | 4.17 | 4.19 | 4.23 | 4.25 | 4.28 |
| 18 | .05 | 3.19 | 3.23 | 3.26 | 3.29 | 3.32 | 3.35 | 3.38 | 3.40 | 3.42 |
| | .01 | 3.94 | 3.98 | 4.01 | 4.04 | 4.07 | 4.10 | 4.13 | 4.15 | 4.18 |
| 20 | .05 | 3.15 | 3.19 | 3.22 | 3.25 | 3.28 | 3.31 | 3.33 | 3.36 | 3.38 |
| | .01 | 3.87 | 3.91 | 3.94 | 3.97 | 3.99 | 4.03 | 4.05 | 4.07 | 4.09 |
| 24 | .05 | 3.09 | 3.13 | 3.16 | 3.19 | 3.22 | 3.25 | 3.27 | 3.29 | 3.31 |
| | .01 | 3.77 | 3.80 | 3.83 | 3.86 | 3.89 | 3.91 | 3.94 | 3.96 | 3.98 |
| 30 | .05 | 3.04 | 3.07 | 3.11 | 3.13 | 3.16 | 3.18 | 3.21 | 3.23 | 3.25 |
| | .01 | 3.67 | 3.70 | 3.73 | 3.76 | 3.78 | 3.81 | 3.83 | 3.85 | 3.87 |
| 40 | .05 | 2.99 | 3.02 | 3.05 | 3.08 | 3.09 | 3.12 | 3.14 | 3.17 | 3.18 |
| | .01 | 3.58 | 3.61 | 3.64 | 3.66 | 3.68 | 3.71 | 3.73 | 3.75 | 3.76 |
| 60 | .05 | 2.93 | 2.96 | 2.99 | 3.02 | 3.04 | 3.06 | 3.08 | 3.10 | 3.12 |
| | .01 | 3.49 | 3.51 | 3.54 | 3.56 | 3.59 | 3.61 | 3.63 | 3.64 | 3.66 |
| ∞ | .05 | 2.83 | 2.86 | 2.88 | 2.91 | 2.93 | 2.95 | 2.97 | 2.98 | 3.01 |
| | .01 | 3.32 | 3.34 | 3.36 | 3.38 | 3.40 | 3.42 | 3.44 | 3.45 | 3.47 |

A.1 BINOMIAL MASS FUNCTION

Table A.1 Binomial mass function: a table of

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

for $n = 2$ to 10 , $p = 0.01$ to 0.50

| n | k | p | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0.01 | 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | $\frac{1}{2}$ | 0.35 | 0.40 | 0.45 | 0.49 | 0.50 |
| 2 | 0 | 0.9801 | 0.9025 | 0.8100 | 0.7225 | 0.6400 | 0.5625 | 0.4900 | 0.4444 | 0.4225 | 0.3600 | 0.3025 | 0.2601 | 0.2500 |
| | 1 | 0.0198 | 0.0950 | 0.1800 | 0.2550 | 0.3200 | 0.3750 | 0.4200 | 0.4444 | 0.4550 | 0.4800 | 0.4950 | 0.4998 | 0.5000 |
| | 2 | 0.0001 | 0.0025 | 0.0100 | 0.0225 | 0.0400 | 0.0625 | 0.0900 | 0.1111 | 0.1225 | 0.1600 | 0.2025 | 0.2401 | 0.2500 |
| 3 | 0 | 0.9703 | 0.8574 | 0.7290 | 0.6141 | 0.5120 | 0.4219 | 0.3430 | 0.2963 | 0.2746 | 0.2160 | 0.1664 | 0.1327 | 0.1250 |
| | 1 | 0.0294 | 0.1354 | 0.2430 | 0.3251 | 0.3840 | 0.4219 | 0.4410 | 0.4444 | 0.4436 | 0.4320 | 0.4084 | 0.3823 | 0.3750 |
| | 2 | 0.0003 | 0.0071 | 0.0270 | 0.0574 | 0.0960 | 0.1406 | 0.1890 | 0.2222 | 0.2389 | 0.2880 | 0.3341 | 0.3674 | 0.3750 |
| | 3 | 0.0000 | 0.0001 | 0.0010 | 0.0034 | 0.0080 | 0.0156 | 0.0270 | 0.0370 | 0.0429 | 0.0640 | 0.0911 | 0.1176 | 0.1250 |
| 4 | 0 | 0.9606 | 0.8145 | 0.6561 | 0.5220 | 0.4096 | 0.3164 | 0.2401 | 0.1975 | 0.1785 | 0.1296 | 0.0915 | 0.0677 | 0.0625 |
| | 1 | 0.0388 | 0.1715 | 0.2916 | 0.3685 | 0.4096 | 0.4219 | 0.4116 | 0.3951 | 0.3845 | 0.3456 | 0.2995 | 0.2600 | 0.2500 |
| | 2 | 0.0006 | 0.0135 | 0.0486 | 0.0975 | 0.1536 | 0.2109 | 0.2646 | 0.2963 | 0.3105 | 0.3456 | 0.3675 | 0.3747 | 0.3750 |
| | 3 | 0.0000 | 0.0005 | 0.0036 | 0.0115 | 0.0256 | 0.0469 | 0.0756 | 0.0988 | 0.1115 | 0.1536 | 0.2005 | 0.2400 | 0.2500 |
| | 4 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0001 | 0.0005 | 0.0016 | 0.0039 | 0.0081 | 0.0123 | 0.0150 | 0.0256 | 0.0410 | 0.0576 | 0.0625 |
| 5 | 0 | 0.9510 | 0.7738 | 0.5905 | 0.4437 | 0.3277 | 0.2373 | 0.1681 | 0.1317 | 0.1160 | 0.0778 | 0.0503 | 0.0345 | 0.0312 |
| | 1 | 0.0480 | 0.2036 | 0.3280 | 0.3915 | 0.4096 | 0.3955 | 0.3602 | 0.3292 | 0.3124 | 0.2592 | 0.2059 | 0.1657 | 0.1562 |
| | 2 | 0.0010 | 0.0214 | 0.0729 | 0.1382 | 0.2048 | 0.2637 | 0.3087 | 0.3292 | 0.3364 | 0.3456 | 0.3369 | 0.3185 | 0.3125 |
| | 3 | 0.0000 | 0.0011 | 0.0081 | 0.0244 | 0.0512 | 0.0879 | 0.1323 | 0.1646 | 0.1811 | 0.2304 | 0.2757 | 0.3060 | 0.3125 |
| | 4 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0004 | 0.0022 | 0.0064 | 0.0146 | 0.0284 | 0.0412 | 0.0488 | 0.0768 | 0.1128 | 0.1470 | 0.1562 |
| | 5 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0001 | 0.0003 | 0.0010 | 0.0024 | 0.0041 | 0.0053 | 0.0102 | 0.0185 | 0.0283 | 0.0312 |
| 6 | 0 | 0.9415 | 0.7351 | 0.5314 | 0.3771 | 0.2621 | 0.1780 | 0.1176 | 0.0878 | 0.0754 | 0.0467 | 0.0277 | 0.0176 | 0.0156 |
| | 1 | 0.0571 | 0.2321 | 0.3543 | 0.3993 | 0.3932 | 0.3560 | 0.3025 | 0.2634 | 0.2437 | 0.1866 | 0.1359 | 0.1014 | 0.0938 |
| | 2 | 0.0014 | 0.0305 | 0.0984 | 0.1762 | 0.2458 | 0.2966 | 0.3241 | 0.3292 | 0.3280 | 0.3110 | 0.2780 | 0.2437 | 0.2344 |
| | 3 | 0.0000 | 0.0021 | 0.0146 | 0.0415 | 0.0819 | 0.1318 | 0.1852 | 0.2195 | 0.2355 | 0.2765 | 0.3032 | 0.3121 | 0.3125 |

Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers T.T. Soong © 2004 John Wiley & Sons, Ltd
 ISBNs: 0-470-86813-9 (HB) 0-470-86814-7 (PB)

Table 11: Critical values of the Kolmogorov-Smirnov Test Statistic

| SAMPLE SIZE (N) | LEVEL OF SIGNIFICANCE FOR D | | | | |
|-----------------|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | $D_{0.20}$ | $D_{0.15}$ | $D_{0.10}$ | $D_{0.05}$ | $D_{0.01}$ |
| 1 | 0.900 | 0.925 | 0.950 | 0.975 | 0.995 |
| 2 | 0.684 | 0.726 | 0.776 | 0.842 | 0.929 |
| 3 | 0.565 | 0.597 | 0.642 | 0.708 | 0.828 |
| 4 | 0.494 | 0.525 | 0.564 | 0.624 | 0.733 |
| 5 | 0.446 | 0.474 | 0.510 | 0.565 | 0.669 |
| 6 | 0.410 | 0.436 | 0.470 | 0.521 | 0.618 |
| 7 | 0.381 | 0.405 | 0.438 | 0.486 | 0.577 |
| 8 | 0.358 | 0.381 | 0.411 | 0.457 | 0.543 |
| 9 | 0.339 | 0.360 | 0.388 | 0.432 | 0.514 |
| 10 | 0.322 | 0.342 | 0.368 | 0.410 | 0.490 |
| 11 | 0.307 | 0.326 | 0.352 | 0.391 | 0.468 |
| 12 | 0.295 | 0.313 | 0.338 | 0.375 | 0.450 |
| 13 | 0.284 | 0.302 | 0.325 | 0.361 | 0.433 |
| 14 | 0.274 | 0.292 | 0.314 | 0.349 | 0.418 |
| 15 | 0.266 | 0.283 | 0.304 | 0.338 | 0.404 |
| 16 | 0.258 | 0.274 | 0.295 | 0.328 | 0.392 |
| 17 | 0.250 | 0.266 | 0.286 | 0.318 | 0.381 |
| 18 | 0.244 | 0.259 | 0.278 | 0.309 | 0.371 |
| 19 | 0.237 | 0.252 | 0.272 | 0.301 | 0.363 |
| 20 | 0.231 | 0.246 | 0.264 | 0.294 | 0.356 |
| 25 | 0.210 | 0.220 | 0.240 | 0.270 | 0.320 |
| 30 | 0.190 | 0.200 | 0.220 | 0.240 | 0.290 |
| 35 | 0.180 | 0.190 | 0.210 | 0.230 | 0.270 |
| OVER 35 | $\frac{1.07}{\sqrt{N}}$ | $\frac{1.14}{\sqrt{N}}$ | $\frac{1.22}{\sqrt{N}}$ | $\frac{1.36}{\sqrt{N}}$ | $\frac{1.63}{\sqrt{N}}$ |

A.3 STANDARDIZED NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

Table A.3 Standardized normal distribution function: a table of

$$F_U(u) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^u e^{-x^2/2} dx,$$

for $u = 0.0$ to 3.69

| u | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9482 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9874 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |

From Parzen, E., 1960, *Modern Probability and Its Applications*, John Wiley & Sons, with permission.

Table A.2 Continued

| λt | k | | | | | | | | | | | |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 5.0 | 0.0013 | 0.0005 | 0.0002 | | | | | | | | | |
| 6.0 | 0.0052 | 0.0022 | 0.0009 | 0.0003 | 0.0001 | | | | | | | |
| 7.0 | 0.0142 | 0.0071 | 0.0033 | 0.0014 | 0.0006 | 0.0002 | 0.0001 | | | | | |
| 8.0 | 0.0296 | 0.0169 | 0.0090 | 0.0045 | 0.0021 | 0.0009 | 0.0004 | 0.0002 | 0.0001 | | | |
| 9.0 | 0.0504 | 0.0324 | 0.0194 | 0.0109 | 0.0058 | 0.0029 | 0.0014 | 0.0006 | 0.0003 | 0.0001 | | |
| 10.0 | 0.0729 | 0.0521 | 0.0347 | 0.0217 | 0.0128 | 0.0071 | 0.0037 | 0.0019 | 0.0009 | 0.0004 | 0.0002 | 0.0001 |

From Parzen, E., 1960, *Modern Probability and Its Applications*, John Wiley & Sons, with permission.

A.5 CHI-SQUARED DISTRIBUTION WITH n DEGREES OF FREEDOM**Table A.5** Chi-squared distribution with n degrees of freedom: a table of $\chi^2_{n,\alpha}$ in $P(D > \chi^2_{n,\alpha}) = \alpha$, for $\alpha = 0.005$ to 0.995 , $n = 1$ to 30

| n | α | | | | | | | |
|-----|----------|---------|----------|----------|--------|--------|--------|--------|
| | 0.995 | 0.99 | 0.975 | 0.95 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| 1 | 0.004393 | 0.00157 | 0.003982 | 0.002393 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 |
| 2 | 0.0100 | 0.0201 | 0.0506 | 0.103 | 5.991 | 7.378 | 9.210 | 10.597 |
| 3 | 0.717 | 0.115 | 0.216 | 0.352 | 7.815 | 9.348 | 11.346 | 12.838 |
| 4 | 0.207 | 0.297 | 0.484 | 0.711 | 9.488 | 11.143 | 13.277 | 14.860 |
| 5 | 0.412 | 0.554 | 0.831 | 1.145 | 11.070 | 12.832 | 15.086 | 16.750 |
| 6 | 0.676 | 0.872 | 1.237 | 1.635 | 12.592 | 14.449 | 16.812 | 18.548 |
| 7 | 0.989 | 1.239 | 1.690 | 2.167 | 14.067 | 16.013 | 18.475 | 20.278 |
| 8 | 1.344 | 1.646 | 2.180 | 2.733 | 15.507 | 17.535 | 20.090 | 21.955 |
| 9 | 1.735 | 2.088 | 2.700 | 3.325 | 16.919 | 19.023 | 21.666 | 23.589 |
| 10 | 2.156 | 2.558 | 3.247 | 3.940 | 18.307 | 20.483 | 23.209 | 25.188 |
| 11 | 2.603 | 3.053 | 3.816 | 4.575 | 19.675 | 21.920 | 24.725 | 26.757 |
| 12 | 3.074 | 3.571 | 4.404 | 5.226 | 21.026 | 23.337 | 26.217 | 28.300 |
| 13 | 3.565 | 4.107 | 5.009 | 5.892 | 22.362 | 24.736 | 27.688 | 29.819 |
| 14 | 4.075 | 4.660 | 5.628 | 6.571 | 23.685 | 26.119 | 29.141 | 31.319 |
| 15 | 4.601 | 5.229 | 6.262 | 7.261 | 24.996 | 27.488 | 30.578 | 32.801 |
| 16 | 5.142 | 5.812 | 6.908 | 7.962 | 26.296 | 28.845 | 32.000 | 34.267 |
| 17 | 5.697 | 6.408 | 7.564 | 8.672 | 27.587 | 30.191 | 33.409 | 35.718 |
| 18 | 6.265 | 7.015 | 8.231 | 9.390 | 28.869 | 31.526 | 34.805 | 37.156 |
| 19 | 6.844 | 7.633 | 8.907 | 10.117 | 30.144 | 32.852 | 36.191 | 38.582 |
| 20 | 7.434 | 8.260 | 9.591 | 10.851 | 31.410 | 34.170 | 37.566 | 39.997 |
| 21 | 8.034 | 8.897 | 10.283 | 11.591 | 32.671 | 35.479 | 38.932 | 41.401 |
| 22 | 8.643 | 9.542 | 10.982 | 12.338 | 33.924 | 36.781 | 40.289 | 42.796 |
| 23 | 9.260 | 10.196 | 11.689 | 13.091 | 35.172 | 38.076 | 41.638 | 44.181 |
| 24 | 9.886 | 10.856 | 12.401 | 13.848 | 36.415 | 39.364 | 42.980 | 45.558 |
| 25 | 10.520 | 11.524 | 13.120 | 14.611 | 37.652 | 40.646 | 44.314 | 46.928 |
| 26 | 11.160 | 12.198 | 13.844 | 15.379 | 38.885 | 41.923 | 45.642 | 48.290 |
| 27 | 11.808 | 12.879 | 14.573 | 16.151 | 40.113 | 43.194 | 46.963 | 49.645 |
| 28 | 12.461 | 13.565 | 15.308 | 16.928 | 41.337 | 44.461 | 48.278 | 50.993 |
| 29 | 13.121 | 14.256 | 16.047 | 17.708 | 42.557 | 45.722 | 49.588 | 52.336 |
| 30 | 13.787 | 14.953 | 16.791 | 18.493 | 43.773 | 46.979 | 50.892 | 53.672 |

From Pearson, E.S. and Hartley, H.O., 1954, *Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1*, Cambridge University Press, with permission.

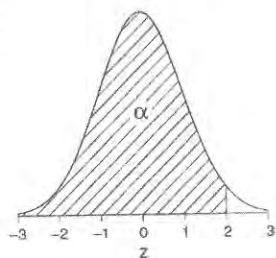
A.4 STUDENT'S t DISTRIBUTION WITH n DEGREES OF FREEDOM**Table A.4** Student's distribution with n degrees of Freedom: a table of $t_{n,\alpha}$ in $P(T > t_{n,\alpha}) = \alpha$, for $\alpha = 0.005$ to 0.10 , $n = 1, 2, \dots$

| n | α | | | | |
|----------|----------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| 1 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 |
| 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| 3 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| 8 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |
| 9 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 |
| 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 |
| 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 |
| 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 |
| 13 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 |
| 14 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 |
| 15 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 |
| 16 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 |
| 17 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 |
| 18 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 |
| 19 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 |
| 20 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 |
| 21 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 |
| 22 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 |
| 23 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 |
| 24 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.979 |
| 25 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 |
| 26 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 |
| 27 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 |
| 28 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 |
| 29 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 |
| ∞ | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 |

From Fisher, R.A., 1925, *Statistical Methods for Research Workers*, 14th edn, Hafner Press. Reproduced by permission of The University of Adelaide, Australia.

Appendix B

Percentage points of the standard normal distribution



Probability α under curve to z . For negative z use $1 - \alpha$.
So probability α at $z = -2$ is 0.0228.

| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |

A.6 D_2 DISTRIBUTION WITH SAMPLE SIZE n

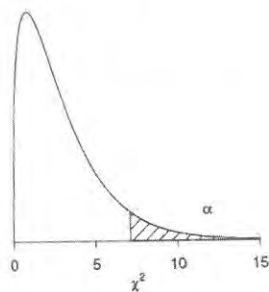
Table A.6 D_2 distribution with sample size n ; a table of $c_{n,\alpha}$ in $P(D_2 > c_{n,\alpha}) = \alpha$, for $\alpha = 0.01$ to 0.10, $n = 5, 10, \dots$

| n | α | | |
|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | 0.10 | 0.05 | 0.01 |
| 5 | 0.51 | 0.56 | 0.67 |
| 10 | 0.37 | 0.41 | 0.49 |
| 15 | 0.30 | 0.34 | 0.40 |
| 20 | 0.26 | 0.29 | 0.35 |
| 25 | 0.24 | 0.26 | 0.32 |
| 30 | 0.22 | 0.24 | 0.29 |
| 40 | 0.19 | 0.21 | 0.25 |
| Large n | $\frac{1.22}{\sqrt{n}}$ | $\frac{1.36}{\sqrt{n}}$ | $\frac{1.63}{\sqrt{n}}$ |

From Lindgren, B.W., 1962, *Statistical Theory*, Macmillan, with permission.

Appendix D

Percentage points of χ^2 -distributions

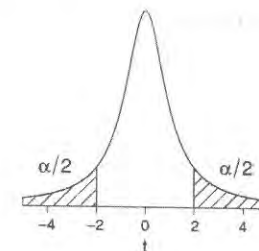


Probability α in tail, values of χ^2 in table. So for 3 df $\alpha = 0.05$ occurs at $\chi^2 = 7.185$

| Degrees of freedom | α | | Degrees of freedom | α | |
|--------------------|----------|-------|--------------------|----------|-------|
| | 5% | 1% | | 5% | 1% |
| 1 | 3.84 | 6.63 | 15 | 25.00 | 30.58 |
| 2 | 5.99 | 9.21 | 16 | 26.30 | 32.00 |
| 3 | 7.81 | 11.34 | 17 | 27.59 | 33.41 |
| 4 | 9.49 | 13.28 | 18 | 28.87 | 34.81 |
| 5 | 11.07 | 15.09 | 19 | 30.14 | 36.19 |
| 6 | 12.59 | 16.81 | 20 | 31.41 | 37.57 |
| 7 | 14.07 | 18.48 | 21 | 32.67 | 38.93 |
| 8 | 15.51 | 20.09 | 22 | 33.92 | 40.29 |
| 9 | 16.92 | 21.67 | 23 | 35.17 | 41.64 |
| 10 | 18.31 | 23.21 | 24 | 36.42 | 42.98 |
| 11 | 19.68 | 24.72 | 25 | 37.65 | 44.31 |
| 12 | 21.03 | 26.22 | 30 | 43.77 | 50.89 |
| 13 | 22.36 | 27.69 | 40 | 55.76 | 63.69 |
| 14 | 23.68 | 29.14 | 50 | 67.50 | 76.15 |

Appendix C

Percentage points of t -distributions



Probability $\alpha/2$ in each tail.

| Degrees of freedom | α | | Degrees of freedom | α | |
|--------------------|----------|--------|--------------------|----------|-------|
| | 5% | 1% | | 5% | 1% |
| 1 | 12.706 | 63.657 | 16 | 2.120 | 2.921 |
| 2 | 4.303 | 9.925 | 17 | 2.110 | 2.898 |
| 3 | 3.182 | 5.841 | 18 | 2.101 | 2.878 |
| 4 | 2.776 | 4.604 | 19 | 2.093 | 2.861 |
| 5 | 2.571 | 4.032 | 20 | 2.086 | 2.845 |
| 6 | 2.447 | 3.707 | 21 | 2.080 | 2.831 |
| 7 | 2.365 | 3.499 | 22 | 2.074 | 2.819 |
| 8 | 2.306 | 3.355 | 23 | 2.069 | 2.807 |
| 9 | 2.262 | 3.250 | 24 | 2.064 | 2.797 |
| 10 | 2.228 | 3.169 | 25 | 2.060 | 2.787 |
| 11 | 2.201 | 3.106 | 30 | 2.042 | 2.750 |
| 12 | 2.179 | 3.055 | 40 | 2.021 | 2.704 |
| 13 | 2.160 | 3.012 | 50 | 2.009 | 2.678 |
| 14 | 2.145 | 2.977 | ∞ | 1.960 | 2.576 |
| 15 | 2.131 | 2.947 | | | |

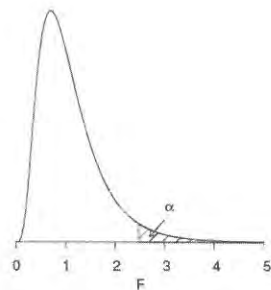
Appendix F

Percentage points of F-distributions

Probability α in tail, values of F in table.

All tabulated values are for DF1 = 1.

So for (1, 20) degrees of freedom $\alpha = 0.05$ occurs at $F = 4.35$.

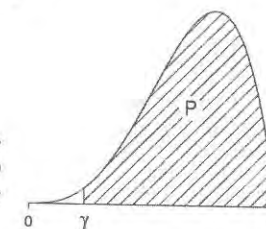


| Degrees of freedom 2 | α | | Degrees of freedom 2 | α | |
|----------------------|----------|-------|----------------------|----------|------|
| | 5% | 1% | | 5% | 1% |
| 2 | 18.51 | 98.50 | 16 | 4.49 | 8.53 |
| 3 | 10.13 | 34.12 | 17 | 4.45 | 8.40 |
| 4 | 7.71 | 21.20 | 18 | 4.41 | 8.29 |
| 5 | 6.61 | 16.26 | 19 | 4.38 | 8.18 |
| 6 | 5.99 | 13.75 | 20 | 4.35 | 8.10 |
| 7 | 5.59 | 12.25 | 21 | 4.32 | 8.02 |
| 8 | 5.32 | 11.26 | 22 | 4.30 | 7.95 |
| 9 | 5.12 | 10.56 | 23 | 4.28 | 7.88 |
| 10 | 4.96 | 10.04 | 24 | 4.26 | 7.82 |
| 11 | 4.84 | 9.65 | 25 | 4.24 | 7.77 |
| 12 | 4.75 | 9.33 | 26 | 4.23 | 7.72 |
| 13 | 4.67 | 9.07 | 30 | 4.17 | 7.56 |
| 14 | 4.60 | 8.86 | 40 | 4.08 | 7.31 |
| 15 | 4.54 | 8.68 | 50 | 4.03 | 7.17 |

Appendix E

Percentage points of beta-beta distributions

Lower limit of probability P occurs at γ for given positives and negatives and prior parameters $\alpha = 1$, and $\beta = 1$. So for 1 negative and 3 positives the lower bound for $P = 0.99$ is at $\gamma = 0.22$.



| Positives | 0 negatives | | | 1 negative | | | 2 negatives | | |
|-----------|-------------|------|------|------------|------|------|-------------|------|------|
| | 90% | 95% | 99% | 90% | 95% | 99% | 90% | 95% | 99% |
| 1 | 0.31 | 0.22 | 0.10 | 0.20 | 0.14 | 0.06 | 0.14 | 0.10 | 0.04 |
| 2 | 0.46 | 0.37 | 0.21 | 0.32 | 0.25 | 0.14 | 0.25 | 0.19 | 0.11 |
| 3 | 0.56 | 0.47 | 0.31 | 0.42 | 0.34 | 0.22 | 0.33 | 0.27 | 0.17 |
| 4 | 0.63 | 0.55 | 0.40 | 0.49 | 0.42 | 0.29 | 0.40 | 0.34 | 0.24 |
| 5 | 0.68 | 0.60 | 0.46 | 0.55 | 0.48 | 0.36 | 0.46 | 0.40 | 0.29 |
| 6 | 0.72 | 0.65 | 0.52 | 0.59 | 0.53 | 0.41 | 0.51 | 0.45 | 0.34 |
| 7 | 0.75 | 0.68 | 0.56 | 0.63 | 0.57 | 0.46 | 0.55 | 0.49 | 0.39 |
| 8 | 0.77 | 0.71 | 0.60 | 0.66 | 0.61 | 0.50 | 0.58 | 0.53 | 0.43 |
| 9 | 0.79 | 0.74 | 0.63 | 0.69 | 0.64 | 0.53 | 0.61 | 0.56 | 0.46 |
| 10 | 0.81 | 0.76 | 0.65 | 0.71 | 0.66 | 0.56 | 0.64 | 0.59 | 0.49 |
| 11 | 0.82 | 0.78 | 0.68 | 0.73 | 0.68 | 0.59 | 0.66 | 0.61 | 0.52 |
| 12 | 0.83 | 0.79 | 0.70 | 0.75 | 0.70 | 0.61 | 0.68 | 0.64 | 0.55 |
| 13 | 0.84 | 0.80 | 0.72 | 0.76 | 0.72 | 0.63 | 0.70 | 0.66 | 0.57 |
| 14 | 0.85 | 0.81 | 0.73 | 0.78 | 0.74 | 0.65 | 0.72 | 0.67 | 0.59 |
| 15 | 0.86 | 0.83 | 0.75 | 0.79 | 0.75 | 0.67 | 0.73 | 0.69 | 0.61 |

1- Discrete Event System Simulation, Jerry Banks John S. Carson, Prentice-Itall, 1986.

2- Computer Simulation, Hugh J. Wastson, Johan H. Blackston, Johan Wiley- 1989.

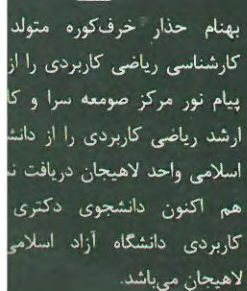
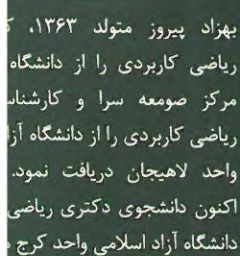
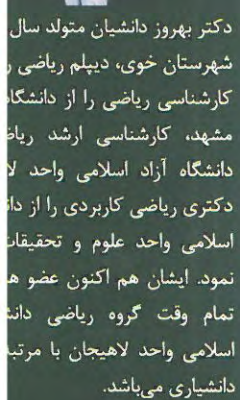
3- Simulation With Arena, W. David Kelton, Randall P.Sadowski, Deborah A. Sadowski, McGraw-Hill, 2002.

4- Simulation and the Monte Carlo Method, Reuven Y. Rubinstein, Johan Wiley & Sons- 1981

۵- مفاهیم کاربردی آمار و احتمالات، کاوه عبدالله زاده، یحیی عبدالله زاده، آییز- ۱۳۸۵

۶- شبیه سازی سیستم های گسسته-پیشامد، جری بنکس، جان کارسن. ترجمه: هاشم محلوچی، موسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، تهران- ۱۳۷۶

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.





Discrete Event Systems Simulation

With Arena

B. Daneshian B. Pirouz B. Hozzar

شاید بتوان نموده‌های جدی شبیه‌سازی را از زمان جنگ جهانی دوم سراغ گرفت. این شاخه بهینه‌سازی همچنان که گسترش خود را در علوم نظامی ادامه داد در سایر رشته‌های مهندسی، علوم پایه، صنایع و مدیریت نیز به کار گرفته شد. توسعه توانان نظریه‌های شبیه‌سازی و نرم‌افزارهای مربوطه، کاربرد آن را آسان‌تر و در نتیجه به همگانی شدنش کمک شایانی نمود. امروزه شبیه‌سازی با استفاده از روش‌های عددی، منطق فازی و مدل‌های تحقیق در عملیات هم به عنوان یک ابزار قوی و هم به عنوان یک شاخه‌ی نظری جایگاه ویژه‌ای پیدا کرده است.

در اینجا با هدف تدوین یک کتاب آموزشی تلاش شده است سه محور آموزش مبانی نظری، آموزش نرم‌افزار آرنا و سرانجام مثال‌های کاربردی از شبیه‌سازی سیستم‌های واقعی مورد توجه قرار گیرد. مطالب این کتاب بر اساس سرفصل دانشگاهی تنظیم شده است.

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۱۰-۲۴۷۹-۸

